引文格式:李新星,李建成,周睿,等.六边形网格的平均重力异常数据构建及其统计优势分析[J].武汉大学学报(信息科学版),2025,50(3):507-514.DOI:10.13203/j.whugis20220569

Citation:LI Xinxing,LI Jiancheng,ZHOU Rui,et al.Hexagonal Grid Mean Free-Air Gravity Anomaly Data Construction and Its Statistical Advantage Analysis[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2025,50(3):507-514.DOI:10.13203/j.whugis20220569

六边形网格的平均重力异常数据构建及其统计优势分析

李新星[1,2] 李建成[2] 周 睿[3] 范昊鹏[1]

1 信息工程大学地理空间信息学院,河南 郑州,450001

2 武汉大学测绘学院,湖北 武汉,430079

3 61363部队,陕西 西安,710054

摘 要:传统地理网格在重力场数据处理和解算中被广泛使用,但也带来诸多不便,例如网格面积不等、各向同性差等。针对地球重力场中地理网格的使用所带来的局限性,首次提出采用具有分层结构的六边形网格系统对重力测量数据分布区域进行划分,基于开源的H3离散球面网格系统构建中国大陆陆地重力测量数据区域3种分辨率的六边形网格,并利用中国81万余条实测重力资料,构建了上述3种分辨率下的六边形网格平均重力异常数值模型,以及平均大小与之对应的地理网格平均重力异常数值模型,最后统计对比了地理网格和六边形网格两种剖分方式下网格平均空间重力异常值的代表误差大小。结果表明,剖分层级L=3、4、5的六边形网格与面积近似相等的67.8′、24.5′、9.2′的四边形地理网格相比,网格内包含实测点的网格数量占总网格数量比更高,包含实测点的网格占比分别提高1.54%、1.44%和2.81%;平均网格重力异常代表误差分别减小0.398 mGal、0.259 mGal和0.188 mGal。综上所述,分层六边形网格系统因其近似等积和各项同性特征,在地球重力场数据统计和数据生产中具有应用优势。尽管层次六边形网格系统在地球重力场的球谐合成与分析、地形效应的快速计算、数值积分计算等方面也有良好的应用前景,但不可否认的是,它的使用和推广仍面临许多需要解决的难题,例如六边形网格的非等纬度分布引起的Legendre计算问题,以及如何使用快速傅里叶变换技术在该不规律分布下实现高效计算。

关键词:代表误差;地球重力场模型;空间重力异常;六边形网格

中图分类号:P223 **文献标识码**:A **收稿日期**:2023-12-14

DOI:10.13203/j.whugis20220569 **文章编号**:1671-8860(2025)03-0507-08

Hexagonal Grid Mean Free-Air Gravity Anomaly Data Construction and Its Statistical Advantage Analysis

LI Xinxing[1,2] *LI Jiancheng*[2] *ZHOU Rui*[3] *FAN Haopeng*[1]

1 Institute of Geographical Spatial Information, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China

2 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

3 61363 Troops, Xi'an 710054, China

Abstract: **Objectives**: The widespread use of traditional geographic grids in gravity field data processing has brought many inconveniences, such as unequal grid areas and poor isotropic characteristics. In order to solve the above problems in the application of geographic grid in the earth gravity field, we propose for the first time to apply a hierarchical hexagonal grid system to gravity data gridding in the mainland of China. **Methods**: First, an open-source discrete global grid system H3 is selected to generate hexagonal grid groups at three resolutions in the mainland of China. Then we use more than 810 000 in-situ gravity data to construct numerical models of average gravity anomaly on hexagonal grid with different resolutions and geo-

基金项目:国家自然科学基金(U23A2028, 42174007, 42174001);地理信息工程国家重点实验室基金(SKLGIE2023-Z1-1)。

第一作者:李新星,博士,讲师,主要从事物理大地测量教学研究。2016102140003@whu.edu.cn

通信作者:周睿,硕士,工程师。Einsteino@126.com

graphic grid with corresponding resolutions. Finally, we calculated and compared the commission errors of the grid average free-air gravity anomaly under the geographic grid and hexagonal grid. **Results:** The results show that compared with 67.8′, 24.5′ and 9.2′ geographic grids, the hexagonal grids with grid partitioning levels $L=3$, 4, and 5 have approximately the same area. Hexagonal grids have more effective grids covering measured points than geographic grids. For example, the improvements of the percentages of effective grids in total in hexagonal grids under three resolution levels are 1.54%, 1.44% and 2.81%, respectively, compared to the geographic grids. Hexagonal grids have smaller commission error than geographic grids. For example, under the above three resolution levels, the mean commission errors of the hexagonal grid gravity anomalies are reduced by 0.398 mGal, 0.259 mGal and 0.188 mGal, respectively, compared to that of the geographic grid gravity anomalies. **Conclusions:** The layered hexagonal grid system has advantages in the application of earth gravity field data statistics and data production due to its quasi-homogeneous and quasi-isotropic horizontal resolution over the entire sphere. Although the layered hexagonal grid system also has good application prospects in spherical harmonic synthesis and analysis of the earth's gravity field, rapid calculation of terrain effects, numerical integration calculation, etc., it is undeniable that its use and promotion still faces many problems that need to be solved, such as the calculation problems caused by the non-equal latitude distribution of the hexagonal grids, and how to use fast fourier transformation technology to achieve efficient calculation under this uneven distribution.

Key words: commission error; earth gravitational model; free-air gravity anomaly; hexagonal grid

地球重力场的精确确定是大地测量任务的重要组成部分[1]。一直以来,地球重力场相关数据的管理、处理和解算等都是基于非常成熟的地理网格来开展的,国际上大量的数据产品也是基于地理网格发布的,地理网格因其便捷性,在地球科学领域中的应用一直处于主导地位[2-5]。随着全球重力数据资源不断丰富,大数据计算能力不断提升,使用地理网格带来的局限性逐渐凸显,如相同分辨率的地理网格中高纬度地区的网格面积不足低纬度网格的一半、两极地区数据出现冗余等[6-7]。因此有学者认为,中国区域的重力场中,5′分辨率网格平均重力异常精度优于5 mGal,相比于高纬度区域,对于相同地形条件下低纬度区域可能更加严苛,因为同样为5′分辨率网格,低纬度区域网格面积相比高纬度网格区域更大。

全球六边形网格剖分的离散球面网格系统能够很好地改善由于地理网格的使用而造成的上述问题[2]。因六边形良好的几何特征,上述网格系统已经在生物、航天、结构化学、量子物理、计算机视觉、遥感、气象、测绘等领域取得了显著的应用[8-10]。随着该系统的不断完善,已经在诸如矢量数据结构[11]、空间数据索引[12]、制图综合[13]、全球动态数据结构[14]、全球土地监测[15]、全球海洋分析[16]、全球气候模拟及动态仿真[17]、海洋路径规划[18]、城市交通规划等方面有了深入研究,六边形网格H3系统也已经在Uber平台上进行了成功的商业应用[19]。

对于具有各向同性特性的地球物理场数值计算,大胆尝试改变地理网格分布的数据管理方式,寻求球体表面或椭球表面尽量均匀的点位分布和近似六边形网格的剖分方式,无论是在改善多源、多频段数据信号之间的混频效应来提升数据融合处理的理论精度方面,还是利用球体或椭球体表面的卷积、小波变换、球谐分析等方法来提升重力学数值分析方法的解算效率上,都具有广阔的应用前景。而新型网格的使用将带来重力场计算理论体系的重塑,如新型网格下的奈奎斯特采样准则、网格均值的平滑因子等传统概念将发生改变,数据管理方式、非等纬度分布方式下的勒让德函数计算难题等[20]。

本文使用六边形网格H3系统,对中国大陆陆地重力测量区域进行不同分辨率的剖分,从而构建中国不同分辨率六边形网格的平均重力异常,并对网格重力异常的代表误差进行了统计,以说明六边形网格相比地理网格的统计优势,加之六边形网格在球谐分析与综合[21]、卷积积分[22]、数据检索等其他方面的优势[4,23],在重力场解算中有望取得较好的应用潜力。

1 代表误差理论

人们通过采用多种手段的重力测量,已获取了大量空间离散的与重力场相关的观测资料,理论上来说,无论测量数据有多密集,都无法完全

恢复出连续的地球重力场分布,因此,重力测量的手段决定了必须利用离散点值来近似代表区域的理论平均值,其代表的强弱或者误差可用代表误差来描述。代表误差的概念是英国学者杰·格拉夫·亨特在1935年第一次引用,作为地球重力场重要的特征参数,在重力数据处理过程中发挥着必不可少的重要作用。它指以面积内任一点的重力异常代表该面积平均重力异常所产生的中误差,一定程度上反映了重力场空间变化的剧烈程度[24-25]。对于同一地区,随着面积的增大,代表误差的数值增大,而对于面积相同的区域,地形起伏大的区域相比平坦的区域,代表误差数值要大[26]。

实际测量中不可能实现数据的全部区域覆盖,会存在大量的数据空白区,所以统计相同地形环境下的现有数据的代表误差,可为空白区的数据填补、重力测量设计规划等提供必要依据。文献[27]利用中国实测资料统计出了各种地形下的代表误差参数,网格平均空间重力异常的代表误差的表达式为:

$$E_{\Delta\bar{g}}=\pm\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(\Delta g_i-\Delta\bar{g}\right)^2}{N-1}} \tag{1}$$

式中,N为所属网格内重力实测点的个数;Δg_i表示网格内第i个实测点空间重力异常;$\Delta\bar{g}$为该网格内所有N个实测空间重力异常的平均值,计算式为:

$$\Delta\bar{g}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\Delta g_i \tag{2}$$

由此得到代表误差的计算式为:

$$E_{\Delta\bar{g}}^2=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\Delta g_i^2-\frac{1}{N(N-1)}\left(\sum_{i=1}^{N}\Delta g_i\right)^2 \tag{3}$$

在最新的《加密重力测量规范》中,经验性的依据空间重力异常与地形之间的相关性,给出代表误差系数的计算式为[28]:

$$C=\Delta H\Big/\left(90\sqrt{d}\right) \tag{4}$$

式中,C为重力异常代表误差系数;ΔH为最小格网中的最大高差,单位为m;d为最小格网的边长,单位为km。之所以强调“最小网格”,是因为相同分辨率的地理网格其大小不一致,尤其对于南北跨度较大的测区,在进行测量规划设计时,上述代表误差系数必然会造成指标偏严,布设点数偏多,从而造成人力物力的浪费。

2　中国重力测区重力数据的六边形网格剖分

根据文献[2]提出的理论,通过确定理想多面体、多面体的定位、多面体表面的层次剖分、平面与球面的投影关系以及对网格进行索引和寻址的方法等5个独立的要素,可以设计出一个离散全球网格系统(discrete global grid system, DGGS)[29],如图1所示。

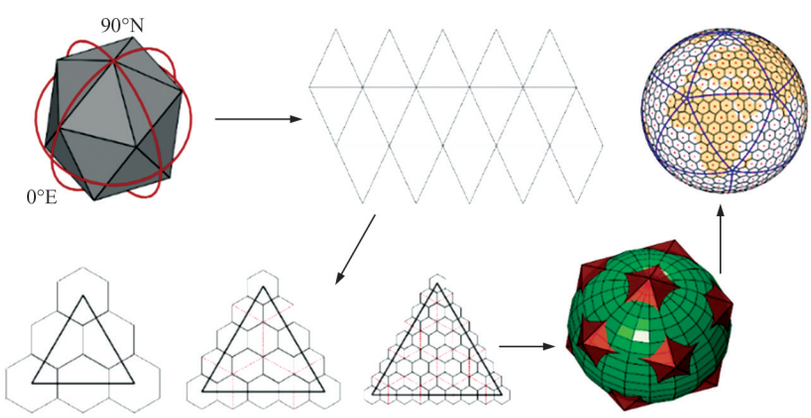


图1　离散全球网格系统的生成过程

Fig. 1　Process of the DGGS Construction

H3系统是上述DGGS系统中的一种[19],它是基于二十面体、剖分孔径为7的六边形网格系统,如图2所示,根据DGGS的5个独立要素,H3系统具有以下特点:

1)它采用的柏拉图基体为二十面体,即采用一个与地球最为接近的二十面体表面作为网格剖分的基础平面。

2)多面体的定位采用与Fuller提出的Dymaxion地图相似的定位方式,即选择将二十面体的一个顶点放在(5.245 4°E,2.300 9°N)位置处,相邻顶点的方位角为7.466 58°,从而保证12个五边形网格位置均位于海洋,使得陆地区域能够没

有破裂地展开在平面。

3)多面体表面的层次剖分方法采用孔径为7的六边形剖分,系统分辨率层次每升高一层,六边形网格数量变为前面一层的7倍。由图2可知,只有7孔径的六边形系统才能实现几乎均匀一致的父子网格结构,具有较好的包含和被包含关系,且相邻分辨率的六边形网格之间具有一个约19.1°的方向旋转。

4)二十面体表面与球面的投影关系采用了球心投影,保证了所有六边形网格角点至网格中心距离均相等,但其不是等积投影,所以H3系统并不是一个严格等面积系统,其网格之间的面积差异非常小,远远小于地理网格之间的面积差异。

5)系统具有灵活的编码和索引算法,使用了基于轴索引和分层索引两种方法,灵活且高效地实现了邻接和分层网格之间的快速索引、遍历和管理。

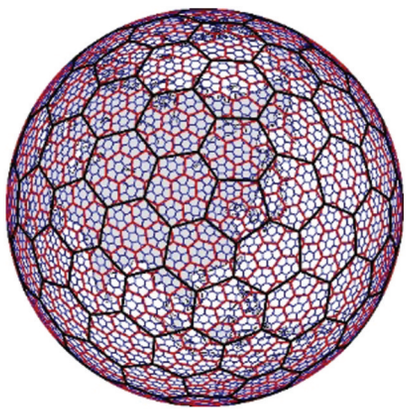


图2 H3网格索引系统

Fig. 2 H3 Geospatial Indexing System

H3系统提供了16种网格分辨率,最高的分辨率对应的剖分等级L=16对应的六边形网格在地球上的对应面积小于1 m^2。取球半径R=6 378.136 km,H3剖分层级L与六边形网格单元数量N_L(N_L=2+120×7^L)、六边形网格平均面积和边长之间的对应关系见表1。

表1 六边形网格的参数统计表

Table 1 Statistics of Hexagonal Grid Parameters

L	N_L	平均面积/km^2	平均边长/km
0	122	4 250 546.847 700 0	1 107.712 591 000
1	842	607 220.978 242 9	418.676 005 500
2	5 882	86 745.854 034 7	158.244 655 800
3	41 162	12 392.264 862 1	59.810 857 940
4	288 122	1 770.323 551 7	22.606 379 400
5	2 016 842	252.903 364 5	8.544 408 276
6	14 117 882	36.129 052 1	3.229 482 772

利用上述系统,构建了中国大陆陆地重力测量区域内多种分辨率的六边形网格分布,其中局部区域的剖分情况如图3所示。

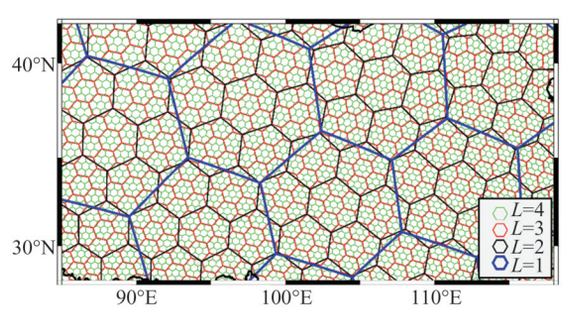


图3 中国部分区域六边形网格层次剖分结构示意图

Fig. 3 Schematic Diagram of the Hierarchical Structure of Hexagonal Grid in Parts of China

众所周知,只有当统计网格范围内有足够的重力实测点资料时,统计得出的结果才具有可靠性,因此,本文进行统计所使用的网格采用L=2~5的六边形网格结构,并依该结构对实测重力数据资料进行统计。

表2给出了不同剖分层级L下六边形网格的分辨率大小和网格数量,并给出了相同区域内网格数量相近的地理网格的分辨率大小。为了更好地说明六边形网格在统计中的优势,根据地理网格数量接近并多于对应层次下的六边形网格数量这一原则,确定地理网格的分辨率。

表2 中国区域内两种网格剖分情况对比

Table 2 Comparison of Meshing of Two Shapes in China

六边形网格		四边形地理网格	
L	网格数	分辨率/(′)	网格数
3	820	67.8	842
4	5 748	24.5	5 722
5	40 150	9.2	40 603

3　统计分析

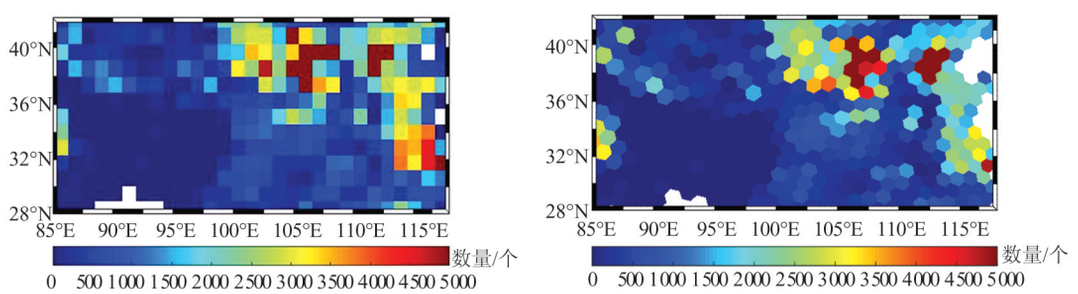
利用中国81万余条实测重力资料,按照表2中的3种分辨率,构建了六边形网格的平均重力异常和四边形地理网格下的平均重力异常,并对其网格数和占比进行了相关统计。由于中国境内实测重力数据分布不均匀,因此会造成部分网格内没有实测数据的情况。首先,分别对六边形网格和地理网格剖分下每个网格包含实测点的数量进行了统计,其中具有实测重力点的网格的数量及其占总网格数的比例如表3所示。

由上述结果可知,对于分布固定的点,使用六边形网格进行划分和统计,网格内包含实测点的网格数量占比更高,说明了六边形网格因其形状近圆特性和面积近似相等的特点,相比地理网格在结构上具有优势,其中局部区域的网格实测点数量分布如图4所示。

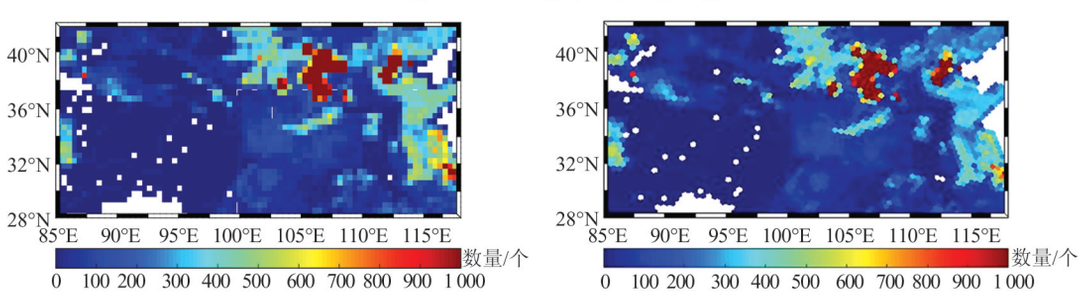
表3　包含测量点的网格数量统计

Table 3　Statistics of Number of Grids Containing Measurement Points

六边形网格				四边形地理网格			
L	网格数	有点网格数	有效网格占比/%	分辨率/(′)	网格数	有点网格数	有效网格占比/%
3	820	819	99.88	67.8	842	828	98.34
4	5 748	5 566	96.83	24.5	5 722	5 458	95.39
5	40 150	28 414	70.77	9.2	40 603	27 594	67.96



(a) 67.8′地理网格与L=3六边形网格



(b) 24.5′地理网格与L=4六边形网格

图4　网格内实测点数量统计情况

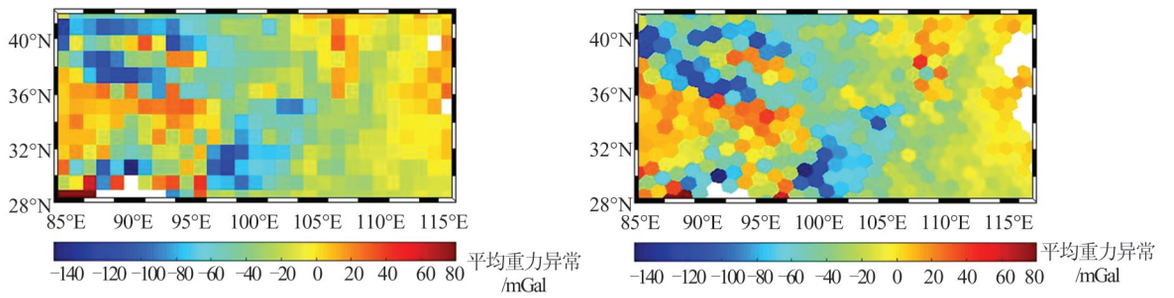
Fig. 4　Distribution of Number of Grids Containing Measurement Points

构建了上述3种分辨率下的网格重力异常数值模型,其中L=3、4的六边形网格重力异常和67.8′、24.5′地理网格重力异常数值模型如图5所示。

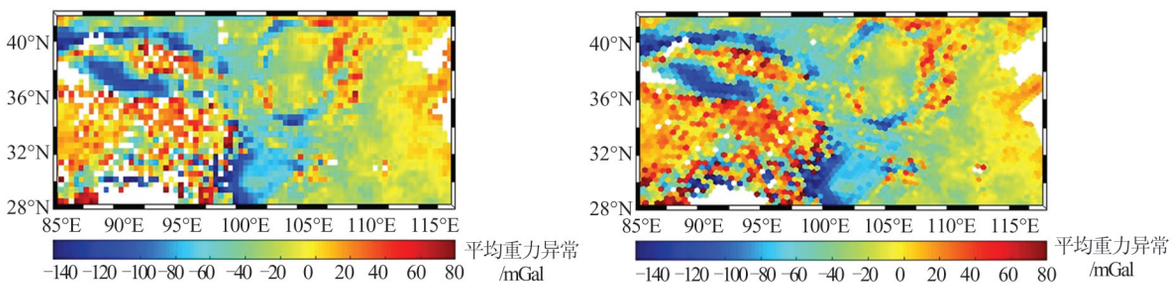
比较图5(b)中左右两图在中国西藏区域的数值模型情况可见,在相同实测资料情况下,六边形网格因为结构优势,出现的无实测点网格明显少于地理网格,且六边形网格下的特征分布更加清晰。

最后,利用代表误差统计公式统计了网格内具有4个以上实测点的网格的代表误差,并统计了全国范围内同一分辨率网格代表误差的均值,结果见表4。局部区域重力异常数据的代表误差大小及其分布如图6所示。

由表4可知,地理网格的平均面积相比六边形网格小,因此理论上实测点的代表误差应该更小,而统计结果显示,六边形网格的代表误差更小,因此说明了相比地理网格,六边形网格结构优良,区域相对聚中,加之六边形网格有效网格数的占比高,更加验证了六边形网格在实测数据统计方面的结构优势。



(a) 67.8′地理网格与L=3六边形网格



(b) 24.5′地理网格与L=4六边形网格

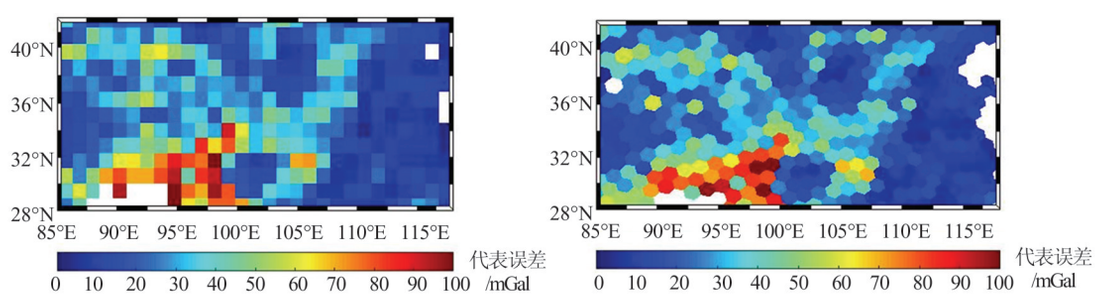
图5 网格平均重力异常数值模型

Fig. 5 Numerical Model of Grid-Averaged Gravity Anomalies

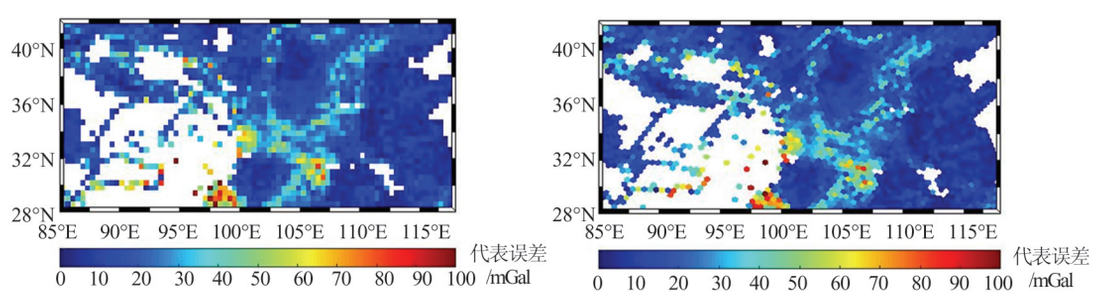
表4 网格平均重力异常的代表误差均值统计情况

Table 4 Statistics of Commission Errors of Grid-Averaged Gravity Anomalies

六边形网格			四边形地理网格		
L	网格数	代表误差/mGal	分辨率/(′)	统计网格数	代表误差/mGal
3	811	31.129	67.8	750	31.527
4	4 709	21.195	24.5	4 749	21.454
5	21 190	13.243	9.2	20 502	13.431



(a) 67.8′地理网格与L=3六边形网格



(b) 24.5′地理网格与L=4六边形网格

图6 网格平均重力异常的代表误差大小及分布

Fig. 6 Magnitude and Distribution of Commission Errors of Grid-Averaged Gravity Anomalies

4 结　语

本文利用中国大量实测重力资料,构建了中国第一套陆地区域六边形网格平均重力异常数值模型,并对其进行了初步分析。首先,使用开源的H3分层六边形离散球面网格系统,生成了实验区内不同分辨率的六边形网格和对应分辨率的四边形地理网格,然后生成两种网格下的平均重力异常,最后分别比较了两种网格结构下有效网格占比和网格重力异常代表误差的统计结果。结果显示,对于同一套实测资料,基于六边形网格的有效网格占比(即包含重力实测点的网格占总网格的比例)比四边形地理网格大,六边形网格空间重力异常代表误差相比等面积的四边形网格空间重力异常代表误差小,且本文使用的六边形网格在不同分辨率之间具有良好的包含关系,充分说明了六边形网格在实际工程的数据管理、统计中应用的优势,值得进一步推广使用。

参 考 文 献

[1] 党亚民,蒋涛,陈俊勇. 全球高程基准研究进展[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2022,47(10):1576-1586.
DANG Yamin, JIANG Tao, CHEN Junyong. Review on Research Progress of the Global Height Datum[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(10): 1576-1586.

[2] SAHR K, WHITE D, KIMERLING A J. Geodesic Discrete Global Grid Systems[J]. *Cartography and Geographic Information Science*, 2003, 30(2): 121-134.

[3] TOZER B, SANDWELL D T, SMITH W H F, et al. Global Bathymetry and Topography at 15 Arc Sec: SRTM15+ [J]. *Earth and Space Science*, 2019, 6(10): 1847-1864.

[4] 李新星. 确定地球重力场的六边形网格剖分方法研究[D]. 武汉:武汉大学,2021.
LI Xinxing. Research on Hexagonal Grid Division Method for Determining the Earth's Gravity Field [D] Wuhan: Wuhan University, 2021.

[5] 黄谟涛,邓凯亮,欧阳永忠,等. 海空重力测量及应用技术研究若干进展[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2022,47(10):1635-1650.
HUANG Motao, DENG Kailiang, OUYANG Yongzhong, et al. Development and Study in Marine and Airborne Gravimetry and Its Application [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(10): 1635-1650.

[6] LI X X, LI J C, TONG X C, et al. The Employment of Quasi-hexagonal Grids in Spherical Harmonic Analysis and Synthesis for the Earth's Gravity Field[J]. Journal of Geodesy, 2022, 96(11): 89.

[7] 童晓冲,贲进. 空间信息剖分组织的全球离散格网理论与方法[M]. 北京:测绘出版社,2016.
TONG Xiaochong, BEN Jin. The Principle and Method of Discrete Global Grid Systems for Geospatial Information Subdivision Organization[M]. Beijing: Sino Maps Press, 2016.

[8] LEE S, MORTARI D. Design of Constellations for Earth Observation with Intersatellite Links[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2016, 40(5): 1263-1271.

[9] HSIA Y, BALE J B, GONEN S, et al. Design of a Hyperstable 60-Subunit Protein Dodecahedron. [J]. *Nature*, 2016, 535(7610): 136-139.

[10] TEANBY N A. An Icosahedron-Based Method for even Binning of Globally Distributed Remote Sensing Data[J]. *Computers & Geosciences*, 2006, 32(9): 1442-1450.

[11] DUTTON G H. A Hierarchical Coordinate System for Geoprocessing and Cartography: Working Through the Scales[M]. Berlin, Heidelberg: Springer, 1999.

[12] Dutton G. Encoding and Handling Geospatial Data with Hierarchical Triangular Meshes[C]//The 7th International Symposium on Spatial Data Handling, Amsterdam, Netherlands, 1996.

[13] DUTTON G. Improving Locational Specificity of Map Data—A Multi-resolution, Metadata-Driven Approach and Notation[J]. *International Journal of Geographical Information Systems*, 1996, 10(3): 253-268.

[14] GOODCHILD M F, YANG S R. A Hierarchical Spatial Data Structure for Global Geographic Information Systems [J]. *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, 1992, 54(1): 31-44.

[15] SUESS M, MATOS P, GUTIERREZ A, et al. Processing of SMOS Level 1c Data Onto a Discrete Global Grid [C]//IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Anchorage AK, USA, 2004.

[16] KIDD R A, TROMMLER M, WAGNER W. The Development of a Processing Environment for Time-Series Analysis of Sea Winds Scatterometer Data[C]//IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Toulouse, France, 2003.

[17] RANDALL D A, RINGLER T D, HEIKES R P, et al. Climate Modeling with Spherical Geodesic

Grids[J]. *Computing in Science & Engineering*, 2002, 4(5): 32-41.

[18] TSATCHA D, SAUX É, CLARAMUNT C. A Bidirectional Path-Finding Algorithm and Data Structure for Maritime Routing[J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2014, 28(7): 1355-1377.

[19] BONDARUK B, ROBERTS S A, ROBERTSON C. Assessing the State of the Art in Discrete Global Grid Systems: OGC Criteria and Present Functionality 1[J]. *Geomatica*, 2020, 74(1): 9-30.

[20] 杨正辉, 魏子卿, 马健. 第二类连带勒让德函数及其一阶、二阶导数的递推计算方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2020, 45(2): 213-218.
YANG Zhenghui, WEI Ziqing, MA Jian. Recursive Calculation Method for the Second Kind of Associated Legendre Functions and Its First and Second Derivatives[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2020, 45(2): 213-218.

[21] 崔家武, 周波阳, 罗志才, 等. 利用MPI并行算法实现球谐综合的效率分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2019, 44(12): 1802-1807.
CUI Jiawu, ZHOU Boyang, LUO Zhicai, et al. Efficiency Analysis of Spherical Harmonic Synthesis Based on MPI Parallel Algorithm[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2019, 44(12): 1802-1807.

[22] 刘聪, 王正涛, 张华伟, 等. 利用残差地形模型空域法精化局部地球重力场[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(3): 369-376.
LIU Cong, WANG Zhengtao, ZHANG Huawei, et al. Refining Local Earth's Gravity in Spatial Domain with Residual Terrain Modelling Technique[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(3): 369-376.

[23] 李新星, 李建成, 刘晓刚, 等. 球谐旋转变换结合非全次Legendre方法的局部六边形网格重力场球谐综合[J]. 地球物理学报, 2021, 64(11): 3933-3947.
LI Xinxing, LI Jiancheng, LIU Xiaogang, et al. Spherical Harmonic Synthesis of Local Hexagonal Grid Point Gravity Anomalies with Non-Full-Order Legendre Method Combined with Spherical Harmonic Rotation Transformation[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2021, 64(11): 3933-3947.

[24] 黄谟涛, 管铮, 欧阳永忠. 海洋平均重力异常计算与精度估计[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 1995, 20(4): 327-331.
HUANG Motao, GUAN Zheng, OUYANG Yongzhong. Calculation and Accuracy Estimation of Marine Mean Free-Air Gravity Anomaly[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 1995, 20(4): 327-331.

[25] 黄谟涛, 刘敏, 欧阳永忠, 等. 海洋重力场特征统计模型计算与分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2019, 44(3): 317-327.
HUANG Motao, LIU Min, OUYANG Yongzhong, et al. Analysis and Calculation of the Statistical Models of Marine Gravity Field Character[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2019, 44(3): 317-327.

[26] 陆仲连. 地球重力场理论与方法[M]. 北京: 解放军出版社, 1996.
LU Zhonglian. Theory and Method of Earth Gravity Field[M]. Beijing: The People's Liberation Army Press, 1996.

[27] 李姗姗, 吴晓平, 张传定, 等. 我国重力场新的统计特征参数的计算分析[J]. 地球物理学报, 2010, 53(5): 1099-1108.
LI Shanshan, WU Xiaoping, ZHANG Chuanding, et al. Calculation and Analysis of the New Statistical Character Parameters of Gravity Field in China[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2010, 53(5): 1099-1108.

[28] 国家质量监督检验检疫总局. 加密重力测量规范: GB/T 17944—2000[S]. 北京: 中国标准出版社, 2004.
General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China. Specifications for the Dense Gravity Measurement: GB/T 17944—2000[S]. Beijing: Standards Press of China, 2004.

[29] 郑明阳, 贲进, 周建彬, 等. 局部区域多孔径六边形格网系统快速生成算法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(9): 1376-1382.
ZHENG Mingyang, BEN Jin, ZHOU Jianbin, et al. Fast Generation Algorithm of Multi-aperture Hexagonal Grid Systems of Regional-Scale[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(9): 1376-1382.