第 49 卷 第 6 期：2365-2373 高电压技术 Vol.49, No.6: 2365-2373
2023 年 6 月 30 日 High Voltage Engineering June 30, 2023
DOI: 10.13336/j.1003-6520.hve.20221533

复杂电磁环境下基于球谐函数分解的磁场传感数据反演电流方法

李 鹏[1,2]，马浩宇[1,3]，田 兵[1,2]，刘 仲[1,2]，吕前程[1,2]，胡 军[1,3]
（1. 清华大学(电机系)–南方电网数字电网研究院智能传感与透明电网联合研究中心，北京 100084;
2. 南方电网数字电网研究院，广州 510663;
3. 清华大学电机系及新型电力系统运行与控制全国重点实验室，北京 100084）

摘 要：通过对空间磁场信息进行反演，能够获取复杂电磁环境下的被测电流信息。针对电气装备中的电流测量需求，提出一种基于球谐函数分解的电流反演方法。该方法基于空间磁场数据，采用球谐函数对干扰磁场源进行解析分解，从而在干扰磁场源参数未知的情况下，实现被测线电流源及干扰磁场源的解耦。分别通过弹性网正则化及贝叶斯弹性网正则化方法进行电流反演，在干扰源的磁场强度占被测线电流产生磁场强度的 60%时，得到最大不超过 10%的线电流反演误差，并分析了球谐函数分解的最大分解次数选取原则。所提出的非介入式电流测量新方法克服了复杂电磁环境下的外部干扰问题，适用于电力物联网广泛的电流测量计算需求。

关键词：电流测量；球谐函数分解；弹性网正则化；干扰解耦；电流反演

Novel Current Inversion Method of Magnetic Field Sensing Data Based on Spherical Harmonics Decomposition in Complex Electromagnetic Environment

LI Peng[1,2], MA Haoyu[1,3], TIAN Bing[1,2], LIU Zhong[1,2], LÜ Qiancheng[1,2], HU Jun[1,3]
(1. Tsinghua University (Department of Electrical Engineering) - China Southern Power Grid Digital Grid Research Institute Co., Ltd. Joint Research Center for Smart Sensor and Transparent Grid, Beijing 100084, China; 2. China Southern Power Grid Digital Grid Research Institute, Guangzhou 510663, China; 3. Department of Electrical Engineering, Tsinghua University & State Key Lab of Operation and Control of New-generation Power System, Beijing 100084, China)

Abstract：By inverting the spatial magnetic field information, it is possible to acquire the current parameters in complex electromagnetic environment. Consequently, we proposed a novel current inversion method based on spherical harmonics decomposition. In this method, spatial magnetic field data are utilized and spherical harmonic functions are applied to analyze and decompose the interfering magnetic field sources, thus achieving decoupling between the measured line current source and the interfering magnetic field source when the parameters of the interfering magnetic field source are unknown. The current inversion is performed using both elastic net regularization and Bayesian elastic net regularization methods. The results indicate that, in the situation where the ratio of interference field to the field of interest reaches 60%, the error of the calculated current is significantly decreased to no more than 10%. Moreover, the selection principle for the maximum decomposition order of spherical harmonic function decomposition is also analyzed. The proposed non-intrusive method for current measurement overcomes external interference issues in complex electromagnetic environments and is suitable for widespread current measurement and calculation requirements in the electric power Internet of Things (IoT).

Key words：current measurement; spherical harmonics decomposition; elastic net regularization; interference decoupling; current inversion

基金资助项目：国家自然科学基金 (52125703)；南方电网数字电网研究院科技项目 (2100002020030103SJ01718)；四川省科技计划项目(2021YFG0348)。
Project supported by National Natural Science Foundation of China (52125703), Science and Technology Project of China Southern Power Grid Digital Grid Research Institute (2100002020030103SJ01718), Science and Technology Plan Project of Sichuan Province (2021YFG0348).

0 引言

近年来，伴随着先进传感测量、信息通信、人工智能等技术的进步，以新型电力系统为主体的能源互联网得到快速发展[1-2]。实现电力系统及装备全景实时状态信息的深度感知，是构建能源互联网和数字化智能电网的重要基石。对实时信号的采集、传输、存储及分析，已经成为能源互联网关键技术之一[3-6]。在目前新型电力系统的诸多电流测量场景中，存在直接测量电流较困难的情况，需要通过其产生磁场进行间接测量。目前，基于磁场信号测量的电流传感器包括霍尔传感器[7]、巨磁阻传感器[8-9]、光电流传感器[10]等，可以通过对传感元件进行材料选择及结构设计，实现各种特性参数的调整，使其满足电网实际测量应用需求。例如线电流测量可以采用基于磁场传感器件的集磁环结构或者传感器件的阵列结构。

基于集磁环结构的电流传感器可以实现准确的电流测量，但其存在体积较大、安装困难、直流偏磁与铁芯易饱和等问题[9]。而磁场传感器阵列结构放弃使用铁芯，避免了磁饱和与直流偏磁问题，实现了对电流的非介入式测量。除此之外，由于组成阵列的磁场传感器具有体积小、功耗低、成本低廉等特点，阵列的安装与绝缘设计更简单，可用于构建智能电网中的分布式传感器网络，适用于新型电力系统的诸多应用场景。

对于磁场传感器阵列非介入式测量电流的反演算法，目前已经有初步的理论及应用研究。在不考虑外部干扰的情况下，文献[11]采用启发式算法，结合磁场传感阵列进行了多导体电流的同时反演。文献[12]针对电力逆变器的大电流，采用矩形磁场传感阵列和高阶数值积分方法计算得到电流结果。文献[13]通过计算环型磁场阵列的排布形式，采用差分计算方法得到三相电流值。而当考虑外部干扰时，在母线电流测量方面，构建线型磁场传感阵列，并通过空间谐波分析屏蔽外界磁场干扰，也可以有效测得母线电流[14]。文献[15-17]更进一步将离散傅立叶变换引入空间谐波分析中，通过环型磁场传感阵列的测量结果，减小了电流位置离心率及与串扰对电流反演结果的影响。

以上方法通常只能针对单根线电流进行测量，无法同时满足多根线电流值的计算并考虑外部磁场干扰的需求，并且对外部干扰磁场与被测电流产生磁场比值有一定限制。而基于球谐函数分解的方法，可以用于表示静磁场，实现对磁场干扰源的分解，从而解耦被测电流与干扰源[18]。但所得到的反演问题表达形式具有严重的不适定性，需要采用正则化方法求解，从而提取得到被测电流值[19-20]。

综上所述，本文研究了基于球谐函数分解的减小外部干扰的线电流计算方法，理论推导基于球谐函数的反演模型，通过叠加不同的磁场干扰源，比较电流计算误差，研究了两类弹性网正则化方法对该模型求解的适用性，分析得到球谐函数分解对应的最优分解次数，为该方法的实际应用提供了参考。

1 基于球谐函数分解的电流计算模型

1.1 磁场解析模型

假设图 1 中为单一空气介质，$I_1, I_2, \cdots, I_N$ 为待求线电流，I_{ext} 为外界的线电流干扰源，m_{ext} 为外界的磁偶极子干扰源，虚线为包含所有待求线电流的球体，用于表示球谐函数。P 为磁场测量点，在不考虑大地影响的情况下，P 点处的磁场强度是待求线电流及外界干扰源两部分产生的磁场强度之和。

$$\boldsymbol{H}_{\text{m}} = \boldsymbol{H}_{\text{c}} + \boldsymbol{H}_{\text{ext}} \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{H}_{\text{m}}$ 为测量点处的磁场强度矢量值；$\boldsymbol{H}_{\text{c}}$ 为 N 个待求线电流产生的磁场强度矢量值；$\boldsymbol{H}_{\text{ext}}$ 为外界干扰源产生的磁场强度矢量值。

根据安培环路定律，得到待求线电流在测量点处产生的磁场强度矢量值为

$$\boldsymbol{H}_{\text{c}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{I_i}{2\pi d_i^2}\left(\left(z_i - z_0\right)\boldsymbol{e}_y + \left(y_0 - y_i\right)\boldsymbol{e}_z\right) \tag{2}$$

式中：I_i 为第 i 个待求线电流值；$\boldsymbol{e}_y$ 为沿 y 轴正方向的单位矢量；$\boldsymbol{e}_z$ 为沿 z 轴正方向的单位矢量；(y_i, z_i) 为第 i 个线电流在图 1 中 yz 平面上的坐标；(y_0, z_0) 为测量点的 y 轴和 z 轴坐标值；d_i 为测量点到第 i

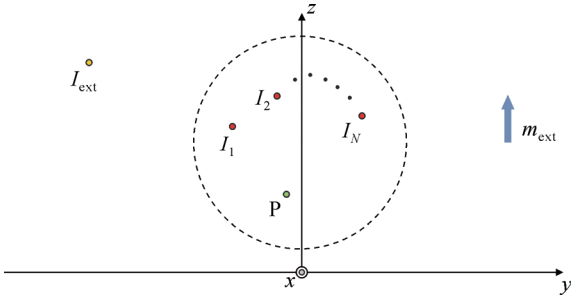


图 1 球谐函数分解模型分析

Fig.1 Model for spherical harmonics analysis

条线路的直线距离，$d_i=\sqrt{\left(y_0-y_i\right)^2+\left(z_0-z_i\right)^2}$。

1.2　球谐函数分解模型推导

球谐函数是拉普拉斯方程球坐标系形式解的角度部分，作为1组完备的正交基，球谐函数可以用于在球坐标系下展开性质良好的函数，在数学的理论计算中常用于偏微分方程的求解，在物理研究中则广泛应用于多极静电场和静磁场的表示、原子轨道的电子排布计算及重力场的计算等领域中。在3维磁场的分解中，待求线电流可以根据式(2)进行电流参数与位置参数的变量分离，而外界干扰源则可以直接采用数学方法进行参数分离，通过球谐函数的线性组合可以在干扰源参数未知的情况下，得到外界干扰源的影响，实现式(1)中右侧2个磁场项的解耦。球谐函数的线性组合通常用于表示拉普拉斯方程的通解，因此需首先证明外界干扰源的标量磁位满足拉普拉斯方程。

当测量点处没有磁场源时，该点处的磁感应强度满足$\nabla\times\boldsymbol{B}_{\mathrm{m}}=0$，对应磁场强度同样满足$\nabla\times\boldsymbol{H}_{\mathrm{m}}=0$。由式(1)和(2)可得，$\nabla\times\boldsymbol{H}_{\mathrm{ext}}=0$。将$\boldsymbol{H}_{\mathrm{ext}}$表示为标量磁位的形式，得到$\boldsymbol{H}_{\mathrm{ext}}=-\nabla\Phi_{\mathrm{ext}}$。根据高斯定律，存在$\nabla\cdot\boldsymbol{B}_{\mathrm{ext}}=0$，从而得到$\nabla\cdot\boldsymbol{H}_{\mathrm{ext}}=0$。因此，与外界干扰源对应的标量磁位满足拉普拉斯方程，见式(3)。

$$\nabla^2\Phi_{\mathrm{ext}}=0 \tag{3}$$

由此，对于以上拉普拉斯方程，其通解可以通过球谐函数的线性组合得到。

由于在图1虚线表示的球中，标量磁位Φ_{ext}为有限值，根据球谐分解式，得到在球坐标系(r,θ,ϕ)中，对标量磁位Φ_{ext}的分解见式(4)。

$$\Phi_{\mathrm{ext}}=\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}A_l^m\left(r\right)^l Y_l^m\left(\theta,\phi\right) \tag{4}$$

式中：l为正整数，表示分解次数(degree)；m为绝对值不大于l的整数，表示阶数(order)；$Y_l^m\left(\theta,\phi\right)$为分解次数为$l$、阶数为$m$的球谐函数，代表角度部分的分解；$A_l^m$为常系数。

球谐函数$Y_l^m\left(\theta,\phi\right)$可以根据式(5)[18]求得。

$$Y_l^m\left(\theta,\phi\right)=\left(-1\right)^m\sqrt{\frac{\left(2l+1\right)}{4\pi}\frac{\left(l-\left|m\right|\right)!}{\left(l+\left|m\right|\right)!}}\cdot P_l^m\left(\cos\theta\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\phi} \tag{5}$$

式中P_l^m指伴随勒让德多项式。

通过式(6)求得外界干扰源产生的磁场强度矢量值为

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{ext}}=-\nabla\Phi_{\mathrm{ext}}=-\left(\frac{\partial\Phi_{\mathrm{ext}}}{\partial r}\boldsymbol{e}_r+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\Phi_{\mathrm{ext}}}{\partial\theta}\boldsymbol{e}_\theta+\frac{1}{r\sin\theta}\cdot\frac{\partial\Phi_{\mathrm{ext}}}{\partial\phi}\boldsymbol{e}_\phi\right) \tag{6}$$

式中：$\boldsymbol{e}_r$、$\boldsymbol{e}_\theta$、$\boldsymbol{e}_\phi$分别表示球坐标系中各坐标轴的单位矢量。

对式(6)中各项进行分解，得到球坐标系下各磁场强度分量为：

$$\begin{aligned}H_{\mathrm{ext},r}&=-\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}A_l^m l\left(r\right)^{l-1}Y_l^m\left(\theta,\phi\right)\\H_{\mathrm{ext},\theta}&=-\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}A_l^m\left(r\right)^{l-1}\frac{\partial}{\partial\theta}Y_l^m\left(\theta,\phi\right)\\H_{\mathrm{ext},\phi}&=-\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}A_l^m\frac{\left(r\right)^{l-1}}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}Y_l^m\left(\theta,\phi\right)\end{aligned} \tag{7}$$

球谐函数$Y_l^m\left(\theta,\phi\right)$对$\theta$和$\phi$的偏导数分别为：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial}{\partial\theta}Y_l^m\left(\theta,\phi\right)=\dfrac{m\cos\theta}{\sin\theta}Y_l^m\left(\theta,\phi\right)+\sqrt{\left(l-m\right)\left(l+m+1\right)}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi}Y_l^{m+1}\left(\theta,\phi\right)\\\dfrac{\partial}{\partial\phi}Y_l^m\left(\theta,\phi\right)=\mathrm{j}mY_l^m\left(\theta,\phi\right)\end{cases} \tag{8}$$

由此得到图1中虚线球内部所有点处的球谐函数值，该球谐函数的基础是外界干扰源标量磁位。假设测量点在该虚线球部内，采用解析的方法可以将干扰源的影响分散至各测量点，从而在干扰源各参数均未知的情况下，达到对其进行表示的目的。在球谐函数实际计算中，一般采用有限分解次数$l_{\max}$代替求和时的无穷项，并将$l_{\max}$称为最大分解次数。由此，对于每一个点处的磁场强度，式(7)中的2次求和过程使其可以分解为$((l_{\max}+1)^2-1)$项和的形式，球谐函数$Y_l^m(\theta,\phi)$及常系数A_l^m也对应有$((l_{\max}+1)^2-1)$项。在实际计算中，需要选取合适的最大分解次数$l_{\max}$，$l_{\max}$选择过小无法体现外界干扰源的影响，次数选择过大将增大运算量，同时由待求线电流本身产生的磁场噪声可能造成求解计算中的不稳定。

由于球谐函数的求解在球坐标系下进行，因此一般在球坐标系下建立测量磁场强度与空间电流源的关系。采用式(9)将笛卡尔坐标系下的磁场强度矢量值转化为球坐标系下的磁场强度矢量值，即

$$\begin{cases}\boldsymbol{e}_r=\sin\theta\cos\phi\boldsymbol{e}_x+\sin\theta\sin\phi\boldsymbol{e}_y+\cos\theta\boldsymbol{e}_z\\\boldsymbol{e}_\theta=\cos\theta\cos\phi\boldsymbol{e}_x+\cos\theta\sin\phi\boldsymbol{e}_y-\sin\theta\boldsymbol{e}_z\\\boldsymbol{e}_\phi=-\sin\phi\boldsymbol{e}_x+\cos\phi\boldsymbol{e}_y\end{cases} \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{e}_x$、$\boldsymbol{e}_y$、$\boldsymbol{e}_z$分别为笛卡尔坐标系下的3个单位

向量。

结合式(1)、式(2)，可通过矩阵形式表示磁场强度，以 r 方向磁场强度为例，假设共有 M 个磁场测量点，待求线电流数量如图 1 所示为 N，则得

$$\boldsymbol{GI}=\boldsymbol{H}_r \tag{10}$$

各项表示如下：

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix} c_{11r} & \cdots & c_{1Nr} & Y_{11r}^{-1} & Y_{11r}^{0} & \cdots & Y_{1l_{\max}r}^{l_{\max}} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{m1r} & \cdots & c_{mNr} & Y_{m1r}^{-1} & Y_{m1r}^{0} & \cdots & Y_{ml_{\max}r}^{l_{\max}} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{M1r} & \cdots & c_{MNr} & Y_{M1r}^{-1} & Y_{M1r}^{0} & \cdots & Y_{Ml_{\max}r}^{l_{\max}} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{I}=\begin{bmatrix} I_1 & \cdots & I_N & A_1^{-1} & A_1^{0} & \cdots & A_{l_{\max}}^{l_{\max}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{r}}=\begin{bmatrix} H_{1r} & \cdots & H_{mr} & \cdots & H_{Mr} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

式中：$\boldsymbol{G}$ 为与空间未知相关的引导场矩阵；c_{mnr} 为第 m 个磁场测量点处、第 n 个线电流的 r 方向的磁场/电流系数，通过式(2)求得，矩阵中的 Y_{mlr}^{k} 为第 m 个磁场测量点处，第 l 次第 k 阶 r 方向磁场对应的球谐函数，k 为绝对值不大于 l 的整数。由此，矩阵 $\boldsymbol{G}$ 的维数为 $M((l_{\max}+1)^2-1+N)$；$\boldsymbol{I}$ 为电流列向量，前 N 项 $I_1,\cdots,I_N$ 为待求线电流，后面的 A 系数为球谐函数对应的常系数，列向量的维数为 $((l_{\max}+1)^2-1+N)$；$\boldsymbol{H}_{\mathrm{r}}$ 为 r 方向磁场强度列向量，表示 M 个点处的 r 方向磁场强度值。

因此，以减小外部干扰为目的，基于球谐函数的线电流反演问题转化为：在包含球谐函数的引导场矩阵 $\boldsymbol{G}$ 和磁场强度列向量 $\boldsymbol{H}$ 已知的情况下，求解电流列向量 $\boldsymbol{I}$ 中的 N 个待求线电流元素，而对于电流列向量 $\boldsymbol{I}$ 中 A 系数，由于其是对外界干扰源磁场进行球谐分解后的系数，没有明确的物理含义，在此并不关心其具体值。与多数反演问题类似，式(10)中的引导场矩阵 $\boldsymbol{G}$ 同样具有较强的不适定性，因此求解时采用正则化方法确定合适的正则化参数，从而提取得到稳定准确的待求线电流值。

2 正则化计算方法

对于式(10)，其引导场矩阵 $\boldsymbol{G}$ 的条件数通常较大，使得等式呈现不适定性。在求解不适定性问题时，一般需要进行正则化处理，在求解过程中引入先验信息，将其耦合到反演问题中，得到满足方程的近似解来逼近真实解，使问题转化为切合实际要求的适定性问题。

本文分别应用弹性网正则化和贝叶斯弹性网正则化方法进行线电流的求解。弹性网正则化方法综合了 l_1 范数正则化和 l_2 范数正则化的特点，其正则化算子如式(11)所示。

$$\boldsymbol{I}_{\alpha,\lambda}=\arg\min\left(\left\|\boldsymbol{GI}-\boldsymbol{H}_r\right\|^2+\alpha\left((1-\lambda)\left\|\boldsymbol{I}\right\|_1+\lambda\left\|\boldsymbol{I}\right\|_2^2\right)\right) \tag{11}$$

式中：α 为正则化系数，用于调节正则化算子的比重；λ 为调整系数，用于调节弹性网正则化算子中 l_1 范数和 l_2 范数各自的比重。

贝叶斯弹性网正则化方法基于贝叶斯公式，考虑求解参数是一个随机变量，通过待求解参数的先验分布信息及已知的测量数据，得到参数的后验分布，作为计算结果。贝叶斯弹性网正则化中，电流所对应的贝叶斯先验概率以式(12)表示。

$$\pi\left(\boldsymbol{I}\mid\sigma^2\right)\propto\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\cdot\alpha\left((1-\lambda)\left\|\boldsymbol{I}\right\|_1+\lambda\left\|\boldsymbol{I}\right\|_2^2\right)\right) \tag{12}$$

两种正则化计算方法均可以调整 l_1 范数及 l_2 范数比重，寻求结果最优的正则化参数。

3 基于球谐函数分解的电流计算算例

3.1 算例设计

根据第 1 章对基于球谐函数分解的电流计算方法的推导分析，在本节中对该算法进行理论验证，计算模型及其结构如图 2 所示。

图 2 中为单一的空气介质，待求解的 3 个线电流为虚线球内的 I_1、I_2 和 I_3。外界干扰源包括 3 个线电流 I_{ext1}、I_{ext2} 和 I_{ext3}，以及 2 个磁偶极子 m_1 和 m_2，其中 3 个线电流干扰源大小分别为 7、10、5 A，2 个磁偶极子干扰源分别为 50、60 A·m，且均沿 z 轴方向。测量平面与 xy 平面平行，高度为 1 m，平面上的传感器呈等间距排布。在正向磁场的理论计算中，干扰源中的线电流产生磁场可如式(2)的形式计算，而磁偶极子产生磁场通过式(13)计算。

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{m}}=\frac{1}{4\pi}\sum_{i=1}^{P}\left(\frac{3\left(\boldsymbol{m}_i\cdot\boldsymbol{r}_i\right)\boldsymbol{r}_i}{\left|\boldsymbol{r}_i\right|^5}-\frac{\boldsymbol{m}_i}{\left|\boldsymbol{r}_i\right|^3}\right) \tag{13}$$

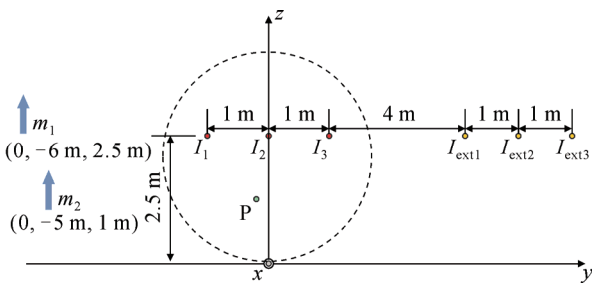


图 2 球谐函数分解计算模型

Fig.2 Model for spherical harmonics calculation

式中：P 为干扰源中磁偶极子的总数；$\boldsymbol{m}_i$ 为第 i 个磁偶极子的磁偶极矩；$\boldsymbol{r}_i$ 为第 i 个磁偶极子到测量点处的矢量。

分析时设置 3 种情况的待求线电流值，对应 3 组外界干扰源在测量点处产生磁场强度 $\boldsymbol{H}_{\text{ext}}$ 与待求线电流产生磁场强度 $\boldsymbol{H}_{\text{c}}$ 的比值，如表 1 所示。表 1 中比值以测量平面上各点的最大比值和平均比值 2 种方式表示。在设置的 3 种情况中令干扰源与待求线电流产生磁场强度的比值逐渐增大，即外界干扰源对待求线电流产生磁场强度的影响逐渐增大，从而分析电流反演计算结果的稳定性变化情况。

在电流反演过程中，将磁场强度理论值分别叠加±0.5%，±2%和±5%之间的随机相对误差，并分别采用弹性网正则化方法和贝叶斯弹性网正则化方法进行式(9)中电流列向量 $\boldsymbol{I}$ 的求解，比较 2 种方法的计算误差，分析计算过程中不同最大分解次数 $l_{\max}$ 对计算误差的影响，以完善其实际应用过程。

3.2　弹性网正则化方法计算结果

采用弹性网正则化方法计算时，改变式(11)中的正则化调整系数，得到不同电流列向量结果，计算 3 个待求线电流值的均方根误差作为计算误差。

分析式(11)中的正则化调整系数 λ 在 0~1 的范围内取值时，3 种情况下的电流值反演误差。计算当磁场强度理论值叠加±0.5%之间的随机相对误差，并设定最大分解次数 $l_{\max}$ 为 7 时，反演误差结果随 λ 的变化如图 3。根据式(11)，λ 为 0 时正则化算子中 l_2 范数为 0，此时采用 l_1 正则化方法；λ 为 1 时正则化算子中 l_1 范数为 0，此时采用 l_2 正则化方法；λ 在 0 到 1 之间时则采用弹性网正则化方法。由图 3 可知，在 3 种情况下，当 λ 发生变化时，电流的计算误差变化较小，其原因是在求解过程中，待求线电流值作为式(10)中电流列向量 $\boldsymbol{I}$ 的前 3 项，本身具有相比于多数球谐函数对应的 A 系数较大的值，因此不同正则化过程的区别主要在于对列向量中的 A 系数具备不同的参数选择作用，而对于主要关心的前 3 项线电流值的影响较小。在后续计算过程中，可以忽略正则化调整系数 λ 值的不同对计算结果的影响。当磁场强度理论值分别叠加±0.5%、±2%和±5%之间的随机相对误差，设定最大分解次数 $l_{\max}$ 为 7，采用弹性网正则化方法时，得到 3 种情况下电流的计算误差如表 2 所示。

表 2 中，随着干扰源与待求线电流产生磁场强度比值的增大，每个误差等级下的线电流反演误差逐渐增大，但都远小于干扰源的占比。同时随着磁场强度理论值叠加随机相对误差的增大，线电流的反演误差呈增大趋势，但相对于磁场强度理论值本身由于混入干扰源磁场而存在的较大误差，计算结果基本对待求线电流实现了较为准确的反演。

表 1　3 种线电流值及干扰磁场对应比值

Table 1　The preset currents and the ratios of the interference magnetic field

情况	待求线电流值/A	最大比值/ %	平均比值/%
1	11, 12, 13	35.3	20.1
2	7, 8, 9	53.9	31.2
3	3, 4, 5	102.2	59.7

表 2　弹性网正则化方法下的电流反演误差

Table 2　Current inversion error of elastic net regularization method

参数	情况 1	情况 2	情况 3
平均比值/%	20.1	31.2	59.7
±0.5%误差结果/%	2.76	2.95	3.65
±2%误差结果/%	4.03	4.62	6.32
±5%误差结果/%	6.81	7.52	8.24

3.3　贝叶斯弹性网正则化方法计算结果

采用贝叶斯弹性网正则化方法进行计算时，根据式(12)中的先验概率分布和贝叶斯定理，建立分层贝叶斯模型，并改变正则化调整系数，得到不同电流列向量结果，计算 3 个待求线电流值的均方根误差作为计算误差，结果见图 3。

对正则化调整系数 λ 发生变化时的电流值反演误差进行分析。与 3.2 节中弹性网正则化方法中的求解过程相同，计算当磁场强度理论值叠加±0.5%时的随机相对误差，并设定最大分解次数 $l_{\max}$ 为 7 时 3 个待求电流值的反演误差，结果如图 4 所示。图 4 中，当调整系数 λ 在 0~1 之间变化时，电流的计算误差变化较小，与 3.2 节结果类似，表明贝叶斯弹性网正则化方法仍主要对电流列向量 $\boldsymbol{I}$ 中的系数 A 进行不同程度的参数选择，而对于待求 3 个线电流的计算误差影响较小。

进一步地，当磁场强度理论值分别叠加±0.5%，±2%和±5%之间的随机相对误差，采用贝叶斯弹性网正则化方法，设定最大分解次数 $l_{\max}$ 为 7，正则化调整系数 λ 为 1，得到设置的 3 种情况下电流的计算误差如表 3 所示。随着干扰源与待求线电流产生磁场强度比值的增大，每个误差等级下的线电流反演误差逐渐增大。由于贝叶斯弹性网正则化方法

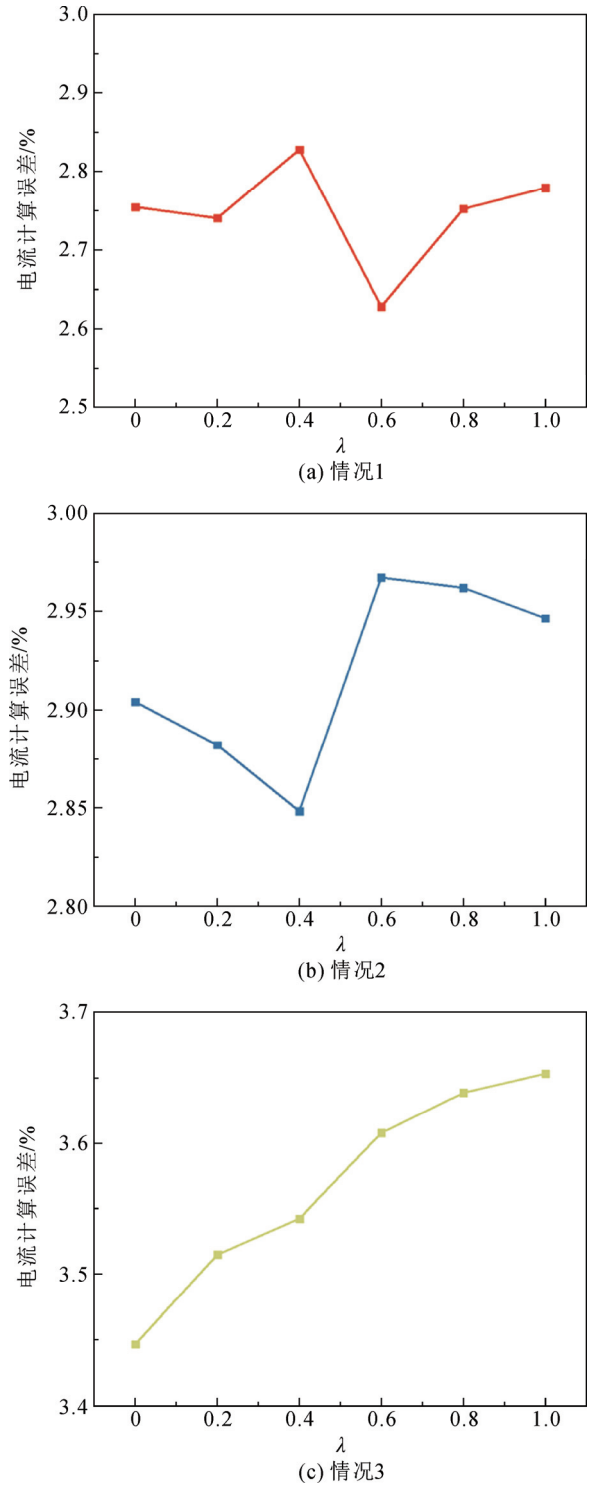


图 3 弹性网正则化中不同 λ 值下的电流参数计算误差

Fig.3 Calculation errors of current parameters under different λ values using elastic net regularization

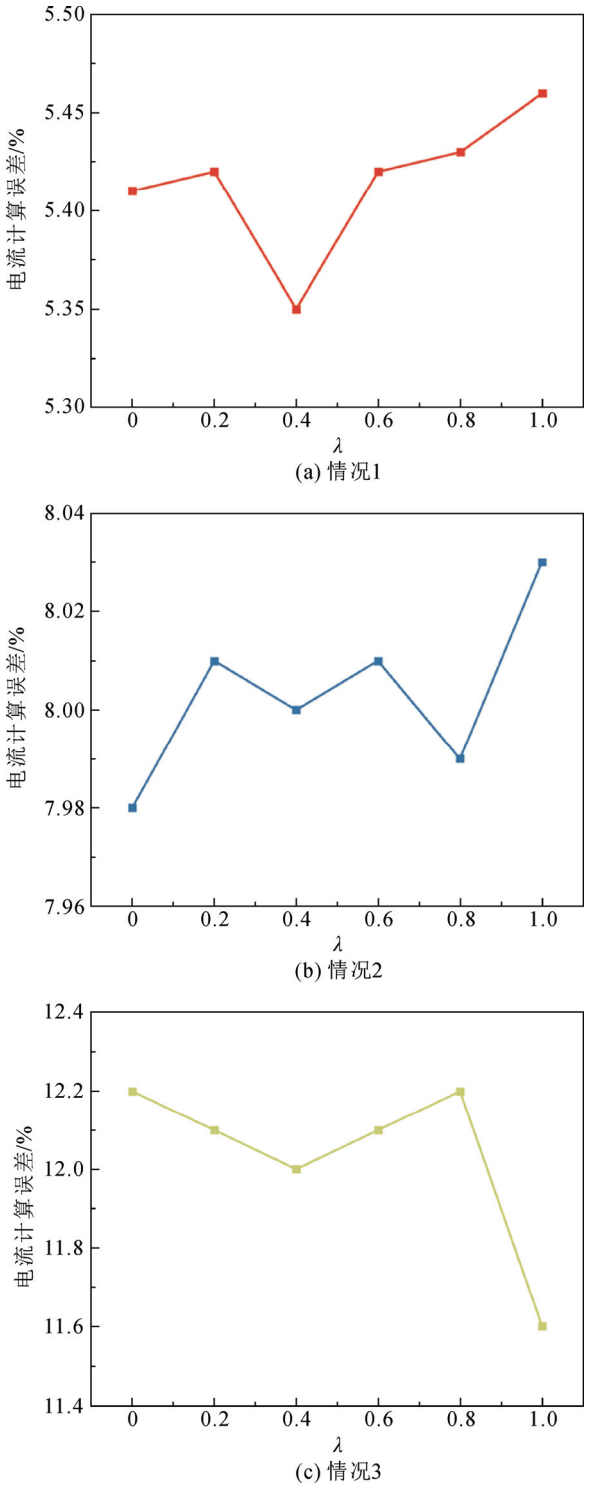


图 4 贝叶斯弹性网正则化中不同 λ 值下的电流参数计算误差

Fig.4 Calculation errors of current parameters under different λ values using Bayesian elastic net regularization

在参数选择时更温和，导致 3 个线电流计算值偏小，因此在求解此种类型的问题时，线电流的反演误差相对于表 2 中弹性网正则化方法下的反演误差较大，但仍远小于干扰源的占比。另一方面，随着磁场强度理论值叠加随机相对误差的增大，线电流的反演误差有增大趋势但并不明显，考虑到贝叶斯弹性网正则化方法得到的是参数的最大后验概率分布，求解过程中使用的先验分布模型对测量误差的敏感性较小，使得其电流计算误差变化相对于 3.2 节中的弹性网正则化方法计算误差较不明显。

表 3　贝叶斯弹性网正则化方法下线电流的反演误差

Table 3　Current inversion error of Bayesian elastic net regularization

参数	情况 1	情况 2	情况 3
平均比值/%	20.1	31.2	59.7
±0.5%误差结果/%	5.46	8.03	11.6
±2%误差结果/%	4.85	10.1	9.77
±5%误差结果/%	6.37	8.75	13.7

总体而言，贝叶斯弹性网正则化方法的计算结果同样对待求电流实现较准确的反演。但由于此种情况下的整体计算误差相比于弹性网正则化方法中的误差偏大，因此在实际计算中将主要采用弹性网正则化方法。

3.4　最大分解次数 l_{max} 对计算的影响

球谐函数中的最大分解次数 l_{max} 对应了引导场矩阵 $\boldsymbol{G}$ 的维数，l_{max} 值过小时无法体现外界干扰源的影响，l_{max} 值过大时将增大运算量，同时将使计算过程不稳定，两类情况都将引起较大的电流计算误差。因此需对 l_{max} 值对计算误差的影响进行分析。

将磁场强度理论值叠加±0.5%之间的随机相对误差，并采用弹性网正则化方法，设正则化调整系数 λ 为 1，得到当最大分解次数 l_{max} 值发生变化时，3 种情况下待求电流的误差如图 5。

由图 5 可知，在 3 种情况下，待求线电流的计算误差随 l_{max} 的增大呈现先减小后缓慢增大的趋势，最初当 l_{max} 值由 1 逐渐增大时，由于引导场矩阵 $\boldsymbol{G}$ 的维数迅速增大，外界干扰源通过球谐函数分解得到的项数迅速增多，对干扰源特征的表达信息增多，从而使得计算误差迅速减小。当 l_{max} 继续增大时，引导场矩阵 $\boldsymbol{G}$ 的维数继续增加，但此时增加项数对外界干扰源特征的有效表达信息越来越少，因此误差变化较小，有缓慢上升的趋势。3 种情况的计算中，外界干扰源产生磁场强度占比最小的情况 1 对 l_{max} 继续增大时的变化最为敏感，由于此时干扰源磁场强度较小，随着 l_{max} 的增大，待求线电流产生磁场强度理论值本身的误差也对计算造成了一定影响，从而使得计算误差有所增加。

当 l_{max} 值变化时，得到情况 2 中电流计算误差的变化情况如表 4 所示。表中，在每种误差水平下，随着传感器个数增加，线电流的计算误差有先减小后增大的趋势，实际拐点位置处，l_{max} 值处于 4~8 之间。虽然磁场强度值自身误差的随机性导致拐点后的部分数据点出现误差下降的情况，但拐点后的计算误差曲线整体仍然呈现增长趋势。而随着误差水平的增大，当 l_{max} 值增大时，计算误差的增大更明显。分析对应，表明此时磁场强度值本身的误差对球谐函数分解方法造成的干扰变大。

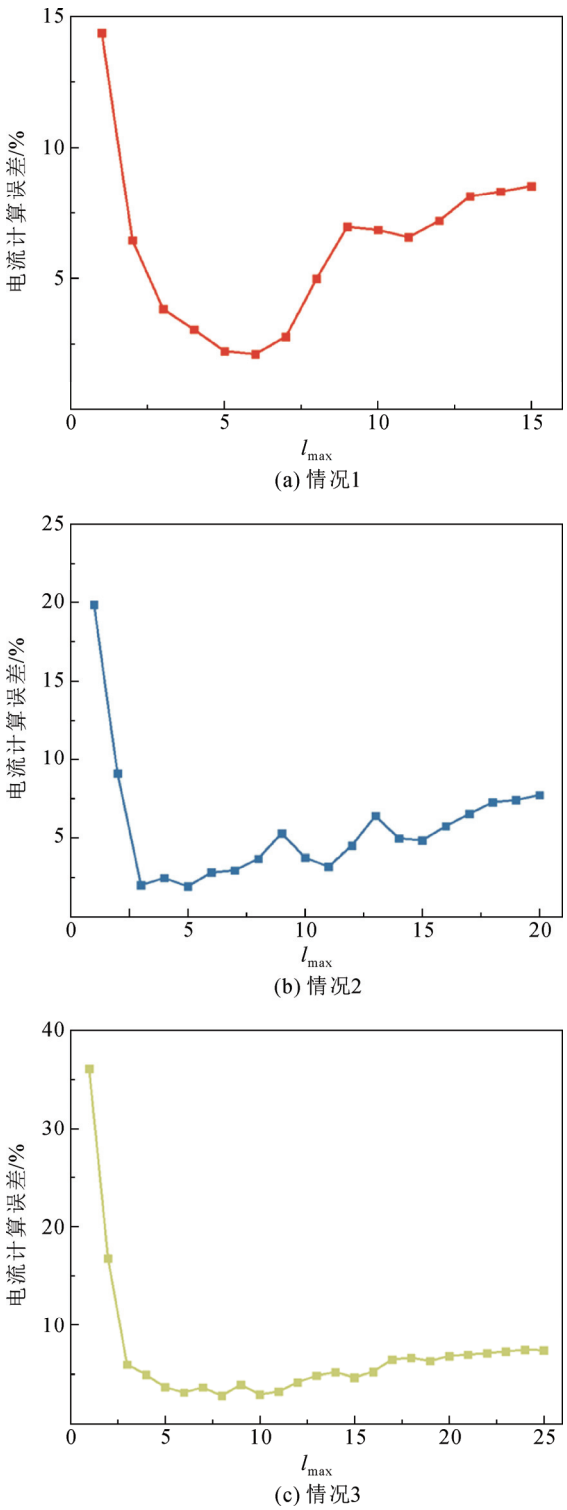


图 5　不同 l_{max} 值下的电流参数计算误差

Fig.5　Calculation errors of current parameters under different l_{max} values

表 4 情况 2 中线电流计算误差随 I_{max} 值的变化关系

Table 4 The calculation error variations with I_{max} values

I_{max}	1	4	6	8	10	15	20
±0.5%误差结果/%	20.10	2.58	2.70	3.51	5.53	6.53	6.67
±2%误差结果/%	20.85	5.81	4.27	4.13	5.47	9.09	9.30
±5%误差结果/%	24.06	12.39	7.32	13.26	11.38	9.45	10.89

根据以上分析，在应用球谐函数分解外界干扰源时，需要根据外界干扰源与被测电流产生磁场强度之比确定合适的最大分解次数 I_{max}，保证电流的反演计算精度，同时提高反演计算过程的反演效率，尽量减小计算时间。

4 结论

1）研究了基于球谐函数分解的磁场传感数据反演电流方法。通过球谐函数对测量时的外部干扰源进行分解，建立了基于球谐函数分解的反演模型。

2）分别采用弹性网正则化和贝叶斯弹性网正则化方法进行线电流的反演，在干扰源磁场强度占被测电流产生磁场强度 60%时，弹性网正则化的计算误差不超过 10%，贝叶斯弹性网正则化的计算误差不超过 15%，均有效地减小了外部干扰源的影响，并表明弹性网正则化方法具有更高的求解精度。

3）分析了球谐函数中最大分解次数对反演结果的影响，采用最优的最大分解次数值在反演计算精度及计算效率方面达到了平衡。

4）该创新技术方案适用于电力系统中复杂电磁环境下的线电流测量及计算，仅采用数学手段实现被测电流的分离，有效提高了线电流计算精度。

参考文献 References

[1] 王成山，罗凤章，张天宇，等. 城市电网智能化关键技术[J]. 高电压技术，2016，42(7)：2017-2027.
WANG Chengshan, LUO Fengzhang, ZHANG Tianyu, et al. Review on key technologies of smart urban power network[J]. High Voltage Engineering, 2016, 42(7): 2017-2027.

[2] 杨 庆，孙尚鹏，司马文霞，等. 面向智能电网的先进电压电流传感方法研究进展[J]. 高电压技术，2019，45(2)：349-367.
YANG Qing, SUN Shangpeng, SIMA Wenxia, et al. Progress of advanced voltage/current sensing techniques for smart grid[J]. High Voltage Engineering, 2019, 45(2): 349-367.

[3] 张东霞，苗 新，刘丽平，等. 智能电网大数据技术发展研究[J]. 中国电机工程学报，2015，35(1)：2-12.
ZHANG Dongxia, MIAO Xin, LIU Liping, et al. Research on development strategy for smart grid big data[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(1): 2-12.

[4] 周 峰，李 鹤，李文婷，等. 大电流测量传感技术综述[J]. 高电压技术，2021，47(6)：1905-1920.
ZHOU Feng, LI He, LI Wenting, et al. Review of high current measurement and sensing technology[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(6): 1905-1920.

[5] 马 钊，周孝信，尚宇炜，等. 未来配电系统形态及发展趋势[J]. 中国电机工程学报，2015，35(6)：1289-1298.
MA Zhao, ZHOU Xiaoxin, SHANG Yuwei, et al. Form and development trend of future distribution system[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(6): 1289-1298.

[6] 刘 东，盛万兴，王 云，等. 电网信息物理系统的关键技术及其进展[J]. 中国电机工程学报，2015，35(14)：3522-3531.
LIU Dong, SHENG Wanxing, WANG Yun, et al. Key technologies and trends of cyber physical system for power grid[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(14): 3522-3531.

[7] 莫会成，闵 琳. 现代高性能永磁交流伺服系统综述——传感装置与技术篇[J]. 电工技术学报，2015，30(6)：10-21.
MO Huicheng, MIN Lin. Summary of modern high performance permanent magnet AC servo system-sensor device and technology[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(6): 10-21.

[8] 胡 军，王 博，盛新富，等. 基于隧穿磁阻效应的宽频微小量程电流传感器设计及噪声分析[J]. 高电压技术，2020，46(7)：2545-2553.
HU Jun, WANG Bo, SHENG Xinfu, et al. Design and noise analysis of weak current sensor with broadband based on tunneling magnetore-sistance effect[J]. High Voltage Engineering, 2020, 46(7): 2545-2553.

[9] 胡 军，赵 帅，欧阳勇，等. 基于巨磁阻效应的高性能电流传感器及其在智能电网的量测应用[J]. 高电压技术，2017，43(7)：2278-2286.
HU Jun, ZHAO Shuai, OUYANG Yong, et al. High performance current sensors based on giant magnetoresistance effect and practical applications in smart grids[J]. High Voltage Engineering, 2017, 43(7): 2278-2286.

[10] 司马文霞，郑荣锋，杨 鸣，等. 基于稀土磁光玻璃的非接触式电流传感器研制及其传感性能[J]. 高电压技术，2020，46(6)：1867-1876.
SIMA Wenxia, ZHENG Rongfeng, YANG Ming, et al. Development and sensing performance of a non-contact current sensor based on rare earth magneto-optic glasses[J]. High Voltage Engineering, 2020, 46(6): 1867-1876.

[11] MENG L C, GAO P F, HAJI M M, et al. Magnetic sensor array-based ac current measurement for multiconductor cables using evolutionary computation method[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2015, 64(10): 2747-2758.

[12] GUO Q, FU P, GAO G, et al. Rectangular magnetic sensor array for current measurement by the quadrature method[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2018, 46(5): 1227-1233.

[13] BERNIERI A, FERRIGNO L, LARACCA M, et al. An AMR-based three-phase current sensor for smart grid applications[J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(23): 7704-7712.

[14] DI RIENZO L, ZHANG Z. Spatial harmonic expansion for use with magnetic sensor arrays[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2010, 46(1): 53-58.

[15] BAZZOCCHI R, DI RIENZO L. Interference rejection algorithm for current measurement using magnetic sensor arrays[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2000, 85(1/3): 38-41.

[16] ITZKE A, WEISS R, WEIGEL R. Influence of the conductor position on a circular array of Hall sensors for current measurement[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(1): 580-585.

[17] WEISS R, MAKUCH R, ITZKE A, et al. Crosstalk in circular arrays

of magnetic sensors for current measurement[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(6): 4903-4909.

[18] GHASEMIFARD F, JOHANSSON M, NORGREN M. Current reconstruction from magnetic field using spherical harmonic expansion to reduce impact of disturbance fields[J]. Inverse Problems in Science and Engineering, 2017, 25(6): 795-809.

[19] TIBSHIRANI R. Regression shrinkage and selection via the lasso: a retrospective[J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B: Statistical Methodology, 2011, 73(3): 273-282.

[20] OU W M, HÄMÄLÄINEN M S, GOLLAND P. A distributed spatio-temporal EEG/MEG inverse solver[J]. NeuroImage, 2009, 44(3): 932-946.



李　鹏

1973—，男，博士，教授级高工

主要从事智能传感、透明电网、新能源与微电网等研发与管理工作

E-mail: lipeng@csg.cn

LI Peng

Ph.D., Professor



马浩宇

1999—，男，博士生

主要从事磁传感器阵列方面的研究工作

E-mail: mahy19@mails.tsinghua.edu.cn

MA Haoyu

Ph.D. candidate



田　兵

1987—，男，博士，高工

主要从事智能传感、透明电网、新能源与微电网等研发工作

E-mail: tianbing@csg.cn

TIAN Bing

Ph.D.

Senior engineer



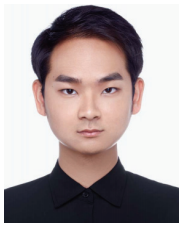
刘　仲

1991—，男，硕士

主要从事智能传感方面的研究工作

E-mail: liuzhong@csg.cn

LIU Zhong



吕前程

1996—，男，硕士

主要从事电流传感器方面的研究工作

E-mail: lvqc@csg.cn

LÜ Qiancheng



胡　军(通信作者)

1976—，男，博士，教授，博导

主要从事智能传感器、电力系统过电压与绝缘配合、电介质材料方面的研究工作

E-mail: hjun@tsinghua.edu.cn

HU Jun

Ph.D., Professor

Corresponding author

收稿日期　2022-09-14　修回日期　2022-12-27　　编辑　卫李静