DOI:10.14188/j.2095-6045.20260383

文章编号:2095-6045(2026)05-0083-07

一种大地测量参数估计的改进型龙卷风优化算法

王乐洋[1,2]　吴　昊[1,2]　肖　浩[1,2]

1 东华理工大学测绘与空间信息工程学院,江西 南昌,330013

2 东华理工大学自然资源部环鄱阳湖区域矿山环境监测与治理重点实验室,江西 南昌,330013

An Improved Tornado Optimizer with Coriolis Force for Geodetic Parameter Estimation

WANG Leyang[1,2]　*WU Hao*[1,2]　*XIAO Hao*[1,2]

1 School of Surveying and Geoinformation Engineering, East China University of Technology, Nanchang 330013, China

2 Key Laboratory of Mine Environmental Monitoring and Improving Around Poyang Lake of Ministry of Natural Resources, East China University of Technology, Nanchang 330013, China

摘　要:针对大地测量参数估计中传统方法对初值敏感、易陷局部最优及难以有效处理复合误差模型等问题,本文基于龙卷风优化算法(TOC)提出两种改进策略,构建改进型龙卷风优化算法(ITOC)。其一,引入基于种群多样性和迭代次数自动调整搜索步长的调节机制,动态平衡全局探索与局部开发;其二,采用Lévy飞行替代原有随机扰动策略,增强算法在复杂多峰目标函数中的逃逸能力与鲁棒性。为验证算法性能,本文设计了两类典型算例,实验证明,ITOC在求解精度、收敛稳定性及抗差性方面均具明显优势,为大地测量复杂模型参数估计提供了一种高效、稳健的智能优化新途径。

关键词:大地测量;参数估计;龙卷风优化算法;群智能算法

中图分类号:P227;TP18;P22

文献标志码:A

Abstract: Aiming at the problems in the parameter estimation of geodesy, such as the high sensitivity of traditional methods to initial values, the tendency to fall into local optima, and the difficulty in effectively handling composite error models, this paper proposes two improved strategies based on the tornado optimizer with Coriolis force (TOC) and constructs an improved tornado optimizer with Coriolis force (ITOC). First, it introduces an adjustment mechanism that automatically tunes the search step size based on population diversity and iteration counts to dynamically balance global exploration and local exploitation. Second, Lévy flight is adopted to replace the original random perturbation strategy, enhancing the algorithm's escape capability and robustness when dealing with complex multi-modal objective functions. To verify the algorithm performance, two types of typical numerical examples are designed and experiments demonstrate that ITOC boasts distinct advantages in solution accuracy, convergence stability and robustness against outliers, offering an efficient and robust new intelligent optimization approach for parameter estimation of complex geodetic measurement models.

Key words: geodesy; parameter estimation; tornado optimizer with coriolis force; swarm intelligence algorithm

大地测量参数估计是处理观测数据、提取模型参数并进行质量评估的核心理论。随着测量技术的发展,参数估计理论已从经典的最小二乘估计(least squares,LS)演进为多元化的现代估计体系。

针对观测数据中含有的粗差,发展出了稳健估计(robust estimation,RE)理论;针对系数矩阵(设计矩阵)含有随机误差的情况,发展出了总体最小二乘[1,2](Total Least Squares,TLS)、变量含误差[3,4](errors-in-variables,EIV)模型、部分变量含误差[5,6](Partial errors-in-variables,PEIV)模型与非线性模型的精度评定(如Sterling插值[7]、Bootstrap方法[8,9])以及混合误差模型[10];近年来,针对非线性强、多峰值等复杂问题,研究热点聚焦于高效解法的处理,群智能算法[11]与元启发式算法[12]被引入其中。

田劲松等[13]于2013年将人工鱼群算法(artificial fish-swarm algorithm,AFSA)应用于测量平差参数估计中,并将其用于解决法方程系数阵秩亏和

引用格式:王乐洋,吴昊,肖浩.一种大地测量参数估计的改进型龙卷风优化算法[J].测绘地理信息,2026,51(5):83-89(WANG Leyang,WU Hao,XIAO Hao. An Improved Tornado Optimizer with Coriolis Force for Geodetic Parameter Estimation[J]. Journal of Geomatics,2026,51(5):83-89)

基金项目:国家自然科学基金(42574064)。

病态方程问题，通过水准网和病态方程实例验证，结果表明AFSA在参数估计精度和收敛稳定性方面均优于LS和传统秩亏自由网平差，尤其在鲁棒性强、对初值不敏感、不需线性化处理等方面表现出显式优势，为测量平差中复杂模型的参数估计提供了一种易于实现且高效的方法。王永弟等[14]于2015年将猫群优化算法（cat swarm optimization，CSO）应用于非线性模型参数估计，作者将其用于求解指数型非线性模型的参数估计问题，并与几种算法进行对比，结果表明，猫群算法在参数估计误差与残差拟合方面均优于其他对比方法，尤其在避免线性化误差、提升收敛稳定性方面表现出优势，为非线性模型参数估计提供了一种有效且控制参数较少的智能算法途径。Yetkin[15]于2018年提出了一种基于元启发式算法的线性模型稳健参数估计方法，通过引入和声搜索算法（harmony search algorithm，HSA）等智能优化策略替代传统的迭代重加权过程，解决了传统抗差估计对初值敏感和易陷入局部最优的问题，并在含有多个粗差的模拟水准网中证明了该方法具有比IGG等经典抗差方案更强的鲁棒性。Wang等[16]将改进的猫群优化算法（the improved cats warm optimization combined with powell method，PCSO）应用于混合加性和乘性随机误差模型的参数估计，求解直线拟合和数字高程模型两类不同非线性程度的加乘性误差模型参数估计问题，并与PSO、加权最小二乘（weighted least squares，WLS）、LS和CSO进行对比。结果表明，PCSO在收敛速度、搜索精度和稳定性方面均优于CSO和PSO，能够在不进行复杂权阵求导的情况下获得与WLS一致的结果，为加性乘性混合型误差模型的参数估计提供了一种无须导数计算且高效稳定的智能优化方法。

Wang等[17]2024年将具有混沌自适应参数的改进人工大猩猩部队优化器（improved artificial gorilla troops optimizer with chaotic adaptive parameters，CAGTO）应用于加性乘性混合型误差模型的参数估计，该算法由Abdollahzadeh等在2021年提出，作者针对原始算法关键参数缺乏自适应调节、在初始化种群遍历性差等问题，构建线性和非线性自适应参数以平衡全局探索与局部开发，并引入分段混沌映射（PWLCM）初始化种群以增强全局搜索能力，提出了适用于不同问题的两种CAGTO算法。将其用于GPS高程拟合、数字高程模型及复杂非线性加性乘性混合型误差模型的参数估计，并与最小二乘法、加权最小二乘法、高斯-牛顿法及多种群智能算法进行对比。结果表明，CAGTO在不需导数计算的情况下，能够获得优于WLS的参数估计结果，尤其在处理高非线性、多峰值目标函数时，在稳定性、收敛速度和搜索精度方面均表现出显著优势，为加性乘性混合型误差模型的参数估计提供了一种全局搜索性能优越、自适应能力强且无须导数的方法[17]。Wang等[18]于2025年将蜣螂优化算法（dung beetle optimizer，DBO）与凝聚函数法相结合，应用于含不等式约束的加性乘性混合型误差模型参数估计，该算法针对加性误差与乘性误差的差异，对原始算法进行了改进，提出了取值范围收缩与双公式并行运行机制，并结合最大熵原理构造了可处理的凝聚约束函数。通过直线拟合与数字高程模型两类实例验证，结果表明，蜣螂算法在参数估计精度、计算效率、鲁棒性及对病态问题的适应能力方面均优于LS、WLS和偏差校正加权最小二乘（Bias-corrected weighted least squares，bcWLS），尤其在不需梯度信息、处理无效约束、迭代容错率高方面展现出显著优势，为加乘性混合误差模型下的不等式约束参数估计提供了一种新颖且高效的智能优化途径。

本文则根据不同参数估计问题的特性，对龙卷风优化算法（tornado optimizer with coriolis force，TOC）采取针对性的策略改进，以构造改进型龙卷风优化算法（improved tornado optimizer with coriolis force，ITOC）来进行参数估计，实验结果表明ITOC得到的优化结果优于传统算法和TOC。

1 方法

1.1 龙卷风优化算法

龙卷风优化算法由Malik Braik于2025年提出，是一种基于自然现象启发的群智能算法[19]，该算法通过模拟龙卷风、雷暴和风暴的运动特性来解决高维、非线性的优化问题。其核心思想是将搜索空间中的候选解分为三类：龙卷风（Tornado）、雷暴（Thunderstorms）和风暴（Windstorms），分别代表全局最优解、次优解和普通解，算法通过以下步骤实现优化[19]。

1）初始化种群：在给定的搜索空间$[lb_j, ub_j]$内随机生成n个初始解：

$$\boldsymbol{y}_{i,j} = lb_j + \text{rand}\cdot\left(ub_j - lb_j\right),\ i = 1, 2, \cdots, n \quad (1)$$

式中，$\boldsymbol{y}_{i,j} \in R^{\dim}$是第$j$维中的第$i$个解，$\text{rand} \in [0, 1]$。根据目标函数fobj计算适应度$\text{fit}_{i,j} = \text{fobj}(\boldsymbol{y}_{i,j})$，按升序排序，选出1个龙卷风、3个雷暴和$n-4$个风暴[17]。

2）速度更新：风暴速度通过惯性、龙卷风吸引力、随机扰动以及科里奥利力（Coriolis Force）进行

更新,吸引风暴向龙卷风移动,同时保持一定的探索能力。速度更新公式如下[19]:

$$\boldsymbol{v}_{i,j}^{t+1}=\begin{cases}\eta\left(\mu\boldsymbol{v}_{i,j}^{t}-c\dfrac{fR_l}{2}+\sqrt{CF_l}\right), & \text{rand}\geqslant 0.5\\ \eta\left(\mu\boldsymbol{v}_{i,j}^{t}-c\dfrac{fR_r}{2}+\sqrt{CF_r}\right), & \text{rand}<0.5\end{cases}\tag{2}$$

式中,$\boldsymbol{v}_{i,j}^{t+1}$、$\boldsymbol{v}_{i,j}^{t}$为第$j$维的第$i$个风暴在第$t+1$次和第$t$次迭代时的速度向量;$\eta=\dfrac{2}{|2-\chi-\sqrt{\chi^2-4\chi}|}$;$\chi=4.1$,为速度缩放因子;$\mu=0.5+\text{rand}/2$为惯性权重;rand$\in[0,1]$为均匀随机数。$c=b_r\cdot\delta_1\cdot(0.5+\text{rand})$,$b_r=100\,000$;$\delta_1\in[-1,1]$为吸引力系数;$f=2\omega\cdot\sin(-1+\text{rand})$,$\omega=7.292\,115\times10^{-5}$rad/s为地球自转角速度。自适应参数左旋半径$R_l$和自适应参数右旋半径$R_r$的大小分别为:

$$R_l=\frac{2}{1+\exp\left(\dfrac{-t+\dfrac{\max_{it}}{2}}{2}\right)}\tag{3}$$

$$R_r=-\frac{2}{1+\exp\left(\dfrac{-t+\dfrac{\max_{it}}{2}}{2}\right)}\tag{4}$$

式中,$CF_l=\dfrac{f^2{R_l}^2}{4}-R_l\cdot\oslash_{i,j}^{t}$,$CF_r=\dfrac{f^2{R_r}^2}{4}-R_r\cdot\oslash_{i,j}^{t}$;$\oslash_{i,j}^{t}=\boldsymbol{y}_o^t-\boldsymbol{y}_w^t$为龙卷风与当前风暴的位置差,其中$\boldsymbol{y}_o(t)$为当前龙卷风位置,$\boldsymbol{y}_w(t)$为当前风暴位置。

若$CF_l<0$或$CF_r<0$,则取绝对值。通过引入科里奥利力项(包含f、R_l/R_r、CF_l/CF_r),模拟了北半球/南半球风暴旋转方向的偏转效应,从而增强算法的全局探索能力和旋转动态特性。

3)位置更新:该过程有以下三个步骤:

①风暴到龙卷风的探索阶段:

$$\boldsymbol{W}_{i,j}^{t+1}=\boldsymbol{W}_{i,j}^{t}+2\alpha\left(\boldsymbol{T}_{1,j}-\boldsymbol{W}_{\text{rand}}^{t}\right)+\boldsymbol{v}_i^t\tag{5}$$

式中,$\alpha=|2\cdot ay\cdot\text{rand}-\text{rand}|$;$\boldsymbol{T}_{1,j}$为第1个龙卷风个体在第$j$维搜索空间中的位置坐标;$\boldsymbol{W}_{\text{rand}}^{t}$为随机风暴位置;$ay=\dfrac{\max_{it}-(t^2/\max_{it})}{\max_{it}}$。

②风暴到雷暴的利用阶段:

$$\boldsymbol{W}_{i,j}^{t+1}=\boldsymbol{W}_{i,j}^{t}+2\cdot\text{rand}\cdot\left(\boldsymbol{H}_k^t-\boldsymbol{W}_{i,j}^{t}\right)+2\cdot\text{rand}\left(\boldsymbol{T}_{1,j}-\boldsymbol{W}_{i,j}^{t}\right)\tag{6}$$

式中,$\boldsymbol{H}_k^t$为第k个雷暴位置。

③雷暴到龙卷风的进化阶段:

$$\boldsymbol{H}_{i,j}^{t+1}=\boldsymbol{H}_{i,j}^{t}+2\alpha\left(\boldsymbol{H}_{i,j}^{t}-T_1\right)+2\alpha\left(\boldsymbol{H}_{\text{rand}}^{t}-\boldsymbol{H}_{i,j}^{t}\right)\tag{7}$$

式中,$\boldsymbol{H}_{\text{rand}}^{t}$为随机雷暴位置。

4)边界处理:确保所有解在上下界范围内,并将权重约束在[0,1]之间以满足优化问题的需求。

$$\boldsymbol{W}_{i,j}^{t+1}=\min\left(\max\left(\boldsymbol{W}_{i,j}^{t},0\right),1\right)\tag{8}$$

5)随机扰动当风暴与龙卷风或雷暴距离小于阈值$v=(0.1\cdot\exp(-0.1\cdot\left(\dfrac{t}{\max_{it}}\right)^{0.1}))^{16}$时,添加随机扰动:

$$\boldsymbol{W}_{i,j}^{t+1}=\boldsymbol{W}_{i,j}^{t}-2\cdot ay\cdot\left(\text{rand}\cdot\left(ub_j-lb_j\right)-lb_j\right)\cdot\delta_2\tag{9}$$

式中,$\delta_2\in[-1,1]$。

6)迭代优化:通过$\max_{it}$次迭代,逐步更新种群位置和适应度,并记录全局最优解。

1.2　算法改进策略

TOC的优点在于其简单性和对全局搜索的强大能力,适用于高维、非线性优化问题。然而,由于其随机性较强,可能在局部搜索中收敛速度较慢,容易陷入局部最优;且TOC固有的强随机性导致后期收敛速度较慢,在处理大地测量中常见的高维非线性、多峰且带噪声的目标函数时,容易陷入局部最优或因扰动不足而难以达到理想参数估计精度。为此,本文针对大地测量中参数估计问题的特点,在算法中引入以下两点针对性改进策略,共同构成改进型龙卷风优化算法(improved tornado optimizer with coriolis force,ITOC)。

1.2.1　基于种群多样性与迭代进度的自适应惯性权重调节机制

TOC的惯性权重μ仅采用简单的随机形式($\mu=0.5+\text{rand}/2$),无法根据搜索状态动态平衡探索与开发能力。为此,引入种群多样性指标与非线性递减因子相结合的自适应惯性权重[20]:

$$\mu^t=\mu_{\min}+\left(\mu_{\max}-\mu_{\min}\right)\cdot\left(1-\frac{t}{t_{\max}}\right)^2\cdot\frac{D_{\text{div}}^{t}}{D_{\text{div}}^{0}}\tag{10}$$

式中,D_{div}^{t}为第t代种群的空间多样性,定义为风暴群体相对龙卷风位置的平均归一化距离:

$$D_{\text{div}}^{t}=\frac{1}{n_w}\sum_{i=1}^{n_w}\frac{\left\|\boldsymbol{W}_{i,j}^{t}-\boldsymbol{T}_1(t)\right\|}{\left\|ub_j-lb_j\right\|}\tag{11}$$

将式(10)代入原始速度更新公式(2),得到改进后的速度更新方程:

$$\boldsymbol{v}_{i,j}^{t+1}=\eta\left(\mu^t\boldsymbol{v}_{i,j}^{t}+c\left(\boldsymbol{T}_{1,j}-\boldsymbol{W}_{i,j}^{t}\right)+\text{rand}\cdot 0.1\left(ub_j-lb_j\right)\right)\tag{12}$$

该策略的针对性在于[21]：早期种群多样性高时保持较大惯性权重，增强全局探索以跳出多峰陷阱；后期种群多样性下降且迭代充分时，惯性权重快速减小，加速向龙卷风(全局最优)收敛，显著提升了高精度参数估计所需的后期精细化能力。

1.2.2 基于Lévy飞行的高效跳跃扰动机制

在含粗差、乘性误差和强噪声的实际大地测量观测模型中，目标函数景观极为复杂，传统高斯型随机扰动(见式(9))步长较小，难以有效逃离局部最优。为此，本文将原始随机扰动替换为Lévy飞行机制(重尾分布)[22]，其数学特征恰为具有无限方差的重尾分布，这种高频短步探索结合偶然长距离跳跃的机制，在物理机理上高度契合了对强噪声和粗差的免疫需求，使算法能够有效穿透由加乘性混合误差造成的局部突变空间，适合参数估计中的粗差抗扰与深谷逃逸，实现稳健的全局寻优。改进后的扰动公式为：

$$\boldsymbol{W}_{i,j}^{t+1}=\boldsymbol{W}_{i,j}^{t}+\alpha(t)\cdot\mathrm{Levy}(\lambda)\cdot\left(ub_j-lb_j\right) \tag{13}$$

其中，Levy(λ)采用Mantegna算法生成：

$$\mathrm{Levy}(\lambda)=\frac{u}{|v|^{\frac{1}{\lambda}}} \tag{14}$$

$$\sigma_u=\left(\frac{\Gamma(1+\lambda)\cdot\sin\left(\frac{\pi\lambda}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\lambda}{2}\right)\cdot\lambda\cdot2^{\frac{\lambda-1}{2}}}\right)^{\frac{1}{\lambda}} \tag{15}$$

式中，$\alpha(t)=0.01\times(1-t/t_{\max})$实现自适应衰减，$\Gamma$为伽马函数，$u$、$v$为Lévy飞行步长生成过程中的两个关键随机变量，具体来说，它们用于计算步长的大小和方向[17]，$u\sim N(0,\sigma_u^{\,2})$，$v\sim N(0,\sigma_v^{\,2})$，$\sigma_v=1$，$\lambda=1.5$。

以上策略在参数估计中具有一定优势：Lévy飞行的大步长特性能在高噪声环境下快速跳出由粗差或乘性误差造成的伪最优劣势，同时后期小步长又能保证精细收敛，与自适应惯性权重形成相互补充。

2 算例分析

2.1 算例分析Ⅰ：非线性模型

2.1.1 实验设计

本例选自文献[23]中的例2-1-1，问题可概括为有一数学表达式为$L_i=x_1\times e^{ix_2}$的非线性模型，其中参数的真值为$X=(5.420\,136\,187,0.254\,361\,89)$，同时给出了$L_i$的5个同精度独立观测值和相应的5个真值[14]，见表1，要求对x进行参数估计[19]。

表 1 L_i的观测值与真值

Tab. 1 The Observations and True Values of L_i

i	观测值	真值
1	4.20	4.202 834
2	3.25	3.258 924
3	2.52	2.527 006
4	1.95	1.959 469
5	1.51	1.519 394

2.1.2 实验结果与对比分析

为验证TOC和ITOC的性能，通过已有模型及所给的参数信息等进行参数估计，将TOC和ITOC与其他方法的结果列于表2。

为更直观地展示算法之间的细小差异，根据各算法的估计值与真值之间的差值所得到的二维点，现将其绘制于坐标系上，考虑到非线性最小二乘和粒子群算法的结果一致，在图中合并展示，见图1，可根据图中各算法结果与真值距离的远近来直观判断各算法的优劣，从图中可观察到ITOC得到的估计结果与真值最为接近，表明其估计效果在以上算法中属最好。

此次实验从两个方面来评价参数估计的精度：一是各估计结果的误差L_2范数(位于表2第6列)；二是各估计结果的归一化差异值(位于表2第7列，将其可视化可见图见图3所示2)。从图2和表2中的信息可以得到，计算结果误差较大的依次为线性化最小二乘和遗传算法，误差结果较小的依次为模拟退火、非线性最小二乘/粒子群、TOC和猫群优化算法，误差结果最小的为ITOC，其参数估计结果评价标准精度极高，仅为$2.176\,9\times10^{-5}$，比其他算法的结果小了一个数量级。ITOC之所以能得到如此高精度的解，得益于以上两种策略的结合。

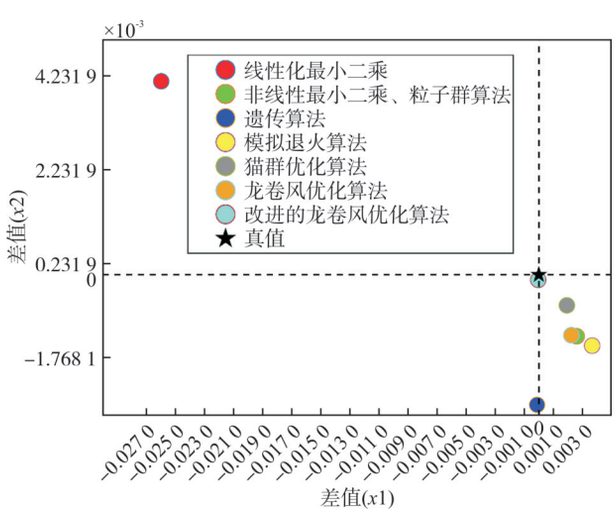


图 1 估计值与真值之间的差异

Fig. 1 Differences Between Estimated and True Values

表 2　各种算法所得结果的比较

Tab. 2　Comparison of the results Obtained by Various Algorithms

算法名称	x_1	x_2	Δx_1	Δx_2	$\|\Delta x\|$	归一化差异值
真值	5.420 136	0.254 362	—	—	—	—
线性化最小二乘	5.394 142	0.250 246	2.6×10^{-2}	4.1×10^{-3}	2.63×10^{-2}	$4.850\,3\times10^{-3}$
非线性最小二乘	5.422 745	0.255 672	2.6×10^{-3}	1.3×10^{-3}	2.9×10^{-3}	$5.380\,1\times10^{-4}$
遗传算法	5.420 016	0.257 130	1×10^{-4}	2.8×10^{-3}	2.8×10^{-3}	$5.106\,3\times10^{-4}$
模拟退火算法	5.423 806	0.255 871	3.7×10^{-3}	1.5×10^{-3}	4×10^{-3}	$7.312\,8\times10^{-4}$
粒子群算法	5.422 745	0.255 672	2.6×10^{-3}	1.3×10^{-3}	2.9×10^{-3}	$5.380\,1\times10^{-4}$
猫群优化算法	5.422 067	0.255 013	1.9×10^{-3}	7×10^{-4}	2×10^{-3}	$3.755\,3\times10^{-4}$
龙卷风优化算法	5.422 377	0.255 649	2.24×10^{-3}	1.2×10^{-3}	$2.583\,8\times10^{-3}$	$4.761\,7\times10^{-4}$
改进的龙卷风优化算法	5.420 092	0.254 472	4×10^{-5}	1×10^{-4}	1.181×10^{-4}	2.177×10^{-5}

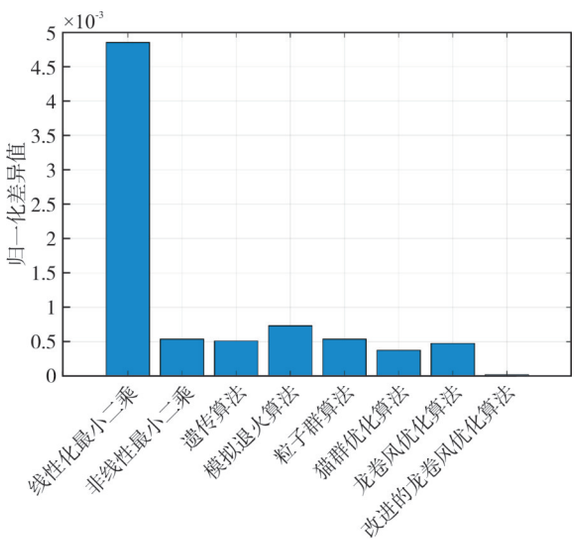


图 2　不同算法的归一化差异值比较

Fig. 2　Comparison of Normalized Difference Values Among Different Algorithms

2.2　算例分析Ⅱ:加性乘性混合型误差模型的线性模型

实际大地测量数据处理中,观测值常受到多种误差源的耦合影响,传统平差方法在此类场景下往往表现受限[24]。为全面评估ITOC在模拟真实复杂观测环境下的参数估计性能,本节设计并构建了一个同时包含加性误差、乘性误差与粗差[25]的复合误差线性模型仿真实验。本实验旨在验证ITOC在高噪声、非高斯干扰下的鲁棒性与估计精度[26]。

2.2.1　实验设计

本算例实验采用模拟数据进行算法性能评估,其中模拟数据通过若干个高斯函数[27]叠加生成,每个高斯函数表示为:

$$f_i(x,y)=\exp\left(-\frac{(x_1-x_i)^2+(y_1-y_i)^2}{350}\right) \tag{16}$$

式中,(x_i,y_i)为第i个高斯函数的中心点,共设置了6个高斯函数,中心点分别为(40,45)、(40,33)、(35,35)、(26,27)、(35,35)、(39,41)。通过赋予各高斯函数特定系数进行线性叠加,生成无噪声的理论真值曲面:

$$z=56f_1+44f_2+21f_3+30f_4+164f_5+108f_6 \tag{17}$$

待估参数即为这六个系数构成的向量$\boldsymbol{X}_{\text{true}}=[56,44,21,30,164,108]^{\text{T}}$。在空间范围$[-90,90]\times[-90,90]$的区域内,以间隔4进行系统采样,总共生成$46\times46=2\,116$个规则网格点。在此基础上,为模拟实际观测中复杂的误差环境,采用乘性误差和加性误差相结合的复合误差模型[28]:

$$\bar{z}=z\times(1+e_m)+e_a \tag{18}$$

式中,$e_m\sim N(0,0.05^2)$表示乘性误差;$e_a\sim N(0,0.15^2)$表示加性误差。此外,为测试算法对粗差的稳健性,随机选取10%(2 116×10%≈211个)的观测点添加粗差,粗差大小为该点标准差的10倍[29]。

所有方法均对$\bar{z}$进行参数估计,评估指标包括估计值、标准差和误差范数。对于TOC和ITOC,记录输出最优结果。使用五种方法来估计并对比性能评价指标。实验中对TOC和ITOC的主要参数设置为:设置种群数为20,最大迭代次数100;初始参数搜索范围以缩小搜索空间和提高收敛效率为出发点,以WLS结果X_{WLS}为基准,设置搜索上下界为$X_{\min}=\max(0,X_{\text{WLS}}-20)$、$X_{\max}=X_{\text{WLS}}+20$。

2.2.2　实验结果与对比分析

通过采用六组高斯函数系数数据并应用LS、加权最小二乘(weighted least squares,WLS)、偏差修正加权最小二乘(bias-corrected weighted least squares,bcWLS)、TOC和ITOC方法来估计参数,实验结果如表3和表4所示。

表3详细列出了五种方法对六个参数的具体估计值及其标准差。表4则给出了各方法的L_2误差范数的对比结果。

将6个参数的标准差组成向量,表示为:

$$\boldsymbol{\sigma}=[\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4,\sigma_5,\sigma_6]$$

于是得到:

表 3 各方法参数估计结果

Tab. 3 Parameter Estimation Results of Each Method

数据	真实值	估计结果	WLS	bcWLS	LS	TOC	ITOC
$X1$	56	$X1$估计值	55.736 0	55.570 6	55.305 5	56.247 3	55.806 0
		$X1$标准差	0.264 0	0.429 4	0.694 5	0.247 3	0.194 0
$X2$	44	$X2$估计值	43.763 0	43.691 4	40.379 5	42.962 6	43.557 5
		$X2$标准差	0.237 0	0.308 6	3.620 5	1.037 4	0.442 5
$X3$	21	$X3$估计值	22.797 4	22.565 8	29.539 0	20.765 3	21.232 8
		$X3$标准差	1.797 4	1.565 8	8.539 0	0.234 7	0.232 8
$X4$	30	$X4$估计值	29.575 4	29.510 2	28.509 8	31.395 9	30.158 5
		$X4$标准差	0.424 6	0.489 8	1.490 2	1.395 9	0.158 5
$X5$	164	$X5$估计值	165.841 5	165.394 2	166.049 2	162.773 0	164.678 7
		$X5$标准差	1.841 5	1.394 2	2.049 2	1.227 0	0.678 7
$X6$	108	$X6$估计值	107.699 7	107.491 1	105.233 2	108.335 1	108.187 5
		$X6$标准差	0.300 3	0.508 9	2.766 8	0.335 1	0.187 5

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{WLS}}=[0.264\,0, 0.237\,0, 1.797\,4, 0.424\,6, 1.841\,5, 0.300\,3]$$
$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{bcWLS}}=[0.429\,4, 0.308\,6, 1.565\,8, 0.489\,8, 1.394\,2, 0.508\,9]$$
$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{LS}}=[0.694\,5, 3.620\,5, 8.539\,0, 1.490\,2, 2.049\,2, 2.766\,8]$$
$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{TOC}}=[0.247\,3, 1.037\,4, 0.234\,7, 1.395\,9, 1.227\,0, 0.335\,1]$$
$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{ITOC}}=[0.194\,0, 0.442\,5, 0.232\,8, 0.158\,5, 0.678\,7, 0.187\,5]$$

其二范数$\|\boldsymbol{\sigma}\|$的计算公式为：

$$\|\sigma\|=\sqrt{\sigma_1{}^2+\sigma_2{}^2+\sigma_3{}^2+\sigma_4{}^2+\sigma_5{}^2+\sigma_6{}^2} \quad (19)$$

计算上述五种方法的L_2误差范数填入表4，将其可视化绘制成误差范数统计图，如图3所示，ITOC得到的估计结果误差范数最低。

表 4 不同方法误差范数对比

Tab. 4 Comparison of Error Norms of Different Methods

方法	WLS	bcWLS	LS	TOC	ITOC
误差范数	2.649 2	2.274 6	10.029 0	2.181 4	0.899 2

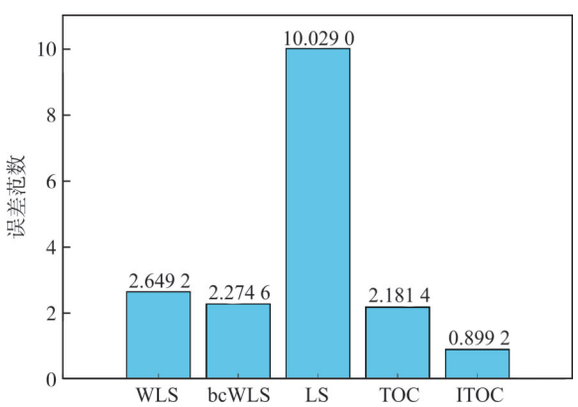


图 3 误差范数对比图

Fig. 3 Comparison Chart of Error Norms

首先，从参数估计的准确性分析，观察表3中的“估计值”一栏可以发现，对于多数参数（如$X1$，$X3$，$X4$，$X5$，$X6$），ITOC所得结果最为接近真实值。特别是在真实值较大的$X5$（164）和$X6$（108）参数上，ITOC的估计偏差远小于其他方法，展现了其处理不同量级参数时的稳定性。相比之下，TOC在部分参数（如$X2$，$X3$）上出现了较明显的估计偏差，表明其稳定性不足。

其次，从估计精度的稳定性分析，标准差是衡量估计结果可靠性的关键指标。通过计算各方法标准差向量的L_2范数（$\|\boldsymbol{\sigma}\|$）可以对其整体精度进行量化比较。结果显示：$\|\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{ITOC}}\|=0.899\ 2$，$\|\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{TOC}}\|=2.181\ 4$，$\|\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{WLS}}\|=2.649\ 2$，$\|\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{bcWLS}}\|=2.274\ 6$，$\|\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{LS}}\|=10.029\ 0$。ITOC的标准差范数最小，且在六个参数中有四个（$X1$，$X3$，$X4$，$X6$）取得了最小的个体标准差，这说明ITOC不仅估计结果更准，其估计过程的波动性也更小，输出的解具有更高的可重复性和置信度。这一显著的估计效果，直接归因于引入了自适应调整机制并增强了全局探索能力，有效地克服了基础算法易陷入局部最优、收敛精度不足的缺陷。

3 结束语

本文聚焦大地测量中复杂非线性与含复合误差线性模型的参数估计问题，提出了基于改进型龙卷风优化算法（ITOC）的参数估计方法。针对群智能算法后期收敛放缓与易陷局部最优的局限，ITOC采用两种增强策略：一方面引入自适应惯性权重动态调节机制，平衡全局探索与局部开发；另一方面借鉴Lévy飞行扰动策略，提升在多峰解空间中的寻优效率与鲁棒性。通过两组代表性算例验证，第一组针对非线性指数模型，ITOC在误差范数与归一化差异值两项指标上均达最优，精度较对比方法高出一个数量级；第二组针对含加性误差、乘性误差及粗差的复杂线性模型，ITOC在绝大多数参数估计中

取得最接近真值的解,且标准差最小,展现出优异的抗差性与稳定性。实验表明,ITOC在收敛速度、求解精度与稳定性方面均显著优于TOC及其他传统或智能优化算法。本文为将改进的群体智能算法应用于更广泛的大地测量数据处理问题奠定了理论基础与实验依据。

参 考 文 献

[1] 王乐洋, 余航. 总体最小二乘联合平差[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2016, 41(12): 1 683-1 689

[2] Zuo Qian, Wei Yimin, Xiang Hua. Quantum-Inspired Algorithm for Truncated Total Least Squares Solution [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2024, 451: 116042

[3] 王乐洋, 邹传义, 吴璐璐. EIV模型参数求解的超球体单行采样法[J]. 测绘科学技术学报, 2018, 35(4): 368-372

[4] Xu Peiliang. The Effect of Errors-in-Variables on Variance Component Estimation [J]. Journal of Geodesy, 2016, 90(8): 681-701

[5] 王乐洋, 丁锐, 吴璐璐. SUT法偏差改正的Partial EIV模型方差分量估计及其精度评定[J]. 大地测量与地球动力学, 2019, 39(7): 711-716

[6] 王乐洋, 温贵森. 偏差改正的Partial EIV模型方差分量估计[J]. 测绘学报, 2019, 48(4): 412-421

[7] Wang Leyang, Zou Chuanyi. Accuracy Analysis and Applications of the Sterling Interpolation Method for Nonlinear Function Error Propagation [J]. Measurement, 2019, 146: 55-64

[8] 王乐洋, 李志强. 非线性模型精度评定的Bootstrap方法及其加权采样改进方法[J]. 测绘学报, 2021, 50(7): 863-878

[9] 王乐洋, 李志强. 震源参数反演及精度评定的Bootstrap方法[J]. 地球物理学报, 2021, 64(6): 2 001-2 016

[10] 王乐洋, 曹智超. 七参数转换模型的加性乘性混合型误差模型解法[J]. 测绘地理信息, 2024, 49(6): 59-63

[11] 胡宇, 康雄华, 曾文宪. 基于模拟退火的M稳健估计精确算法[J]. 测绘地理信息, 2022, 47(5): 54-57

[12] 陈欣, 邓非, 颜青松, 等. 一种基于贪心算法的纹理排样改进方法[J]. 测绘地理信息, 2021, 46(S1): 253-256

[13] 田劲松, 田劲杰. 基于人工鱼群算法的测量平差参数估计[J]. 城市勘测, 2013(6): 134-138

[14] 王永弟, 孙心宇. 猫群优化算法的非线性模型参数估计[J]. 测绘科学, 2015, 40(9): 158-162

[15] Yetkin M. Application of Robust Estimation in Geodesy Using the Harmony Search Algorithm[J]. Journal of Spatial Science, 2018, 63(1): 63-73

[16] Wang Leyang, Han Shuhao. Improved Cat Swarm Optimization for Parameter Estimation of Mixed Additive and Multiplicative Random Error Model [J]. Geodesy and Geodynamics, 2023, 14(4): 385-391

[17] Wang Leyang, Han Shuhao, Pang Ming. Improved Artificial Gorilla Troops Optimizer with Chaotic Adaptive Parameters—Application to the Parameter Estimation Problem of Mixed Additive and Multiplicative Random Error Models[J]. Measurement Science and Technology, 2024, 35(2): 025203

[18] Wang Leyang, Cao Zhichao. Dung Beetle Optimizer for Mixed Additive and Multiplicative Error Model with Inequality Constraints[J]. Physica Scripta, 2025, 100(9): 095214

[19] Braik M, Al-Hiary H, Alzoubi H, et al. Tornado Optimizer with Coriolis Force: A Novel Bio-inspired Meta-Heuristic Algorithm for Solving Engineering Problems[J]. Artificial Intelligence Review, 2025, 58(4): 123

[20] Shukla A K, Singh P, Vardhan M. An Adaptive Inertia Weight Teaching-Learning-Based Optimization Algorithm and Its Applications[J]. Applied Mathematical Modelling, 2020, 77(1):309-326

[21] Sun P, Zhang Y, Liu J, et al. An Improved Atom Search Optimization with Cellular Automata, a Lévy Flight and an Adaptive Weight Strategy[J]. IEEE Access,2020, 8: 49 137-49 159

[22] Liu Y, Cao B. A Novel Ant Colony Optimization Algorithm With Levy Flight[J]. IEEE Access, 2020, 8: 67 205-67 213

[23] 王新洲. 非线性模型参数估计理论与应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002

[24] 王彬. 广义整体最小二乘的拓展理论及其在测量数据处理中的应用研究[J]. 测绘学报,2020,49(8):1070

[25] 申仲舒,项谦和,董思学,等. 广义整体最小二乘粗差探测的三维坐标转换方法[J]. 测绘通报,2023(11):61-65

[26] 项乐. 非线性面板模型的参数估计理论及其应用研究[D]. 武汉:华中科技大学,2014

[27] Reding L, López-Lopera A F, Bachoc F. Covariance Parameter Estimation of Gaussian Processes with Approximated Functional Inputs[J]. Journal of Multivariate Analysis, 2025, 205:105380

[28] Li Chunyan, Fan Qibin. A Modified Variational Model for Restoring Blurred Images with Additive Noise and Multiplicative Noise[J]. Circuits Syst Signal Process, 2018, 37:2 511-2 534

[29] Wang L, Hu F, Peng Z, et al. Parameter Estimation Methods for Correlated Observation Mixed Additive and Multiplicative Random Error Model[J]. Measurement, 2025, 241:115644

修回日期:2026-08-26

第一作者:王乐洋,教授,博士,主要从事大地测量反演及大地量数据处理研究。E-mail:wleyang@163.com