五轴机床旋转轴位置无关几何误差的快速辨识方法

鲍玺宇 刘焕牢* 王宇林 张泽堃
广东海洋大学机械工程学院&广东省海洋装备及制造工程技术研究中心,湛江,524088

摘要:为简化五轴机床旋转轴位置无关几何误差(PIGEs)的辨识过程,并减少安装误差的引入,提出了一种基于球杆仪的单轴控制测量方法,仅需两种安装模式即可实现对旋转轴8项PIGEs的快速辨识。通过减少球杆仪的安装次数降低了因球杆仪安装误差引起的辨识精度损失,提高了辨识精度和效率。采用旋量理论构建运动矩阵,建立旋转轴PIGEs误差模型和球杆仪杆长模型。通过仿真分析各项PIGEs对球杆仪轨迹的影响,验证了该辨识方法的有效性。分析了安装误差对实验结果的影响,完成了旋转轴8项PIGEs的辨识。最后进行了补偿实验对比验证,结果表明补偿后的整体精度提高87.38%,所提球杆仪辨识方法不仅简化了辨识过程,而且具有较高的准确性。

关键词:五轴机床;旋转轴;球杆仪;旋量理论;位置无关几何误差
中图分类号:TH161
DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2026.08.012 **开放科学(资源服务)标识码(OSID)**:

Rapid Identification of Position-Independent Geometric Errors of Rotary Axes in Five-axis Machine Tools

BAO Xiyu LIU Huanlao* WANG Yulin ZHANG Zekun
School of Mechanical Engineering, Guangdong Ocean University& Guangdong Engineering Technology Research Center of Ocean Equipment and Manufacturing, Zhanjiang, Guangdong, 524088

Abstract: To simplify the identification process of PIGEs in the rotary axes of five-axis machine tools and to minimize the introduction of installation errors, this paper proposes a single-axis controlled measurement method based on a double ball bar (DBB). The method enables rapid identification of all eight PIGEs for a rotary axis using only two installation configurations, thereby reducing accuracy loss caused by repeated DBB setups and improving both efficiency and precision. A kinematic model based on screw theory is developed to establish the PIGE error model and the DBB displacement relationship. The influence of individual PIGEs on the DBB trajectory is analyzed through simulation, which validates the effectiveness of the proposed identification method. The effect of installation errors on experimental results is quantitatively investigated, and all eight PIGEs are successfully identified. Comparative compensation experiments demonstrate an 87.38% improvement in overall positioning accuracy. The proposed DBB-based method not only streamlines the identification procedure but also achieves high accuracy.

Key words: five-axis machine tool; rotary axes; ballbar; screw theory; position-independent geometric errors (PIGEs)

0 引言

随着国家《"十四五"智能制造发展规划》的发布,五轴数控机床的发展达到国家战略的高度[1]。五轴机床引入了更多误差,影响了加工精度[2]。机床误差可以分为两大类:准静态误差和动态误差,其中准静态误差是最主要的影响因素,占整个机床误差的70%。它可以细分为几何误差、热误差等,其中几何误差占30%,是机床误差的重要来源[3-4]。几何误差是指由机床的结构和装配等因素造成的误差[5]。五轴机床的几何误差有41项,其中旋转轴的几何误差共有20项,包括12项位置相关几何误差(position-dependent geometric errors, PDGEs)和8项位置无关几何误差(position-independent geometric errors, PIGEs)。PDGEs源于机床的制造缺陷,其误差值随轴的运动而变化,而PIGEs则与机床的装配过程有关,其误差值不随轴的运动而变化,具有恒定的特性[6]。由于PIGEs在五轴机床的几何误差中占比较高,故辨识旋转轴的PIGEs是确保五轴机床加

收稿日期:2025-08-03
基金项目:国家自然科学基金(52175458);广东省普通高校重点领域专项(2022ZDZX3006);广东省科技厅高新技术专题(2021A05186)

工精度的关键因素。

建立误差模型是旋转轴PIGEs辨识的基础，目前主要的建模方法包括齐次坐标变换法[7-8]、旋量理论[9]和对偶双四元数[10]等。齐次坐标变换法是最常见的建模方式，张文斌等[11]利用齐次坐标变换法在矩阵可逆性的基础上成功建立了误差模型，提高了误差辨识的精度。然而，齐次坐标变换法需要建立多个局部坐标系，导致模型复杂、计算成本高且鲁棒性低。钟学敏等[12]认为旋量理论能够更清晰地反映各轴几何误差对空间误差的贡献程度，使建模过程的物理意义明确，更适用于五轴机床误差建模。付国强等[13]通过旋量理论与齐次坐标变换法的对比研究证明，采用旋量理论建模能够避免引入复杂的坐标系，简化了建模过程，且具有更优的鲁棒性，能够为不同结构机床的误差提供合理表达。在面对结构复杂的五轴机床时，相较于齐次坐标变换法，旋量理论更适用于误差建模。

在旋转轴PIGEs的辨识过程中，常用测量仪器包括球杆仪[14-15]、R-test[16-17]、激光干涉仪[18-19]、接触头[20]等。球杆仪是一种价格相对低廉且通用性较强的测量工具，是目前旋转轴PIGEs辨识中使用最广泛的仪器。但球杆仪在安装时可能会引入安装误差，降低测量的准确性。现有研究一致认为，安装误差直接影响测量结果，由此减少球杆仪安装次数已成为辨识方法的发展趋势[21]。目前，基于球杆仪的辨识方法主要分为多轴联动法(multi-axis-driven-method，MADM)和单轴驱动法(single-axis-driven-method，SADM)。MADM利用机床的RTCP功能，使被测轴与非被测轴同步运动完成测量。TSUTSUMI等[22]提出了一种四轴联动的测量方法，能够准确地测量出垂直度误差和位置误差。LIU[23]基于MADM设计了新的测量方法，以避免结构约束的影响，增强了辨识方法的通用性。使用MADM能够有效测量五轴机床的几何误差，但由于需要多轴联动测量，不可避免地引入额外误差源，这增加了误差解耦的难度，并提高了计算量，从而影响辨识精度[24]。

SADM是指在整个测量过程中只有被测轴进行单独的移动的测量方法。LEE等[25]基于SADM提出了一种快速准确的旋转轴PIGEs辨识方法，只需4种安装模式即可完成测量，并分析了该方法的标准不确定度，证明了该辨识方法的有效性。JIANG等[26]在SADM的基础上，利用球杆仪的延长杆设计了4种安装模式，分两步测量五轴机床的垂直度误差和位置误差，提高了辨识精度。XIANG等[27]将两种方法结合，提出了只需三种安装模式即可测量旋转轴PIGEs的方法，通过控制A轴和C轴分别进行单轴运动以及同步运动来完成测量，实验证明了该方法的有效性。OSEI等[28]基于SADM提出了3种不同的安装模式，进一步简化了测量流程。李想等[29]为提高辨识精度与效率，提出了基于SADM的快速测量方法，设计了3种安装模式完成了旋转轴PIGEs的测量，采用SADM避免了平动轴几何误差的影响，降低了解耦的难度，提高了误差的辨识精度[30]。在测量旋转轴PIGEs时，为避免引入额外的误差源，SADM更适用于误差测量。

综上所述，目前对旋转轴PIGEs辨识方法的研究仍存在辨识流程复杂和引入额外误差源的问题，导致辨识精度和效率难以保证。本研究基于团队的前期成果[11,29]，提出了一种五轴机床旋转轴PIGEs的单轴测量方法，采用旋量理论建立旋转轴PIGEs模型和球杆仪杆长模型，使用SADM法控制被测轴在本文设计的模式下完成测量。

1　机床结构以及误差定义

1.1　机床结构

本文针对旋转轴的PIGEs进行研究，故只建立旋转轴相关坐标系，将机床坐标系的原点设立在理想状态下A、C轴轴线的交点O_m处，A轴坐标系原点与机床坐标系的原点重合，将工件坐标系的原点设立在工作台转盘中心O_w处，C轴坐标系原点与工件坐标系的原点重合，O_m与O_w之间的垂直高度为Z_{CA}，如图1所示。

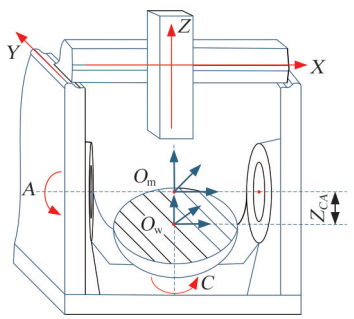


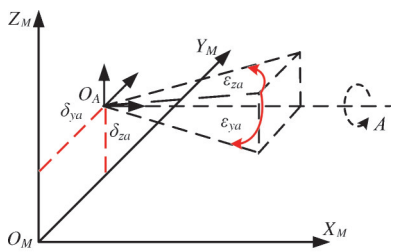
图1　五轴机床机床结构及坐标系的建立示意图

Fig.1　Schematic diagram of five-axis machine tool structure and coordinate system establishment

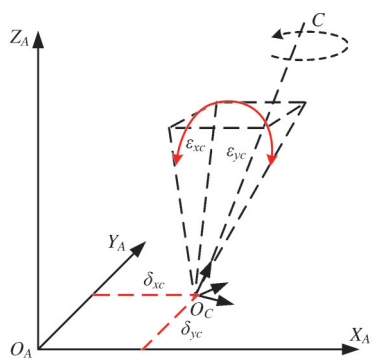
1.2　旋转轴PIGEs的定义

在机床装配过程中，由于零部件微小偏差，产生了PIGEs，这些误差对加工精度产生显著影响。每个旋转轴包含4项PIGEs，即2项位置误差和2项垂直度误差。如图2所示，对于A轴，位置误差为δ_{ya}和δ_{za}，分别表示A轴轴线在机床坐标系下在Y和Z方向上的偏差，垂直度误差为ε_{ya}和ε_{za}，分别

表示A轴轴线在机床坐标系下绕Y轴和Z轴的垂直度偏差。对于C轴，位置误差为δ_{xc}和δ_{yc}，分别表示C轴轴线在A轴坐标系下X和Y方向上的偏差；垂直度误差为ε_{xc}和ε_{yc}，分别表示C轴轴线在A轴坐标系下绕X轴和Y轴的垂直度偏差。本文的辨识目标为旋转轴8项PIGEs误差，共有4项位置误差δ_{ya}、δ_{za}、δ_{xc}、δ_{yc}和4项垂直度误差ε_{ya}、ε_{za}、ε_{xc}、ε_{yc}。



(a)A轴PIGEs



(b)C轴PIGEs

图2 PIGEs的定义

Fig.2 Definition of PIGEs

1.3 球杆仪安装误差的定义

球杆仪的测量原理是通过工件球围绕刀具球进行圆周运动，由于被测轴存在误差，导致两球之间的半径发生变化。安装误差会直接影响旋转轴PIGEs的辨识精度，故在进行测量前，需要首先确定球杆仪的安装误差。刀具端的安装误差主要产生在将工具杯安装到主轴上时，工具杯在固定过程中可能倾斜，偏离主轴轴线，如图3所示，这导致后续刀具球的球心在机床坐标系的X、Y方向上偏移，产生刀具球的安装误差δ_{tx}和δ_{ty}。工件端的安装误差则可能由于磁吸对准或中心座锁紧时产生，导致安装误差δ_{wx}和δ_{wy}。不过，工件球的安装误差对球杆仪杆长变化的影响，需要与PDGEs一起进行解耦获得。由于本文的重点在于PIGEs的辨识，故不单独计算这一误差，只讨论刀具端的安装误差δ_{tx}和δ_{ty}。

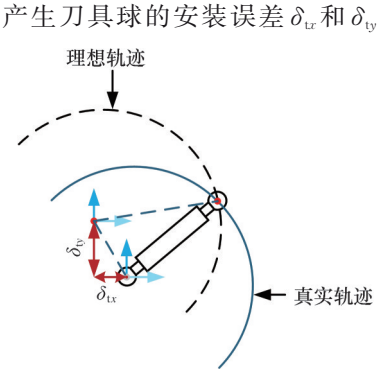


图3 安装误差示意图

Fig.3 Schematic diagram of installation error

2 误差建模与分析

2.1 旋量理论建模基础

误差模型是旋转轴PIGEs辨识的基础，清晰准确的建模方式是误差建模的关键。在面对结构复杂的五轴机床时，使用旋量理论建立误差模型能够清楚地描述各轴之间的运动关系。本文采用旋量理论建立旋转轴PIGEs模型与球杆仪杆长变化量模型。

$\boldsymbol{\omega}$表示旋转轴轴线的方向向量，$\boldsymbol{v}$表示旋转轴轴线的位置向量，$\boldsymbol{P}$表示轴线上任意一点的坐标，单位旋量$\boldsymbol{S}$表示为

$$\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\omega}\\ \boldsymbol{v}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\omega}\\ \boldsymbol{P}\times\boldsymbol{\omega}\end{bmatrix} \tag{1}$$

旋量的矩阵形式表示为

$$\left.\begin{aligned}e^{\hat{S}_i\theta_i}&=\begin{bmatrix}e^{\hat{\omega}\theta} & (\boldsymbol{I}_{3\times3}-e^{\hat{\omega}\theta})(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{v})+\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v}\theta\\ 0_{1\times3} & 1\end{bmatrix}\\ e^{\hat{\omega}\theta}&=\boldsymbol{I}_{3\times3}+\hat{\boldsymbol{\omega}}\sin\theta+\hat{\boldsymbol{\omega}}^2(1-\cos\theta)\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

其中，$e^{\hat{S}_i\theta_i}$表示螺旋运动，$\boldsymbol{S}_i$表示i轴的旋量运动；θ_i表示变化量，旋转运动表示绕i轴的旋转角度，平移运动则表示i轴移动的距离；$\boldsymbol{I}$表示单位矩阵；$\hat{\boldsymbol{\omega}}$中“^”代表一种运算法则，具体规则为

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}=\begin{bmatrix}0 & -\omega_3 & \omega_2\\ \omega_3 & 0 & -\omega_1\\ -\omega_2 & \omega_1 & 0\end{bmatrix} \tag{3}$$

2.2 PIGEs误差建模

误差旋量的构成涉及两个阶段的运动（图4）：绕真实轴线与理想轴线的公垂线旋转的误差角度θ_e；沿此垂线方向平移的距离d。由此可得误差方向向量$\boldsymbol{\omega}_e$与误差位置向量$\boldsymbol{v}_e$：

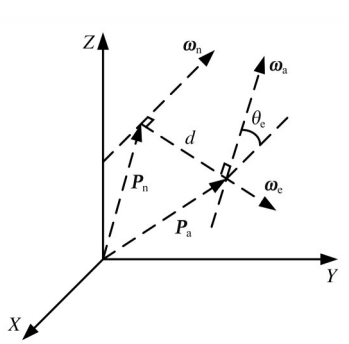


图4 误差旋量定义

Fig.4 Definition of error screw

$$\boldsymbol{\omega}_e=\frac{\boldsymbol{P}_a\times(\boldsymbol{\omega}_a\times\boldsymbol{\omega}_n)}{\sin\theta_e}+h\frac{\boldsymbol{\omega}_a\times\boldsymbol{\omega}_n}{\sin\theta_e} \tag{4}$$

$$h=\frac{d}{\theta_e}=\frac{|\boldsymbol{P}_a-\boldsymbol{P}_n|}{\theta_e}$$

$$\boldsymbol{v}_e=\frac{\boldsymbol{P}_a\times(\boldsymbol{\omega}_a\times\boldsymbol{\omega}_n)}{\sin\theta_e}+h\frac{\boldsymbol{\omega}_a\times\boldsymbol{\omega}_n}{\sin\theta_e}=\frac{\boldsymbol{P}\times\boldsymbol{P}_a}{d}+\frac{\boldsymbol{P}_a-\boldsymbol{P}}{\theta_e} \tag{5}$$

其中，下标a、e、n分别表示真实值、误差值、理想值；h表示旋量节距。

当表示垂直度误差时，误差旋量$\boldsymbol{S}_e$表示为

$$\boldsymbol{S}_e=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\omega}_e\\ \boldsymbol{v}_e\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{\boldsymbol{\omega}_n\times\boldsymbol{\omega}_a}{\sin\theta_e} & \dfrac{\boldsymbol{P}\times(\boldsymbol{\omega}_n\times\boldsymbol{\omega}_a)}{\sin\theta_e}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

当表示位置误差时，误差旋量$\boldsymbol{S}_e$表示为

$$\boldsymbol{S}_e=\begin{bmatrix}0\\ \boldsymbol{v}_e\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & \dfrac{\boldsymbol{P}_a-\boldsymbol{P}_n}{d}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

由旋量理论建立误差模型：

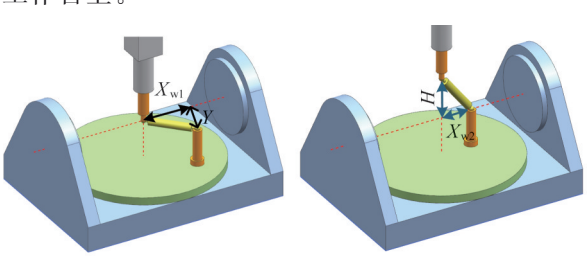
$$\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{eA}\cdot\theta_{eA}}=\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{ya}\cdot\theta_{ya}}\cdot\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{za}\cdot\theta_{za}}\cdot\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{\delta ya}\cdot\theta_{\delta ya}}\cdot\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{\delta za}\cdot\theta_{\delta za}}$$

$$\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{eC}\cdot\theta_{eC}}=\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{xc}\cdot\theta_{xc}}\cdot\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{yc}\cdot\theta_{yc}}\cdot\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{\delta xc}\cdot\theta_{\delta xc}}\cdot\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{\delta yc}\cdot\theta_{\delta yc}}$$

式中：$\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{eA}\cdot\theta_{eA}}$、$\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{eC}\cdot\theta_{eC}}$分别为$A$轴和$C$轴的PIGEs误差矩阵；$\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{\delta ia}\cdot\theta_{\delta ia}}$、$\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{ia}\cdot\theta_{ia}}(i=y,z)$分别为$A$轴的位置误差和垂直度误差；$\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{\delta ic}\cdot\theta_{\delta ic}}$、$\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{ic}\cdot\theta_{ic}}(i=x,y)$分别为$C$轴的位置误差和垂直度误差。

2.3　测量辨识方案

本研究采用SADM法测量PIGEs，仅驱动被测旋转轴运动，旨在减少引入额外的误差源，抑制其他运动轴几何误差对测量过程的耦合干扰，实现测量精度的提高。共有两种测量模式，分别用来测量4个位置的误差和4个垂直度误差，如图5所示。在这两种模式下，刀具球通过刀具杯与主轴相连，而工件球则通过工具杯与磁吸座固定在工作台上。



(a)模式一　　(b)模式二

图5　两种安装模式

Fig.5　Two installation modes

在模式一中，通过控制A轴或C轴的运动来分别测量4个位置误差。如图5a所示，刀具球的球心安装在机床坐标系原点，工件球则安装在机床坐标系下，距离C轴轴线80 mm、距离A轴轴线60 mm的位置，初始状态下，工件球与刀具球都在XOY平面内。整个测量过程中，刀具球始终保持静止，工件球围绕被测轴轴线转动。

在模式二中，通过控制A轴或C轴的运动来分别测量4个垂直度误差。如图5b所示，将刀具球球心安装在机床坐标下，距离A轴轴线80 mm的位置，工件球球心则安装在机床坐标下，距离C轴轴线60 mm的位置，初始状态下，工件球与刀具球都在XOZ平面内。整个测量过程中，刀具球始终保持静止，工件球围绕被测轴轴线转动。两种模式的具体参数如表1所示。

表1　安装模式参数

Tab.1　Installation mode parameters　　mm

模式	球杆仪长度	X方向偏置量	Y方向偏置量	Z方向偏置量H
1	100	80	60	0
2	100	60	0	80

上述两种测量模式下，结合2.2节的两轴PIGE误差模型，进一步推导球杆仪杆长的模型。确定刀具球g_{tb}和工件球g_{wb}在机床坐标下的实际初始坐标，并通过旋量求逆得到工件球在被测轴上的实际初始位置。然后利用旋量变换求得工件球在本文两种测量模式下的实际坐标${}^{m}\boldsymbol{g}_{wb}$，通过计算刀具球实际坐标${}^{m}\boldsymbol{g}_{tb}$和${}^{m}\boldsymbol{g}_{wb}$的距离得到球杆仪杆长模型。

在模式一中，工件球和刀具球在机床坐标系下的初始坐标分别为

$${}^{m}\boldsymbol{g}_{wb_origin}=\begin{bmatrix}\delta_{tx}+X_{w1}\\ \delta_{tx}-Y\\ 0\\ 1\end{bmatrix}\qquad {}^{m}\boldsymbol{g}_{tb}=\begin{bmatrix}\delta_{tx}\\ \delta_{ty}\\ 0\\ 1\end{bmatrix} \tag{8}$$

其中，X_{w1}为模式一的X方向偏置量。仅控制A轴运动时，工件球g_{tb}绕A轴做圆周运动，A轴坐标系与机床坐标系之间的实际变化旋量为

$${}^{m}_{A}\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{eA}\cdot\theta_{eA}}=\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{eA}\cdot\theta_{eA}}\cdot\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{A}\cdot\theta_{A}} \tag{9}$$

再通过旋量求逆的方式计算工件球在A轴坐标系下的初始坐标：

$${}^{A}\boldsymbol{g}_{wb_origin}=({}^{m}_{A}\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{eA}\cdot\theta_{eA}})^{-1}\cdot{}^{m}\boldsymbol{g}_{wb_origin} \tag{10}$$

最终得到工件球在机床坐标系下的实际坐标：

$${}^{m}\boldsymbol{g}_{wb}={}^{m}_{A}\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{eA}\cdot\theta_{eA}}\cdot{}^{A}\boldsymbol{g}_{wb_origin} \tag{11}$$

通过计算工件球和刀具球之间的距离，建立球杆仪杆长模型：

$$\begin{aligned}L_{A1}=L+\Delta L_{A1}=\left|\overrightarrow{g_{tb}g_{wb}}\right|=|{}^{m}\boldsymbol{g}_{wb}-{}^{m}\boldsymbol{g}_{tb}|=\\ \{[X_{w1}+Y(\varepsilon_{za}\cos A-\varepsilon_{ya}\sin A-\varepsilon_{za})]^2+\\ [\delta_{ya}+X_{w1}\varepsilon_{za}-\delta_{ty}+(\delta_{za}-X_{w1}\varepsilon_{ya})\sin A-\\ (\delta_{ya}+Y+X_{w1}\varepsilon_{ya}-\delta_{ty})\cos A]^2+\\ [\delta_{za}-X_{w1}\varepsilon_{ya}-(\delta_{za}-X_{w1}\varepsilon_{ya})\cos A-\\ (\delta_{ya}+Y+X_{w1}\varepsilon_{za}-\delta_{ty})\sin A]^2\}^{1/2}\end{aligned}$$

仅控制C轴运动时，工件球g_{tb}绕C轴做圆周运动，先求出C轴坐标系和A轴坐标系之间的实

际变化旋量：

$$ {}^{A}_{C}\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{aC}\cdot\theta_{aC}}={}^{}\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{xC}\cdot\theta_{xC}}\cdot\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{C}\cdot\theta_{C}} \tag{12}$$

计算工件球在C轴坐标系下的初始坐标为

$$ {}^{C}\boldsymbol{g}_{\mathrm{wb_origin}}=({}^{\mathrm{m}}_{A}\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{aA}\cdot\theta_{aA}}\cdot{}^{A}_{C}\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{aC}\cdot\theta_{aC}})^{-1}\cdot{}^{\mathrm{m}}\boldsymbol{g}_{\mathrm{wb_origin}} \tag{13}$$

最终得到工件球在机床坐标系下的实际坐标为

$$ {}^{\mathrm{m}}\boldsymbol{g}_{\mathrm{wb}}={}^{\mathrm{m}}_{A}\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{aA}\cdot\theta_{aA}}\cdot{}^{A}_{C}\boldsymbol{e}^{\hat{S}_{aC}\cdot\theta_{aC}}\cdot{}^{C}\boldsymbol{g}_{\mathrm{wb_origin}} \tag{14}$$

通过计算工件球和刀具球之间的距离，建立球杆仪杆长模型L_{C1}(见篇首二维码中附录)。

在模式二中，只改变了工件球和刀具球在机床坐标下的初始坐标，其他条件与模式一相同，故只需要调整工件球和刀具球的初始坐标即可得到球杆仪杆长模型。其中，工件球和刀具球在机床坐标下的初始坐标分别为

$$ {}^{\mathrm{m}}\boldsymbol{g}_{\mathrm{wb_origin}}=\begin{bmatrix}\delta_{\mathrm{tx}}+X_{\mathrm{w2}}\\ \delta_{\mathrm{ty}}\\ 0\\ 1\end{bmatrix}\quad {}^{\mathrm{m}}\boldsymbol{g}_{\mathrm{tb}}=\begin{bmatrix}\delta_{\mathrm{tx}}\\ \delta_{\mathrm{ty}}\\ H\\ 1\end{bmatrix} \tag{15}$$

其中，X_{w2}为模式二的X方向偏置量。仅控制A轴、C轴运动时，球杆仪杆长模型L_{A2}、L_{C2}见附录。综上所述，L_{A1}和L_{A2}分别为模式一和模式二中仅A轴运动的球杆仪杆长模型，L_{C1}和L_{C2}分别为模式一和模式二中仅C轴运动的球杆仪杆长模型。在上述模型的基础上，通过实验可以完成旋转轴PIGEs的测量。

3 PIGEs的辨识

3.1 PIGEs的辨识仿真

为了验证辨识方法的可行性，本文通过仿真分析两种安装模式下各误差对球杆仪轨迹的影响，通过仿真建立测量图形与误差成分之间的关系，可以证明几何误差对测量图形的影响。机床结构和球杆仪设置的一些关键尺寸以及误差假设值如表2所示。其中，位置误差和垂直度误差的仿真值参考文献[24]。

表2 关键尺寸与误差

Tab.2 Key dimensions and errors

球杆仪的标称长度L/mm	100
模式一的偏移量	X_{w1}=80 mm，Y=60 mm
模式二的偏移量	X_{w2}=60 mm，H=80 mm
A轴的旋转范围	[-15°，70°]
A轴与机床距离Z_{CA}/mm	50
C轴的旋转范围	[0°，360°]
位置误差假设值	δ_{ya}，δ_{za}，δ_{xc}，δ_{yc}=±10μm
垂直度误差假设值	ε_{ya}，ε_{za}，ε_{xc}，ε_{yc}=±0.005°

在极坐标系下表示球杆仪杆长变换和旋转轴误差参数的关系，可以直观看到几何误差对测量模式的影响。受到PIGEs的影响，标准圆会变成偏心圆，本文中正方向上的误差用蓝色线表示，负方向上的误差用红色线表示，没有误差影响的用黑色线表示。本研究采用AC双转台五轴机床，C轴安装在A轴上，由此C轴会受到A轴几何误差的影响，而A轴不受C轴几何误差的影响。

如图6所示，模式一仅A轴旋转时，仅A轴的位置误差δ_{ya}、δ_{za}对球杆仪圆形轨迹产生影响，A轴的垂直度误差ε_{ya}、ε_{za}无影响。

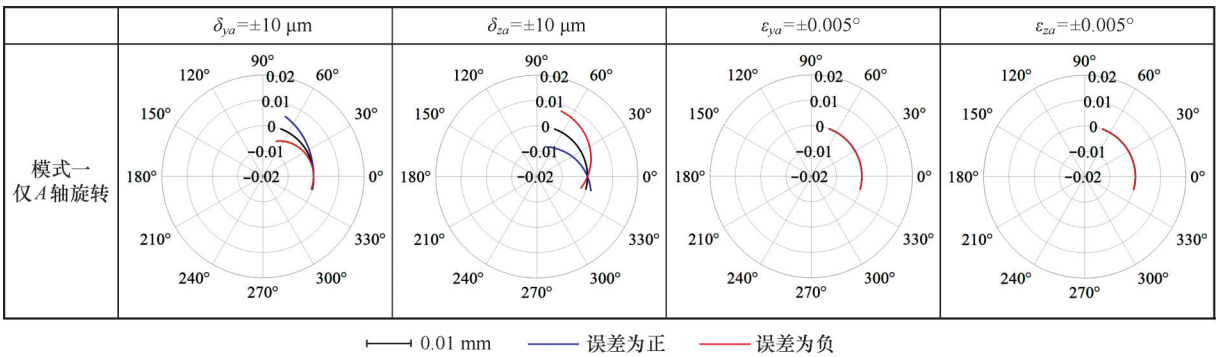


图6 模式一：仅A轴旋转

Fig.6 Mode 1: Only A-axis rotation

如图7所示，模式二仅A轴旋转时，A轴的位置误差δ_{ya}、δ_{za}与垂直度误差ε_{ya}、ε_{za}对球杆仪圆形轨迹产生影响。

如图8所示，模式一仅C轴旋转时，A轴的位置误差δ_{ya}，C轴的位置误差δ_{xc}、δ_{yc}对球杆仪圆形轨迹产生影响，其中A轴的位置误差δ_{ya}与C轴的位置误差δ_{yc}的影响效果相同，而A轴的垂直度误差ε_{ya}，C轴的垂直度误差ε_{xc}、ε_{yc}无影响。

如图9所示，模式二仅C轴旋转时，A轴的位置误差δ_{ya}和垂直度误差ε_{ya}，C轴的位置误差δ_{xc}、δ_{yc}和垂直度误差ε_{xc}、ε_{yc}对球杆仪圆形轨迹产生影响。其中A轴的位置误差δ_{ya}与C轴的位置误差δ_{yc}影响效果相同，A轴的垂直度误差ε_{ya}和C轴的垂直度误差ε_{yc}影响效果相同。

综上所述，本文通过模式一仅A轴旋转，可以识别出A轴的两个位置误差δ_{ya}和δ_{za}，结合模式

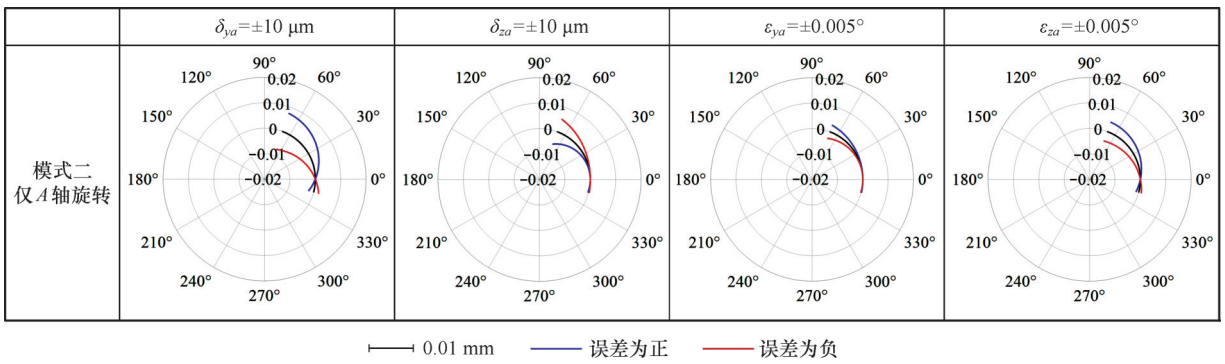


图 7　模式二：仅 *A* 轴旋转

Fig. 7　Mode 2: Only *A*-axis rotation

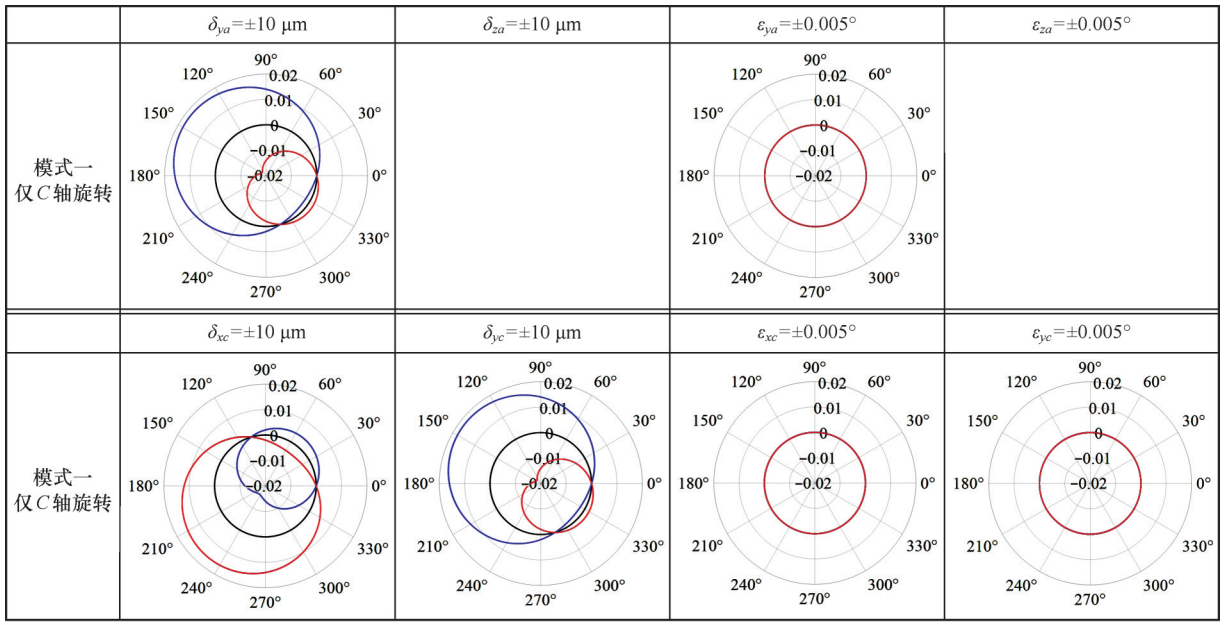


图 8　模式一：仅 *C* 轴旋转

Fig. 8　Mode 1: Only *C*-axis rotation

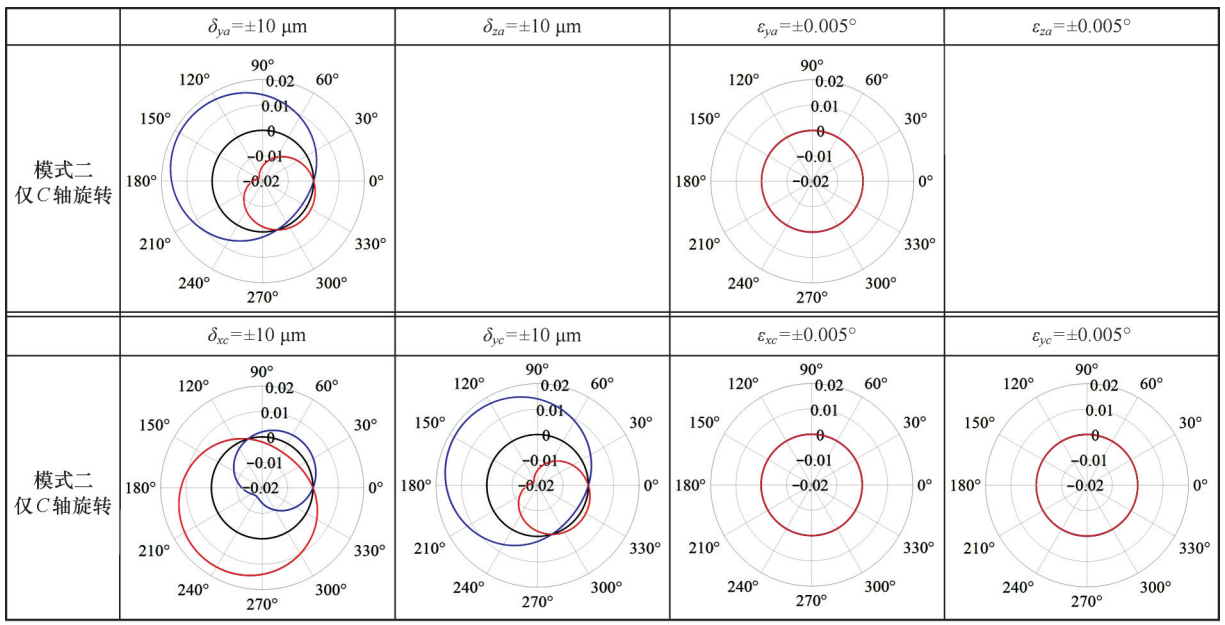


图 9　模式二：仅 *C* 轴旋转

Fig. 9　Mode 2: Only *C*-axis rotation

一仅A轴旋转和模式二仅A轴旋转，可以识别出A轴的两个垂直度误差ε_{ya}和ε_{za}，从而完成A轴所有PIGEs的识别。然后，通过模式一仅C轴旋转，结合A轴的位置误差δ_{ya}，可以识别出C轴的位置误差δ_{xc}和δ_{yc}。在模式二仅C轴旋转，结合A轴的位置误差δ_{ya}和δ_{za}，以及C轴的位置误差δ_{xc}和δ_{yc}，可以识别出C轴的垂直度误差ε_{xc}和ε_{yc}，完成C轴所有PIGEs的识别。

3.2 球杆仪安装误差的测量

本文提出的PIGEs识别方法在捷甬达V545III五轴数控机床上通过球杆仪进行实验验证，实验测量设备选用千分表和球杆仪，球杆仪的规格如表3所示。根据ISO 230-1标准，测试前需对机床充分预热，以减少热误差的影响。

表3 球杆仪规格

Tab.3 Ball bar specifications

球杆仪的型号	Renishaw QC20-W
球杆仪的标称长度/mm	100
球杆仪的校准长度/mm	99.9957
分辨率x/μm	0.1
测量范围/mm	±1
测量精度	±0.5 μm(20 ℃)
	±(0.8+0.4%L)(0～40 ℃)

测量过程中，首先将辅助定位球安装在工具杯上，用千分表测量辅助定位球球心到刀柄的距离，如图10a所示，并将工件坐标系原点设在球心位置。然后，将球心移动至C轴的回转中心。将球杆仪的刀具球g_{tb}安装在主轴上，工件球g_{wb}安装在沿X轴正方向移动100 mm处，如图10b所示。旋转主轴，使工件球围绕主轴做旋转运动。主轴角度为0°时，记录球杆仪的读数L。在旋转过程中，记录球杆仪长度的最大值L_{max}和最小值L_{min}，并获取对应的旋转角度θ_1和θ_2。为了提高测量精度，重复测量两次并计算平均值。最后，将平均值代入公式计算，以获得球杆仪的安装误差δ_{tx}和δ_{ty}，其计算原理如图11所示。有

$$R=\frac{L_{max}-L_{min}}{2}$$

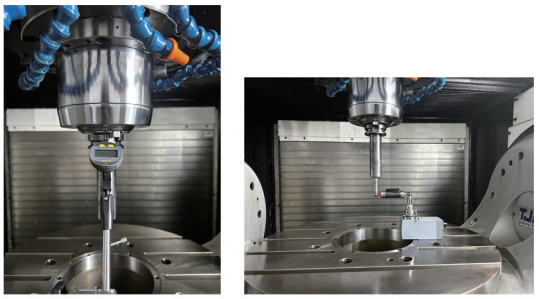
$$\cos(\angle OB_1B_2)=\frac{R^2+L^2-(L_{min}+R^2)}{2RL}$$

$$e_x=-R\cos(\angle OB_1B_2)$$

$$e_y=\begin{cases}R\sin(\angle OB_1B_2) & 0°<\theta_2<180°\\ -R\sin(\angle OB_1B_2) & 180°<\theta_2<360°\end{cases}$$

3.3 PIGEs的辨识实验

本实验采用SADM法，只控制被测轴进行单轴运动，实验研究对象为A轴和C轴的PIGEs，假设平动轴误差已被补偿。根据上述两种安装模式，进行球杆仪的安装。在两种安装模式下，分别控制A轴C轴旋转完成测量，A轴每个设置分别重复三次，C轴每个设置分别重复两次，并且每5°记录一次数据，并计算平均值。实验测量过程如图12所示。



(a)千分表测量刀长　　(b)球杆仪测量安装误差

图10 测量安装误差

Fig.10 Measurement of installation error

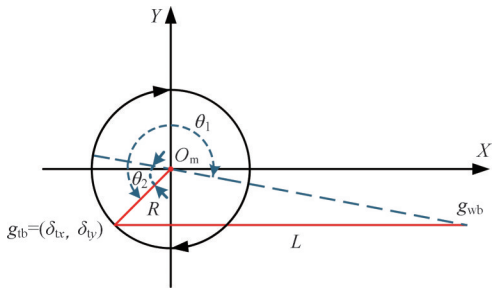
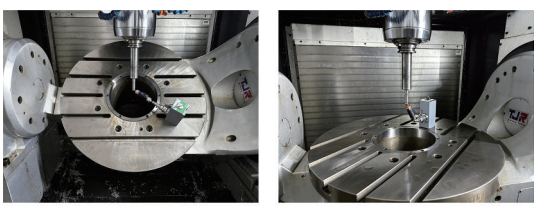


图11 安装误差测量原理

Fig. 11 Measurement principle of installation error



(a)模式一　　(b)模式二

图12 实验测量过程

Fig.12 Experimental measurement process

将球杆仪杆长公式及安装误差输入MATLAB中，然后结合两种安装模式下测得的数据平均值及对应的转角数据，利用MATLAB的Fittype函数进行拟合，得到旋转轴的8项PIGEs。通过对机床旋转轴PIGEs的辨识实验和补偿，可以证明本文方法有效。补偿前和补偿后测得的数据如表4所示。补偿前后的球杆仪杆长变化量如图13所示。

结合表4和图13分析可知，本文方法对旋转轴8项PIGEs的辨识准确度较高。补偿后，球杆仪杆长变化量曲线基本与理想状态重合。实验结果表明，本文辨识方法有效，能够以较高的精度完成辨识。与现有旋转轴PIGEs的辨识方法相比，该方法无需安装延长杆，并减少了球杆仪安装模式的数量，如表5所示。识别过程中由于减少了

表 4　本文方法补偿前后的 PIGEs 数据

Tab.4　PIGEs data before and after compensation using the proposed method

误差参数	补偿前	补偿后	补偿提升比/%
δ_{ya}/μm	22.62	−4.80	78.78
δ_{za}/μm	−90.01	2.42	97.31
ε_{ya}/(″)	158.99	−25.41	84.02
ε_{za}/(″)	248.76	2.41	99.03
δ_{xc}/μm	21.98	4.20	80.89
δ_{yc}/μm	−10.17	1.63	83.97
ε_{xc}/(″)	−21.37	−4.01	81.26
ε_{yc}/(″)	47.21	2.94	93.77

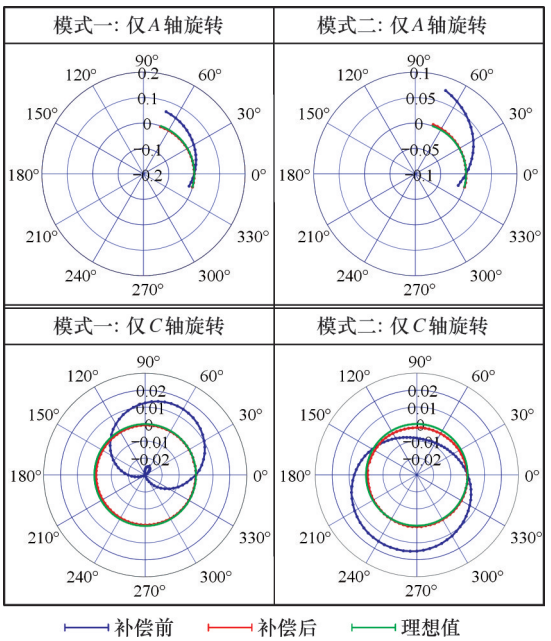


图 13　误差补偿前后球杆仪杆长变化量对比

Fig.13　Comparison of ball bar length variations before and after error compensation

表 5　不同 PIGEs 辨识方法比较

Tab.5　Comparison of different PIGEs identification methods

参考文献	球杆仪安装模式的数量	是否有延长杆	补偿提升比/%
文献[26]	4	是	82.74
文献[28]	3	否	68.06
文献[29]	3	否	83.00
本文方法	2	否	87.38

球杆仪的安装次数，从而减少了安装误差的引入，使识别结果更为准确。

综上所述，本文方法在简便性和准确性上有显著提高，能够快捷有效地辨别五轴机床旋转轴的 8 项 PIGEs。在辨识准确性方面，补偿后的整体精度提高 87.38%，具有较高的辨识精度。在简便性方面，球杆仪安装模式的数量相较于现有方法也有显著增加。

4　结论

1)在建模方面，本文采用旋量理论建立旋转轴误差模型，使建模过程物理意义清晰明确，只建立了机床坐标系和工件坐标系，减少了局部坐标系的引入，为五轴机床误差建模提供了一种更具有通用性的思路。

2)在辨识方面，本文提出的辨识方法无需延长杆，仅需球杆仪两次安装即可完成旋转轴 8 项 PIGEs 的测量；辨识方法简单，可适用于除双摆头以外的五轴机床构型，如摆头摆台、双转台等主流结构；在测量过程中采用单轴控制，减少了额外误差源的引入，降低了误差解耦的难度和误差建模的复杂性。补偿对比实验结果表明，本文辨识方法补偿后的整体精度提高 87.38%，对旋转 PIGEs 的测量与补偿具有指导意义和参考价值。

3)在安装误差方面，采取了具体的控制措施。通过多次测量取平均值的方式来提高数据的鲁棒性，有效削弱了数据中随机误差的影响；实验过程中均由同一人操作，消除了不同操作者带来的偏差，保证了数据获取的一致性和真实性。

参考文献：

[1]　工业和信息化部，国家发展和改革委员会，科技部，等. “十四五”智能制造发展规划[Z]. 北京：中华人民共和国中央人民政府. 2021
Ministry of Industry and Information Technology, National Development and Reform Commission, Ministry of Science and Technology, et al. Intelligent Manufacturing Development Plan for the 14th Five-year Plan[Z]. Beijing: People's Republic of China. 2021

[2]　ZHANG Zhao, JIANG Feng, LUO Ming, et al. Geometric Error Measuring, Modeling, and Compensation for CNC Machine Tools: a Review[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2024, 37(2): 163-198.

[3]　RAHMAN M, HEIKKALA J, LAPPALAINEN K. Modeling, Measurement and Error Compensation of Multi-axis Machine Tools. Part I: Theory[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2000, 40(10): 1535-1546.

[4]　SHEN Hongyao, FU Jianzhong, HE Yong, et al. On-line Asynchronous Compensation Methods for Static/Quasi-static Error Implemented on CNC Machine Tools[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2012, 60: 14-26.

[5]　项四通. 五轴数控机床空间误差测量、建模与补偿技术研究[D]. 上海：上海交通大学，2016.
XIANG Sitong. Volumetric Error Measuring, Modeling and Compensation Technique for Five-axis Machine Tools[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2016.

[6]　李杰，谢福贵，刘辛军，等. 五轴数控机床空间定位精度改善方法研究现状[J]. 机械工程学报，2017(7)：113-128.
LI Jie, XIE Fugui, LIU Xinjun, et al. Analysis on the Research Status of Volumetric Positioning Accuracy Improve-

ment Methods for Five-axis NC Machine Tools[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017(7): 113-128.

[7] DING Shuang, HUANG Xiaodiao, YU Chunjian, et al. Actual Inverse Kinematics for Position-independent and Position-dependent Geometric Error Compensation of Five-axis Machine Tools[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2016, 111: 55-62.

[8] ZHONG Gaoyan, WANG Chaoqun, YANG Shoufeng, et al. Position Geometric Error Modeling, Identification and Compensation for Large 5-axis Machining Center Prototype [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015, 89: 142-150.

[9] YANG Jixiang, MAYER J R R, ALTINTAS Y. A Position Independent Geometric Errors Identification and Correction Method for Five-axis Serial Machines Based on Screw Theory[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015, 95: 52-66.

[10] WANG Hao, JIANG Xiaogeng. Identification and Compensation of Position Independent Geometric Errors of Dual Rotary Axes for Hybrid-type Five-axis Machine Tool Based on Unit Dual Quaternions[J]. Measurement, 2023, 211: 112587.

[11] 张文斌，刘焕牢，王宇林，等. 双转台五轴数控机床旋转轴位置无关几何误差辨识[J]. 中国机械工程，2024，35(6)：1023-1033.
ZHANG Wenbin, LIU Huanlao, WANG Yulin, et al. Identification of Rotary Axes PIGEs of Five-axis CNC Machines with Double Rotary Tables[J]. China Mechanical Engineering, 2024, 35(6): 1023-1033.

[12] 钟学敏. 考虑误差耦合的数控机床空间误差建模、辨识及多层误差溯源研究[D]. 武汉：华中科技大学，2019.
ZHONG Xuemin. Research on the Modelling, Identification of Volumetric Error Considering Error Coupling and Traceability of Multi-level Geometric Errors for CNC Machine Tools [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2019.

[13] 付国强. 基于指数积理论和坐标系微分运动关系的数控机床几何误差建模与补偿方法研究[D]. 杭州：浙江大学，2016.
FU Guoqiang. Research on Geometric Error Modeling and Compensation of CNC Machine Tools Based on the Product-of-exponential Theory and Transforming Differential Changes between Coorduinate Frames [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2016.

[14] 李国龙，肖扬，李喆裕，等. 数控机床旋转轴多自由度静/热误差同步测量与建模[J]. 中国机械工程，2024，35(8)：1426-1434.
LI Guolong, XIAO Yang, LI Zheyu, et al. Simultaneous Measurement and Modeling of MDOF Static/Thermal Errors of CNC Machine Tool Rotational Axes[J]. China Mechanical Engineering, 2024, 35(8): 1426-1434.

[15] XING Kanglin, BONEV I A, LIU Zhaoheng, et al. Application of Taguchi Method in Optimizing the Positioning Accuracy Measurement Using Helical Path Ballbar Test[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2024, 134(11): 6019-6032.

[16] DunLYU, ZHANG Jiahui, WANG Jianhua, et al. R-test-based Identification Method for Geometric Errors of Rotary Axes in a Five-axis Machine Tool with a Rotary Table and Tilting Head[J]. Measurement, 2024, 225: 113932.

[17] OSEI S, WANG Wei, YU Jiahao, et al. Dynamic Performance Test for Five-axis Machine Tools Based on Scone Trajectory Using R-test Device[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2023, 129(7): 3549-3562.

[18] 皮世威，刘强，孙鹏鹏. 基于激光干涉仪的旋转轴误差快速检定方法[J]. 仪器仪表学报，2017，38(10)：2484-2491.
PI Shiwei, LIU Qiang, SUN Pengpeng. Geometric Error Detection for Rotary Feed Drive Based on Laser Interferometer[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(10): 2484-2491.

[19] CHEN Dongju, ZHANG Shiwei, PAN Ri, et al. An Identifying Method with Considering Coupling Relationship of Geometric Errors Parameters of Machine Tools[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2018, 36: 535-549.

[20] ZIMMERMANN N, MÜLLER E, LANG S, et al. Thermally Compensated 5-axis Machine Tools Evaluated with Impeller Machining Tests[J]. CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology, 2023, 46: 19-35.

[21] XU Kai, LI Guolong, LI Zheyu, et al. A General Identification Method for Position-dependent Geometric Errors of Rotary Axis with Single-axis Driven[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2021, 112(3): 1171-1191.

[22] TSUTSUMI M, SAITO A. Identification and Compensation of Systematic Deviations Particular to 5-axis Machining Centers[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2003, 43(8): 771-780.

[23] LIU Yang, WAN Min, XING Wanjing, et al. Identification of Position Independent Geometric Errors of Rotary Axes for Five-axis Machine Tools with Structural Restrictions[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2018, 53: 45-57.

[24] 夏长久，王时龙，徐凯，等. 基于球杆仪单轴运动测量的旋转轴几何误差辨识[J]. 仪器仪表学报，2020，41(7)：19-28.
XIA Changjiu, WANG Shilong, XU Kai, et al. Geometric Error Identification of Rotary Axes Based on Uniaxial Motion Measurement of Double Ball Bar[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(7): 19-28.

[25] LEE K I, YANG S H. Measurement and Verification of Position-independent Geometric Errors of a Five-axis Machine Tool Using a Double Ball-bar[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2013, 70: 45-52.

[26] JIANG Xiaogeng, CRIPPS R J. Accuracy Evaluation of Rotary Axes of Five-axis Machine Tools with a Single Setup of a Double Ball Bar[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2017, 231(3): 427-436.

[27] XIANG Sitong, YANG Jianguo, ZHANG Yi. Using a Double Ball Bar to Identify Position-independent Geometric Errors on the Rotary Axes of Five-axis Machine Tools[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 70(9): 2071-2082.

[28] OSEI S, WANG Wei, DING Qicheng. A New Method to Identify the Position-independent Geometric Errors in the Rotary Axes of Five-axis Machine Tools[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2023, 87: 46-53.

[29] 李想，刘焕牢，王宇林，等. 一种五轴机床旋转轴位置无关几何误差辨识方法[J]. 中国机械工程，2025，36(11)：2609-2617.
LI Xiang, LIU Huanlao, WANG Yulin, et al. An Identification Method of PIGEs for Rotary Axes of Five-axis Machine Tools[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(11): 2609-2617.

（下转第1946页）

hibition, General Paper Selections. John Wiley & Sons, 2011: 333-336.
[4] SIDPARA A, DAS M, JAIN V K. Rheological Characterization of Magnetorheological Finishing Fluid[J]. Materials and Manufacturing Processes, 2009, 24(12): 1467-1478.
[5] KAR K K, RAVIKUMAR N L, TAILOR P B, et al. Performance Evaluation and Rheological Characterization of Newly Developed Butyl Rubber Based Media for Abrasive Flow Machining Process[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2009, 209(4): 2212-2221.
[6] AGRAWAL A, JAIN V K, MURALIDHAR K. Experimental Determination of Viscosity of Abrasive Flow Machining Media[J]. International Journal of Manufacturing Technology and Management, 2005, 7(2/3/4): 142-156.
[7] FANG Liang, ZHAO Jia, SUN Kun, et al. Temperature as Sensitive Monitor for Efficiency of Work in Abrasive Flow Machining[J]. Wear, 2009, 266(7/8): 678-687.
[8] WEI Haibo, GAO Hang, WANG Xuyue. Development of Novel Guar Gum Hydrogel Based Media for Abrasive Flow Machining: Shear-thickening Behavior and Finishing Performance[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2019, 157/158: 758-772.
[9] KUMAR S S, HIREMATH S S. Temperature-dependent Rheological Properties of Viscoelastic Polymer Based Flexible Abrasive Media for Finishing Process[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering, 2021, 235(4): 973-985.
[10] 高立娟. 甲基乙基乙烯基硅橡胶的制备与性能研究[D]. 济南: 山东大学, 2017.
GAO Lijuan. Preparation and Properties of Methylethylvinylsilicone Rubber[D]. Jinan: Shandong University, 2017.
[11] 颜莎妮, 邹华, 张立群, 等. 镀镍填料/甲基乙烯基硅橡胶导电复合材料的制备与性能研究[J]. 橡胶工业, 2012, 59(11): 645-649.
YAN Shani, ZOU Hua, ZHANG Liqun, et al. Preparation and Properties of Nickel-coated Fillers/Silicone Rubber Conductive Composites[J]. China Rubber Industry, 2012, 59(11): 645-649.
[12] ZHANG Baocai, QIAO Yu, KHIABANI N, et al. Study on Rheological Behaviors of Media and Material Removal Mechanism for Abrasive Flow Machining (AFM) Micro Structures and Corresponding Simulations[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2022, 73: 248-259.
[13] XU Zhiqiang, WANG Jun, WANG Qiuliang, et al. Investigation of the Polishing Mechanism of Magnetorheological Elastic Polishing Composites[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2022, 118(1): 377-389.
[14] GOLSANAMI N, JAYASURIYA M N, YAN Weichao, et al. Characterizing Clay Textures and Their Impact on the Reservoir Using Deep Learning and Lattice-Boltzmann Simulation Applied to SEM Images[J]. Energy, 2022, 240: 122599.
[15] SANKAR M R, JAIN V K, RAMKUMAR J, et al. Rheological Characterization of Styrene-butadiene Based Medium and Its Finishing Performance Using Rotational Abrasive Flow Finishing Process[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2011, 51(12): 947-957.
[16] SMITH C L, SHINSKEY F G, GASSMAN G W, et al. Perry's Chemical Engineers' Handbook[M]. 8th ed. New York: McGraw Hill, 2007: 45-85.

(编辑 陈 勇)

作者简介：曹伟婷，女，2000年生，硕士研究生。研究方向为超精密加工、磨料流抛光介质。文东辉*(通信作者)，男，1974年生，教授、博士研究生导师。研究方向为磨粒加工装备及技术、精密切削加工。E-mail: wendh@zjut.edu.cn。

本文引用格式：
曹伟婷，文东辉，蔡姚杰. 甲基乙烯基磨料流抛光介质的研制及性能分析[J]. 中国机械工程，2026，37(8)：1937-1946.
CAO Weiting, WEN Donghui, CAI Yaojie. Development and Performance Analysis of Methyl Vinyl Abrasive Flow Polishing Media[J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(8): 1937-1946.

(上接第1936页)

[30] LEE K I, YANG S H. Robust Measurement Method and Uncertainty Analysis for Position-independent Geometric Errors of a Rotary Axis Using a Double Ball-bar[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2013, 14(2): 231-239.

(编辑 陈 勇)

作者简介：鲍玺宇，男，2000年生，硕士研究生。研究方向为数控装备技术及其动力学。刘焕牢*(通信作者)，男，1966年生，教授、博士研究生导师。研究方向为数控装备技术、智能制造。E-mail: HL66@163.com.

本文引用格式：
鲍玺宇，刘焕牢，王宇林，等. 五轴机床旋转轴位置无关几何误差的快速辨识方法[J]. 中国机械工程，2026，37(8)：1928-1936.
BAO Xiyu, LIU Huanlao, WANG Yulin, et al. Rapid Identification of Position-Independent Geometric Errors of Rotary Axes in Five-axis Machine Tools[J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(8): 1928-1936.