引文格式：吴春,段春燕,胡文焯,等. 一种大倾角单独像对相对定向混合算法[J]. 地理空间信息, 2025, 23(1): 21-24. doi:10. 3969/j.issn. 1672-4623.2025.01.005

一种大倾角单独像对相对定向混合算法

吴　春[1]，段春燕[2*]，胡文焯[1]，张　旭[1]，龚　睿[1]
（1. 武汉市自然资源保护利用中心，湖北 武汉 430000；2. 武汉设计工程学院，湖北 武汉 430205）

摘　要：立体像对相对定向是摄影测量三维重建中的重要步骤。为解决初始值不理想导致的相对定向迭代解算不收敛、鲁棒性差的问题，提出了一种大倾角单独像对相对定向的混合算法。首先基于高精度同名像点坐标观测值构建非线性的共面条件方程组，再通过信赖域折线算法进行解算并将方程组解作为后续迭代初始值；最后采用非线性共轭梯度法进行迭代以提高相对定向参数解算精度。无人机航空影像数据集的对比实验结果表明，该算法的相对定向精度可达 1 μm，具有解算精度高、稳定性好的优点。

关键词：相对定向；大倾角；信赖域折线算法；共轭梯度法
中图分类号：P231　　**文献标志码：**B　　**文章编号：**1672-4623（2025）01-0021-04

Relative Orientation Hybrid Algorithm for Large Rotation Angle Independent Stereo Pair

WU Chun[1], DUAN Chunyan[2], HU Wenzhuo[1], ZHANG Xu[1], GONG Rui[1]
(1. Wuhan Natural Resources Conservation and Utilization Centre, Wuhan 430000, China;
2. Wuhan Design and Engineering College, Wuhan 430205, China)

Abstract: Stereo pair relative orientation is an important step in photogrammetric 3D reconstruction. In order to solve the relative orientation problem of non-convergence and low robustness caused by unideal initial values, we proposed a new relative orientation hybrid algorithm for large rotation angle stereo pair. Firstly, we constructed the non-linear coplanarity condition equations based on high-accuracy corresponding point observations. Then, we used trust-region dogleg algorithm to obtain the solution and treated as initial values. Finally, we used conjugate gradient method for non-linear interaction to improve the accuracy of relative orientation parameters. Comparative results on the UAV stereo images show that the algorithm proposed in this paper has a relative orientation accuracy reaches 1 μm, and has the advantages of high accuracy and good robustness.

Key words: relative orientation, large rotation angle, trust-region dogleg algorithm, conjugate gradient method

立体像对相对定向是摄影测量三维重建的基本问题之一，通过恢复摄影时刻相邻两张相片摄影光束的相互关系，从而使同名光线对对相交[1]。在竖直航空摄影测量中，立体像对相对定向时相片间的旋偏角较小（一般小于6°），解算时先将相对定向元素初始值取0，再通过牛顿迭代法计算精确值。随着传感器技术的发展，以无人机倾斜摄影测量系统为代表的低空遥感平台在城市三维建模中得到了日益广泛的应用[2]。由于质量小、航高低，低空遥感平台获取影像的姿态角稳定性受气流影响明显，立体影像间存在的大旋偏角可能导致传统相对定向方法失效。国内外学者对大倾角立体像对相对定向元素解算进行了深入研究，其中直接法[3]基于代数理论，无需初始值，在相机畸变校正参数已知的情况下，至少需要5个同名点即可解算相对定向参数[4-5]，该方法在观测值误差较小时具有较高的精度，但存在结果不唯一和错误解剔除问题；法矩阵分解法通过分解基础矩阵直接解算相对定向元素[6]，如马友青等[7]将基于奇异值分解的加权总体最小二乘平差理论应用于立体像对相对定向，在保证精度的同时直接计算相对定向参数；迭代法的解算精度高且能充分利用多余观测值，但需获取理想的初始值。为克服牛顿迭代法对初值敏感、Hesse矩阵计算量大的缺陷，近年来学者们开展了大量研究，如信赖域方法[8]可改善初始值对迭代收敛稳定性的影响；同伦法[9]通过构造一个与原映射的维数和定义域相同的新映射从而扩大初始值取值范围；L-M算法[10]综合了最速下降法和线性化（泰勒级数）方法，以加快最优值搜索过程；拟牛顿法[11]利用目标函数梯度的差分

项目来源：湖北省自然资源科技资助项目（ZRZY2023KJ25）。
第一作者简介：吴春（1984—），博士，高级工程师，研究方向为倾斜摄影三维重建、遥感影像目标识别，E-mail：cugwhu@126.com。
通信作者：段春燕（1984—），硕士，副教授，研究方向为图像处理，E-mail：273894061@qq.com。

构造目标函数Hesse矩阵的近似矩阵，再基于牛顿方程产生的搜索方向完成迭代过程。袁修孝等[12]从基础矩阵推导出相对定向元素并作为相对定向求解的初始值，再通过迭代求解来获得精确的相对定向元素值；王一等[13]对基于计算机视觉原理的增量式相对定向算法进行全局一次性平差改进优化，进而提高相对定向参数精度；李佳田等[14]基于随机爬山算法对相对定向元素初值进行随机扰动优化，采用共轭梯度法取代相对定向中的最速下降法，以提高迭代收敛速度；闸旋等[15]在分析独立法相对定向和连续法相对定向中分别作为基准坐标系的基线坐标系与左方像空间坐标系之间的转换关系的基础上，推导出独立法和连续法相对定向元素的直接转换方法。在摄影测量三维重建过程中，相对定向得到的立体模型还需通过绝对定向以确定其在物方坐标系中的方位和比例，从而获取目标的三维空间坐标[16]。胡华宗[17]通过模拟影像建立空间坐标，获取实际空间与平面模型间存在的属性关系，并依据复杂地形空间参数建立投影模型，简化了绝对定位过程。为解决迭代法初始值依赖问题，本文首先利用高精度同名点坐标观测值构建非线性方程组；再利用信赖域折线算法进行解算并将方程组解作为后续迭代初始值；最后采用非线性共轭梯度法进行迭代，以提高相对定向参数解算精度。

1 研究方法

单独像对相对定向以摄影基线为空间辅助坐标系的 X 轴，相对定向元素的左影像为 (φ_1, κ_1)，右影像为 $(\varphi_2, \omega_2, \kappa_2)$，解析表达式基于共面条件方程，即

$$\boldsymbol{F}=\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} B_X & 0 & 0 \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix}=B_X\begin{vmatrix} Y_1 & Z_1 \\ Y_2 & Z_2 \end{vmatrix}=0 \quad (1)$$

式中，(B_X, B_Y, B_Z) 为摄影基线分量；(X_1, Y_1, Z_1)、(X_2, Y_2, Z_2) 为像点空间辅助坐标。

共面条件方程是一个非线性函数，可按照多元函数泰勒公式展开并取一次项，则有：

$$v=\frac{\partial F}{\partial \varphi_1}d\varphi_1+\frac{\partial F}{\partial \kappa_1}d\kappa_1+\frac{\partial F}{\partial \varphi_2}d\varphi_2+\frac{\partial F}{\partial \omega_2}d\omega_2+\frac{\partial F}{\partial \kappa_2}d\kappa_2-(\boldsymbol{F}-\boldsymbol{F}_0) \quad (2)$$

式中，$\boldsymbol{F}_0$ 为根据相对定向元素的近似值得到的 $\boldsymbol{F}$ 值；$d\varphi_1$、$d\kappa_1$、$d\varphi_2$、$d\omega_2$、$d\kappa_2$ 分别为相对定向待定参数的改正数。

1.1 理想相对定向参数初始值的获取

信赖域方法可改善初始值对迭代收敛稳定性的影响。其基本思想为：在当前点的某领域（称为信赖域）内建立一个与目标函数充分近似的二次模型，基于二次模型在该领域内的最优值产生新的迭代点。在迭代过程中，若新的迭代点不能使目标函数充分下降，则说明二次模型与目标函数的近似度不够高，需要缩小信赖域半径；反之，扩大信赖域半径。通常信赖域模型的目标函数为：

$$m_k(d)=f(x_k)+g_k^{\mathrm{T}}d+\frac{1}{2}d^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_k d \quad (3)$$

式中，$\boldsymbol{B}_k$ 为 $\nabla^2 f(x_k)$ 近似；$m_k(0)=f(x_k)$。

由此，信赖域方法的子问题为：

$$\min\{m_k(d)\,|\,d\in R^n, \|d\|\leqslant\Delta_k\} \quad (4)$$

式中，Δ_k 为信赖域半径，假设矩阵 $\boldsymbol{B}_k$ 正定，$d_k^B=-\boldsymbol{B}_k^{-1}g_k$ 是 $m_k(d)$ 在 R^n 上的全局最优解，因此当 $\|\boldsymbol{B}_k^{-1}g_k\|\leqslant\Delta_k$ 时，可取 $d_k=d_k^B$，但该条件不一定满足。当 Δ_k 很小时，线性函数 $f(x_k)+g_k^{\mathrm{T}}d$ 与 $f(x_k+d)$ 在信赖域内有很好的近似性，此时该线性函数在信赖域中的最小值点 $d_k^C=-\dfrac{\Delta_k}{\|g_k\|}g_k$ 可视为信赖域子问题的最优解；当 Δ_k 逐渐增大时，d_k^B 为信赖域子问题的最优解。综上所述，在 Δ_k 逐渐增大的过程中，其最优解为在由 d_k^C、d_k^B 构成的折线上求解子问题。

令 $d_k^u=-\dfrac{\|g_k\|^2}{g_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_k g_k}g_k$ 并取

$$d_k(\tau)=\begin{cases}\tau d_k^u & \text{若}\tau\in[0,\,1]\\ d_k^u+(\tau-1)(d_k^B-d_k^u) & \text{若}\tau\in[1,\,2]\end{cases}$$

折线方法就是沿着折线方向 $d_k(\tau)$ 求取式（4）的最优解。编程实现过程中，本文将最大迭代次数、迭代终止限差、信赖域半径初始值、信赖域半径最大值、信赖域变化（缩小或增大）判断阈值、信赖域半径缩小系数、信赖域半径扩大系数分别设置为1 000、10^{-6}、0.1、1.0、0.1、0.5、2.0。

1.2 相对定向参数精确值的计算

共轭梯度法是基于前一迭代点的搜索方向对当前迭代点的负迭代方向进行修正，从而产生新的搜索方向，即搜索方向为当前迭代点负梯度方向与前一搜索方向的线性组合。迭代过程中只需计算目标函数和梯度函数，是共轭梯度法的优点。共轭梯度法将线性方程问题转化为二次规划问题，即

$$\min_{x\in R^n} f(x)=\frac{1}{2}x^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}x-b^{\mathrm{T}}x \quad (5)$$

针对系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 构造共轭方向，再进行线搜索，迭代计算公式为：

$$x_{k+1}=x_k+\alpha_k d_k \tag{6}$$

式中，$\alpha_k=\arg\min_{\alpha\geqslant 0}\{f(x_k+\alpha_k d_k)\}$ 为步长；$d_k=\begin{cases}-g_k & k=1\\ -g_k+\beta_k d_{k-1} & k\geqslant 2\end{cases}$ 为搜索方向，$g_k=\nabla f(x_k)^{\mathrm{T}}$。

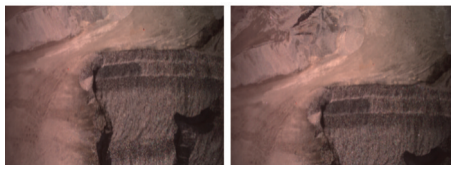
共轭梯度法应用于非线性函数时，β_k 的构造形式并不唯一。FR公式和PRP公式是两种常用的方法，PRP公式的理论性质虽然不如FR公式，但数值效果优于FR公式，因此本文采用该公式，即 $\beta_k^{\mathrm{PRP}}=\dfrac{g_k^{\mathrm{T}}(g_k-g_{k-1})}{\|g_{k-1}\|^2}$。

编程实现过程中，本文将最大迭代次数、梯度误差阈值、Armijo准则常数分别设置为1 000、10^{-6}、0.4。

2　实验结果与分析

2.1　实验数据与环境

为验证本文算法的有效性，采用两组不同场景、分辨率的无人机影像进行对比实验。实验数据一为加拿大卡尔加里大学提供的下视无人机影像公开数据集[18]（图1），航向重叠度超过80%，尺寸为4 872 × 3 248，像元大小为7.4 μm，空间分辨率优于1.5 cm；外方位角元素分别为(−0.463 8°, −2.320 2°, −90.964 1°)、(−1.372 4°, −1.341 7°, −83.497 5°)。部分地面控制点对应的自动量测同名像点坐标见表1，像点坐标观测精度约为±0.3像素。实验数据二为武汉市某地区的倾斜无人机立体影像对（图2），航拍相机镜头焦距为35 mm，尺寸为6 000 × 4 000，像元大小为3.9 μm，空间分辨率为3 cm。采用人工量测的8个同名像点进行相对定向元素解算，通过理论计算值与实际观测值的差值来衡量像点坐标观测精度，像点坐标观测精度约为±0.5像素。



a 基准影像　　b 待匹配影像

图1　下视立体影像

表1　同名点像点坐标/mm

编号	x_b	y_b	x_m	y_m
1	−5.058 3	6.868 1	−4.538 3	1.971 5
2	8.368 0	10.053 0	9.092 9	5.113 7
3	7.535 0	3.465 6	8.162 3	−1.765 8
4	−16.714 0	1.577 1	−16.219 6	−3.237 5
5	1.590 0	−4.568 7	2.024 1	−10.175 4
6	12.290 3	−1.875 6	12.947 8	−7.648 4
7	−12.530 5	2.038 1	−12.058 9	−2.823 0
8	11.455 0	11.079 8	12.261 2	6.147 0



a 基准影像　　b 待匹配影像图

图2　倾斜立体影像对

2.2　实验结果分析

2.2.1　实验数据一

随机选择5组同名点像点坐标构成非线性方程组，以（0,0,0,0,0）为初始值分别采用拟牛顿法、信赖域法、同伦法、L-M算法、本文算法进行解算，并将其作为后续迭代解算的初始值。结果表明（表2），拟牛顿法与本文算法得到的解算值相似度较高，且 φ_1、φ_2、ω_2 均小于5°，其余3种方法得到的解算值差异较大。由相对定向元素计算结果（表3）可知，所有算法的初始值最终都能够获得迭代计算结果，拟牛顿法、信赖域法有部分计算结果超出了合理的取值范围；同伦法、L-M算法的计算结果高度相似，但 κ_1、κ_2 值大于90°；本文算法的 φ_1、φ_2、ω_2 值较小，κ_1、κ_2 值较大但都在90°以内。在算法耗时方面，拟牛顿法的耗时最短（0.019 7 s），信赖域法为0.029 5 s、L-M算法为0.031 5 s、本文算法为0.020 6 s，同伦法耗时最长（1.030 6 s）且与其他算法存在明显的数量级差异。

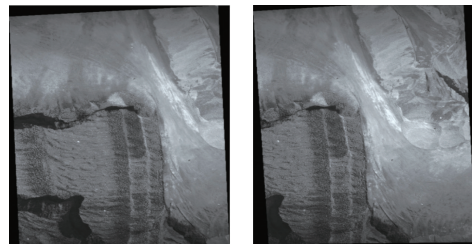
表2　迭代初始值/(°)

方法	φ_1	κ_1	φ_2	ω_2	κ_2
拟牛顿法	1.930 0	−73.642 3	−4.547 4	−3.661 2	−70.479 6
信赖域法	30.911 6	24.639 3	28.512 3	7.486 1	24.912 5
同伦法	70.056 6	−63.430 5	62.172 1	12.822 4	−74.159 3
L-M算法	80.867 6	−123.266 1	72.933 3	−13.394 9	−108.467 4
本文算法	1.929 6	−73.643 6	−4.548 5	−3.658 4	−70.480 4

表3　相对定向元素计算结果/(°)

方法	φ_1	κ_1	φ_2	ω_2	κ_2
拟牛顿法	−78.146 0	−298.940 4	−70.107 7	9.460 4	−288.268 5
信赖域法	76.655 5	−153.651 1	71.325 2	−3 274.533 8	3 122.768 7
同伦法	78.146 2	−118.941 5	70.107 9	−9.461 0	−108.269 1
L-M算法	78.146 2	−118.941 3	70.107 9	−9.460 9	−108.268 9
本文算法	−4.056 2	−87.990 8	−3.760 7	1.139 3	−87.327 3

由不同方法得到的核线影像同名像点 y 坐标差值可知（表4），理论值应为0，信赖域法的精度最低；拟牛顿法、同伦法、L-M算法均有个别同名像点 y 坐标差值达到了 10^{-3} 数量级；本文算法的差值非常小，优于 10^{-3}。实验数据一生成的灰度核线影像见图3。为进一步验证本文算法的有效性，从表1另外随机选择5组同名像点坐标进行相对定向元素解算对比实验，结果表明（表5）本文算法具有良好的稳定性。



a 基准影像　　b 待匹配影像

图3 下视立体核线影像对

表4 实验一核线影像同名像点 y 坐标差值/mm

方法	1	2	3	4	5	6	7	8
拟牛顿法	−0.022 5	0.037 1	−0.146 6	−0.037 9	−0.067 2	2 881.522 0	0.077 1	−0.014 4
信赖域法	−104.864 6	137.953 2	90.908 2	−26.914 8	105.353 2	33.675 2	−36.684 0	121.805 0
同伦法	0.022 5	−0.037 0	0.145 8	0.037 9	0.064 8	−3 560.678 4	−0.077 2	0.014 1
L-M算法	0.022 4	−0.037 3	0.145 9	0.037 9	0.065 3	−3 325.880 6	−0.077 2	0.014 1
本文算法	0.000 2	0.000 4	−0.001 9	−0.000 1	0.000 3	0.000 6	0.000 1	0.000 3

表5 实验一相对定向元素计算结果/(°)

编号	φ_1	κ_1	φ_2	ω_2	κ_2
1	−4.056 177 44	−87.990 799 29	−3.760 744 08	1.139 303 23	−87.327 280 4
2	−4.056 177 96	−87.990 796 53	−3.760 744 88	1.139 303 59	−87.327 277 7
3	−4.056 177 54	−87.990 799 63	−3.760 744 18	1.139 303 18	−87.327 280 7
4	−4.056 177 53	−87.990 799 67	−3.760 744 17	1.139 303 18	−87.327 280 8
5	−4.056 177 73	−87.990 799 48	−3.760 744 59	1.139 303 36	−87.327 282 9

2.2.2 实验数据二

计算结果表明（表6、7），拟牛顿法、同伦法因迭代不收敛无法解算相对定向元素值；L-M算法、信赖域法、本文算法能得到解算结果且计算值都在合理范围内；L-M算法结果与本文算法高度相似，但精度略低；本文算法核线影像同名像点 y 坐标差值稳定在 10^{-3} 数量级。在算法耗时方面，本文算法耗时最短（0.022 4 s），信赖域法耗时最长（0.346 7 s），且与其他两种算法存在数量级的差异。

表6 实验二相对定向元素计算结果/(°)

方法	φ_1	κ_1	φ_2	ω_2	κ_2
拟牛顿法			不收敛		
信赖域法	−20.115 9	27.479 2	35.987 7	−4.231 4	−38.662 7
同伦法			不收敛		
L-M算法	−24.045 7	28.510 2	47.423 6	−5.381 6	−38.101 1
本文算法	−23.986 3	28.725 2	47.540 0	−5.167 7	−38.530 9

表7 实验二核线影像同名像点 y 坐标差值/mm

方法	1	2	3	4	5	6	7	8
信赖域法	0.411 0	0.313 6	0.640 2	0.907 9	0.976 4	1.064 3	0.900 6	0.644 6
L-M算法	0.159 0	0.128 2	−0.139 2	0.188 7	0.150 5	−0.220 5	0.214 4	0.208 9
本文算法	−0.000 4	−0.002 8	0.001 3	0.006 3	−0.001 7	−0.003 8	−0.000 9	0.001 6

3 结 语

本文提出了一种大倾角单独像对相对定向混合算法。无人机航空影像数据对比实验结果表明，该算法能获取良好的迭代初始值，并正确解算大倾角立体像对的相对定向元素，具有精度高、稳定性好的特点。与计算机视觉领域的经典相对定向算法进行对比是后续研究的重点内容。

参考文献

[1] 张剑清,潘励,王树根. 摄影测量学原理[M]. 武汉:武汉大学出版社,2009

[2] 赵伟山,李治明,胡天明,等. 基于倾斜摄影空地一体单体化建模技术的研究[J]. 地理空间信息,2022,20(6):102-105

[3] Stewénius H, Engels S C, Nistér D. Recent Developments on Direct Relative Orientation[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing,2006,60(4):284-294

（下转第74页）