引文格式：曹明,宋伟,金银龙. 斜轴墨卡托投影新算法与计算软件设计[J]. 地理空间信息, 2025, 23(7): 107-110. doi:10. 3969/j.issn. 1672-4623.2025.07.021

斜轴墨卡托投影新算法与计算软件设计

曹　明[1]，宋　伟[1]，金银龙[2]
（1. 浙江数智交院科技股份有限公司，浙江 杭州 310006；2. 武汉大学，湖北 武汉 430079）

摘　要：根据椭球变换、椭球面向球面投影、横轴圆柱投影和正交变换等基本理论，详细论述了斜轴墨卡托投影新算法；并基于投影算法，采用VB语言设计了计算软件。利用该软件可进行投影正算与反算，计算长度变形系数，其正算平面直角坐标计算精度可达0.1 mm，反算大地坐标精度可达10^{-5}"。通过实际工程算例验证了斜轴墨卡托投影新算法和软件的有效性与可靠性。该软件可作为斜轴墨卡投影设计与建立的重要工具加以推广与应用。

关键词：斜轴墨卡托投影；软件设计；投影算法；计算精度
中图分类号：P226　　**文献标志码：**B　　**文章编号：**1672-4623（2025）07-0107-04

New Algorithm of Oblique Mercator Projection and Its Software Design

CAO Ming[1], SONG Wei[1], JIN Yinlong[2]
(1. Zhejiang Institute of Communication Co., Ltd., Hangzhou 310006, China;
2. Wuhan University, Wuhan 430079, China)

Abstract: Based on basic theories such as ellipsoid transformation, projection from ellipsoid to sphere, transverse cylindrical projection, and orthogonal transformation, we introduced the basic principle and mathematical models of new algorithm of oblique Mercator projection in detail. Then, we used VB language to design the software according to new algorithm. The software can realize the forward and reverse solution of projection, the accuracy of plane coordinates for forward solution can reach 0.1 mm, and the accuracy of geodetic coordinates for inverse solution can reach 10^{-5}". Finally, we verified the effectiveness and reliability of new algorithm and software for obliques Mercator projection by practical engineering examples. This software can be promoted and applied to the design and establishment of oblique Mercator projection.

Key words: oblique Mercator projection, software design, projection algorithm, calculation accuracy

高速铁路、高速公路等对精度要求较高的线路工程的施工控制网平面坐标系通常采用工程独立坐标系，长度变形系数一般要求应小于10 ppm/km或25 ppm/km。采用分带高斯投影，在顾及高程对长度变形影响的情况下，对于东西跨度较大、南北较狭窄，线路延伸方向与子午线相割的线路测量需划分较多投影带，建立众多工程独立坐标系，给整条线路施工带来诸多不便。若以线路中心线为中央子午线，采用斜轴墨卡托投影则仅需一个的投影带即可覆盖，同时可有效控制边长的投影变形。斜轴墨卡托椭球投影由罗森蒙得在20世纪初提出。Hotine和Laborde投影是国际石油与天燃气生产者协会认定的两种较典型的斜轴墨卡托投影算法[1-2]，但其投影算法是基于参考椭球面的，对于建立工程独立坐标系具有一定的局限性。近年来我国学者[3-4]对此进行了研究，但投影算法不够完善，缺少对投影反解算法的研究与论述。鉴于此，本文以椭球变换、椭球面向球面局部投影、横轴墨卡托投影等地图投影基本理论为基础，进一步研究了基于工程独立椭球的斜轴墨卡托投影基本方法，并设计了投影计算软件，最后结合某高速公路改扩建工程实例阐述了其应用。

1　斜轴墨卡托投影建立的基本方法

1.1　椭球变换

为建立工程独立坐标系，首先需确定与测区某一高程面对应的椭球，即工程独立椭球。工程独立椭球的确定依赖于国家坐标系参考椭球，通过椭球变换方法得到[5-7]。本文采用椭球膨胀法进行椭球变换，其几何参数可表示为：

$$\begin{cases} a_1 = a + \Delta a \\ \Delta a = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_c}\, H_m \\ e_1 = e \end{cases} \tag{1}$$

式中，B_c为测区中心点纬度；H_m为测区边长归算面高程（或投影面高程）；a、e为参考椭球的长半轴与第一偏心率；a_1、e_1为独立椭球的长半轴与第一偏

第一作者简介：曹明（1987—），硕士研究生，高级工程师，主要从事工作公路勘测工作，E-mail：80353395@qq.com。

心率。

由大地微分公式可知[8-9]，控制点在独立椭球下的大地坐标可近似表示为：

$$\begin{cases} B' = B + e^2 \sin B \cos B \Delta a / M \\ L' = L \\ H' \approx H - H_m \end{cases} \tag{2}$$

式中，$M = a(1-e^2)/W^3$，$W = \sqrt{1-e^2\sin^2 B}$；B、L、H为参考椭球下的控制点大地坐标；B'、L'、H'为独立椭球下控制点大地坐标。

1.2 椭球面向球面的局部投影

由地图投影可知，为方便计算通常将椭球面等角投影到球面上。椭球面向球面局部投影的计算公式为[10]：

$$\begin{cases} U = \tan(\frac{\pi}{4} + \frac{B'}{2})(\frac{1-e\sin B'}{1+e\sin B'})^{e/2} \\ \phi = 2[\arctan(\frac{U^{\beta}}{K}) - \frac{\pi}{4}] \\ \lambda = \beta \times L' \\ \mu = \frac{\beta \times R\cos\phi}{N'\cos B'} \end{cases} \tag{3}$$

式中，$N' = a_1/\sqrt{1-e_1^2\sin^2 B'}$；$\phi$、$\lambda$为控制点球面坐标；$\mu$为长度比；$R$为球半径。

$$\begin{cases} \beta = \sqrt{1 - \frac{e_1^2}{1-e_1^2}\cos^4 B'_c} \\ \phi_c = \arcsin(\frac{\sin B'_c}{\beta}) \\ K = \frac{U_c^{\beta}}{\tan(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_c}{2})} \\ R = \frac{a_1\sqrt{1-e_1^2}}{1-e_1^2\sin^2 B'} \end{cases} \tag{4}$$

式中，ϕ_c为投影中心点（基准点）的球面纬度；β、K为椭球面向球面局部投影常数。

1.3 伪球面坐标计算

如图1所示，CB为线路方向线（线路中心线）在球面的投影，C为中心点（基准点），做一个垂直于CB的圆EE_1，以EE_1为斜轴投影圆球的伪赤道，以CB为伪中央子午线，(ϕ', λ')为球面上任意点A以伪赤道和伪中央子午线为依据的伪球面坐标，伪球面坐标可由球面坐标(ϕ, λ)与球面极坐标(σ, α)之间转换关系计算，即

$$\tan\alpha = \frac{\cos\phi\sin(\lambda-\lambda_c)}{\cos\phi_c\sin\phi - \sin\phi_c\cos\phi\cos(\lambda-\lambda_c)} \tag{5}$$

$$\tan\sigma = \frac{p\sin\alpha + q\cos\alpha}{\sin\phi_c\sin\phi + \cos\phi_c\cos\phi\cos(\lambda-\lambda_c)} \tag{6}$$

$$\begin{cases} \sin\phi' = \sin\sigma\cos(\alpha-\alpha_c) \\ \tan\lambda' = \tan\sigma\sin(\alpha-\alpha_c) \end{cases} \tag{7}$$

式中，$0 \leqslant \alpha < 2\pi$；$0 < \sigma \leqslant \pi$；$p = \cos\phi_c\sin(\lambda-\lambda_c)$；$q = \cos\phi_c\sin\phi - \sin\phi_c\cos\phi\cos(\lambda-\lambda_c)$；$\alpha_c$为过中心点的线路中心线大地方位角。

1.4 横轴墨卡托投影与正交变换

根据(φ', λ')，依照横轴等角椭圆柱投影公式（图2），即可得到斜轴墨卡托投影平面直角坐标(u, v)，即

$$\begin{cases} u = k_c R\{\phi' + t[\frac{A^2}{2} + (5-t)\frac{A^4}{24} + (61-58t^2+t^4)\frac{A^6}{720}]\} \\ v = k_c R[A + (1-t^2)\frac{A^3}{6} + (5-18t^2+t^4)\frac{A^5}{120}] \end{cases} \tag{8}$$

式中，k_c为线路中心线长度比因子；$t = \tan\phi'$；$A = \lambda'\cos\phi'$。

通过正交变换使U轴指向正北方向，则有：

$$\begin{cases} x = FN - v\sin\alpha_c + u\cos\alpha_c \\ y = FE + v\cos\alpha_c + u\sin\alpha_c \end{cases} \tag{9}$$

式中，FN、FE分别为纵、横坐标的平移量，可根据测区覆盖范围确定。

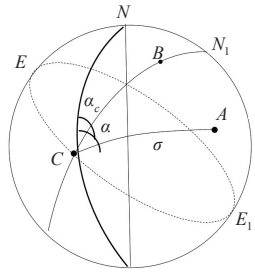


图1 球面极坐标

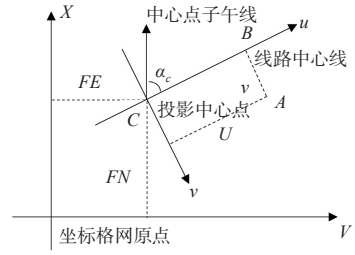


图2 斜轴墨卡托投影直角坐标系

2 投影计算软件设计

2.1 软件设计流程

工程独立坐标系的建立与工程的性质、范围以及要求的精度有关。为控制长度变形，通常选择一个合适的边长归算面确定投影面高程。以该投影面为依据，通过椭球变换建立工程独立椭球；再以工程独立椭球作为基准椭球，采用相应的投影方法建立工程测量坐标系，获取球面坐标和伪球面坐标；最后建立斜轴墨卡托投影工程独立坐标系，进行投影正反解算。

2.2 投影正反解算法

L_c为投影中心点经度，α_c为过投影中心点线路方向线方位角，则有：

$$\begin{cases} da = \sqrt{1-e^2\sin^2 B_c}\, H_m \\ B'_c = B_c + e^2\sin 2B\sqrt{(1-e^2\sin^2 B)^3}\, da/a/(1-e^2)/2 \\ U_c = \tan(\pi/4 + B'_c/2)[(1-e\sin B'_c)/(1+e\sin B'_c)]^{e/2} \\ R = (a+da)\sqrt{1-e^2}/(1-e^2\sin^2 B'_c) \end{cases} \tag{10}$$

投影正算是由大地坐标(B, L)计算平面直角坐标

(x, y)，由上述投影常数，根据式（1）~（9）不难得到投影正算数学模型，这里不再重复赘述。投影反算是由平面直角坐标 (x, y) 计算大地坐标 (B, L)，由式（9）可得平面直角坐标 (u, v)。由高斯投影反解公式可得伪球面坐标，即

$$\begin{cases}\varphi' = \varphi'_f - t_f[D^2/(2R^2) - (5+3t_f^2)D^4/(24R^4) + (61+90t_f^2+5t_f^4)D^6/(720R^6)] \\ \lambda' = [D/R - (1+2t_f^2)D^3/(6R^3) + (5+28t_f^2+24t_f^4)D^5/(120R^5)]/\cos\varphi'_f\end{cases} \tag{11}$$

式中，$\varphi'_f = u/(Rk_c)$；$D = v/k_c$；$t_f = \tan\varphi'_f$。

由伪球面坐标计算球面极坐标，再由球面极坐标计算球面坐标，最后由球面坐标反解独立椭球大地坐标，即

$$\begin{cases}L = L_c + \lambda/\beta \\ U = [K\tan(\pi/4+\phi/2)]^{1/\beta} - \pi/2 \\ \chi = 2\arctan U - \pi/2\end{cases} \tag{12}$$

式中，χ 为等角纬度[11-13]。

由独立椭球纬度恢复参考椭球纬度，则有：

$$\begin{cases}M = (a+\Delta a)(1-e^2)\sqrt{(1-e^2\sin^2 B')^3} \\ B = B' - e^2\sin B'\cos B'\Delta a/M\end{cases} \tag{13}$$

2.3　软件功能与特点

计算程序采用VB语言编写，包括已有大地坐标基准选择（也可输入新的大地坐标基准）、投影参数输入（H_m、L_c、B_c、k_c、a_c、FE、FN）、投影计算方法选择、数据输入方式以及是否计算尺度变形等功能选项。基于大地测量控制网点的三维大地坐标，顾及投影面高程和其他投影参数，能实现斜轴墨卡托投影正算与反算，投影正算平面坐标计算精度可达0.1 mm，反算大地坐标精度可达到10^{-5}"；同时可计算控制点的长度变形，根据控制点的长度变形大小，不断调整投影面高程直至满足投影变形限差要求为止，此时的投影面高程可作为最终投影计算的投影参数，因此该软件具有设计和计算双重功能。该软件操作简单、计算方便，可对单点或批量数据进行处理，且具有非法字符输入提示对话功能，若计算过程中出现运行错误，则直接终止计算。

3　应用算例

某东西走向高速公路改扩建工程，其东西跨度约为140 km，地理位置为29°14′~29°34′N、119° 52′~121°09′E，高程范围为30~220 m。工程控制网满足 μ 小于25 ppm，投影面高程为150 m。为使线路工程控制网满足精度要求，按高斯投影建立工程坐标系，估算控制网长度变形系数，中央子午线为120°30′，结果见表1，可以看出，采用高斯投影建立一个坐标系则长度变形系数超限，需进行分带处理建立多个平面直角坐标系。因此，为便于施工采用斜轴墨卡托投影建立一个线路工程施工坐标系。

表1　高斯投影长度变形系数

点号	μ/ppm	点号	μ/ppm
B	40.666	P8	−9.037
P1	28.023	P9	−1.876
P2	41.853	P10	6.620
P3	31.861	P11	11.241
P4	29.356	P12	19.565
P5	17.596	P13	20.817
P6	10.334	P14	33.071
P7	8.980	C	57.531

利用上述软件进行用斜轴墨卡托投影计算，以 C 点为投影中心点（基准点），CB 方向为线路中心线方向，设置 B_c 为29° 14′ 28" N、L_c 为119° 52′02" E、α_c 为73° 26′9.7303"、H_m 为150 m、k_c 为1，FN、FE 为0，计算结果见表2，可以看出，采用斜轴墨卡托投影建立一个平面直角坐标系，控制点长度变形系数满足限差要求。为进一步验证软件，取点P8正算结果按单点模式进行投影反算，结果见图3，反算结果与表2中已知大地坐标基本吻合，反算计算精度可达10^{-5}"。

表2　某线路工程斜轴墨卡托投影正算计算结果

点名	B	L	H/m	x/m	y/m	μ/ppm
B	29°34′04.00000"	121°08′53.00000"	200.854	36 889.394 9	124 115.952 1	−7.974
P1	29°31′07.57314"	121°04′32.91833"	216.416	31 382.674 9	117 171.780 2	−10.279
P2	29°33′45.51674"	120°59′54.91369"	67.635	36 170.648 1	109 638.163 3	13.059
P3	29°34′ 21.21429"	120°51′08.52793"	38.490	37 141.389 4	95 459.632 1	18.354
P4	29°33′23.99083"	120°48′24.99366"	32.365	35 343.218 5	91 072.178 0	19.219
P5	29°30′30.82817"	120°43′28.81152"	75.104	29 950.222 2	83 138.084 7	12.054
P6	29°27′16.30392"	120°38′14.86564"	98.072	23 901.960 1	74 722.095 0	8.174
P7	29°26′49.45927"	120°33′21.48129"	95.043	23 026.098 6	66 821.071 3	8.730
P8	29°24′37.13178"	120°29′31.74027"	207.686	18 916.974 9	60 651.477 6	−9.035
P9	29°21′59.99475"	120°25′19.84781"	166.435	14 044.507 4	53 883.634 2	−2.533
P10	29°20′11.30381"	120°20′15.98625"	127.305	10 662.033 0	45 701.737 6	3.655
C	29°14′28.00000"	119°52′02.00000"	80.743	0.000 0	0.000 0	10.858

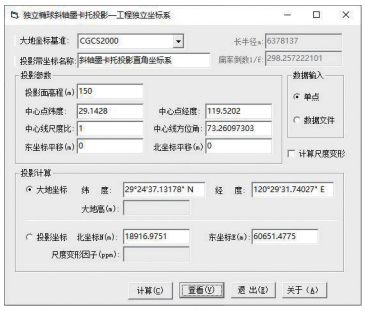


图3 斜轴墨卡托投影反算

4 结 论

本文详细阐述了基于工程独立椭球的斜轴墨卡托建立的基本方法，并根据该投影算法，设计了投影计算软件。该软件操作简单方便，投影正算平面坐标精度可达0.1 mm，反算大地坐标精度可达10^{-5}"。算例结果表明，在精度要求较高的线路工程控制网中，对于东西走向较长、南北较狭窄的线路测量，采用斜轴墨卡托投影建立一个坐标系能较好地控制长度变形，减少分带。本文设计的计算软件为斜轴墨卡投影直角坐标的建立提供了便利条件与技术支撑，可作为建立斜轴墨卡投影的重要技术工具加以推广与应用。

参考文献

[1] Snyder J P. Map Projections Used by the U. S. Geological Survey[M]. Washington: United States Government Printing Office,1982

[2] 王解先,伍吉仓,高小兵. 斜轴墨卡托投影及其在高铁建设工程中的应用[J]. 工程勘察,2011,39(8):69-72

[3] 刘灵杰,原玉磊,卫建东. 斜墨卡托投影在高速铁路测量中的应用分析[J]. 测绘通报,2009(2):43-45

[4] 丁士俊,何亮云,李鹏鹏. 斜轴墨卡托圆柱投影及其在高速铁路控制网中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2016,41(4):541-546

[5] 李世安,刘经南,施闯. 应用GPS建立区域独立坐标系中椭球变换的研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2005,30(10): 888-891

[6] 丁士俊,畅开蛳,高锁义. 独立网椭球变换与坐标转换的研究[J]. 测绘通报,2008(8):4-6

[7] 蔡靖,郭际明,谢灯兵. 利用椭球变换建立独立坐标系的方法[J]. 地理空间信息,2019,17(7):87-90

[8] 孔祥元,郭际明,刘宗泉. 大地测量学基础[M]. 武汉:武汉大学出版社,2010

[9] 陈健,晁定波. 椭球大地测量学[M]. 北京:测绘出版社,1989

[10] 李国躁,杨启和,胡定荃. 地图投影[M]. 北京:解放军出版社,1993

[11] 李厚朴,边少锋,刘敏. 地图投影中三种纬度间变换直接展开式[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2013,38(2):217-220

[12] 陈成,边少锋,刘强. 纬度正反解问题的傅里叶级数解算方法[J]. 海洋测绘,2017,37(4):19-23

[13] 丁士俊,邹进贵,曹明. 测量与GIS常用投影算法及程序设计[M]. 武汉:武汉大学出版社,2023

(上接第80页)

参考文献

[1] 中华人民共和国住房城乡建设部、文化部、国家文物局、财政部. 关于开展传统村落调查的通知[EB/OL].(2012-04-23)[2023-08-14]. http://www.mohurd.gov.cn/wjfb/201204/t20120423_209619. html

[2] 中共中央国务院. 关于实施乡村振兴战略的意见[N]. 人民日报,2018-02-05(1)

[3] 中共云南省委、云南省人民政府. 云南省乡村振兴战略规划 (2018—2022 年) [EB/OL]. (2019-07-17) [2023-09-21]. http://yndrc. yn. gov. cn/content. aspx?id=759702636603

[4] 王义民,李艳艳,董诗涵. 信阳国家级传统村落空间分布及影响因素分析[J]. 信阳师范学院学报(自然科学版),2017,30(3):397-401

[5] 肖亚娇,赵琳. 玉溪市传统村落空间分布特征及其影响因素[J]. 现代园艺,2024,47(5):4-9

[6] 丁明月,刘洋洋,化明星,等. 基于GIS的河南省传统村落空间分布特征及影响因素[J]. 中南农业科技,2024,45(2):211-214

[7] 王雷,张晨. 江苏省传统村落空间分异格局及影响因素研究[J]. 中国名城,2021,35(6):71-79

[8] 丘伟清,陈金泉. 赣粤闽传统村落空间分布特征[J]. 测绘与空间地理信息,2024,47(2):109-111

[9] 薛明月,王成新,窦旺胜,等. 黄河流域传统村落空间分布特征及其影响因素研究[J]. 干旱区资源与环境,2020,34(4):94-99

[10] 钟阳. 华中地区传统村落空间分布特征及影响因素研究[J]. 住宅产业,2024(1):24-27

[11] 黄雪,冯玉良,李丁,等. 西北地区传统村落空间分布特征分析[J]. 西北师范大学学报(自然科学版),2018,54(6):117-123

[12] 刘大均,胡静,陈君子,等. 中国传统村落的空间分布格局研究[J]. 中国人口·资源与环境,2014,24(4):157-162

[13] 王强,邵秀英,殷仙花. 中国传统村落时空演变特征及影响因素分析[J]. 科技和产业,2024,24(4):14-22

[14] 陈丽军,胡红兵,王厚. 基于GIS的黄冈市传统村落的分布特征及其影响因素研究[J]. 黄冈师范学院学报,2019,39(5):119-123

[15] 伍光和,王乃昂,胡双熙,等. 自然地理学(第四版)[M]. 北京:高等教育出版社,2008

[16] 王劲峰,徐成东. 地理探测器:原理与展望[J]. 地理学报,2017,72(1):116-134