第 52 卷 第 7 期：3360-3373 高电压技术 Vol.52, No.7: 3360-3373
2026 年 7 月 31 日 High Voltage Engineering July 31, 2026
**DOI**: 10.13336/j.1003-6520.hve.20251209

# 基于压缩波束形成的电力设备表面放电声学定位方法

朱金婵[1]，张小波[1]，杨锡清[2]，韦晓星[2]，尹芳辉[3]，王　平[1]
（1. 输变电装备技术全国重点实验室(重庆大学)，重庆 400044;
2. 中国南方电网有限责任公司超高压输电公司，广州 510663;
3. 清华大学深圳国际研究生院广东省海洋可再生能源电力装备与系统工程技术研究中心，深圳 518055）

**摘　要**：电力设备表面放电是潜伏性故障或早期缺陷的重要征兆，基于麦克风阵列的声学检测手段可无接触式地捕捉设备放电辐射的声信号，借助阵列信号处理算法可实现对放电声源的定位。然而，传统算法定位精度差、鲁棒性不足。对此，提出了一种基于压缩波束形成(compressive beamforming, CSBF)的设备表面放电定位算法，首先建立广义高斯分布变体函数约束的压缩波束形成定位模型，然后基于加速近端梯度(accelerate proximal gradient, APG)框架高效求解模型，获得放电声源数量和坐标的估计结果。为了验证所提方法的有效性，在不同声源间距、观测环境和复杂度参数设置下进行了一系列仿真，并在实验室环境中开展铜丝电晕、缺陷绝缘子放电定位实验；结果表明：CSBF-APG 对声源位置的估计误差小于 0.1 m，平均运行时间小于 2 s，具有良好的分辨率和鲁棒性，且对存在反射和混响的工程环境具备一定适应性。最后，在某换流变感应耐压局放试验中，借助论文方法，成功快速定位到试验设备的异常放电声源，提高了试验效率，验证了论文方法的有效性和实用性，可为电力设备表面放电声学检测和定位提供指导和参考。

**关键词**：电力设备表面放电；声学定位；压缩波束形成；稀疏诱导函数；加速近端梯度算法

## Acoustic Localization Method for Surface Discharge of Power Equipment Based on Compressive Beamforming

ZHU Jinchan[1], ZHANG Xiaobo[1], YANG Xiqing[2], WEI Xiaoxing[2], YIN Fanghui[3], WANG Ping[1]
(1. State Key Laboratory of Power Transmission Equipment Technology(Chongqing University), Chongqing 400044, China;
2. Ultra-high Voltage Transmission Company, China Southern Power Grid Co., Ltd., Guangzhou 510663, China;
3. Guangdong Engineering Technology Research Center for Marine Renewable Energy Power Equipment and System, Shenzhen International Graduate School, Tsinghua University, Shenzhen 518055, China)

**Abstract**: Surface discharge of power equipment is an important indicator of latent faults and early defects. The microphone array-based acoustic detection method can acquire the discharging acoustic signals emitted by the equipment in a non-contact manner, and then the discharge position can be localized by array signal processing algorithms. However, conventional algorithms suffer from low resolution and poor robustness. To overcome these shortages, an acoustic localization method for surface discharge of power equipment based on compressive beamforming (CSBF) is proposed in this paper. First, the localization problem is formulated as a CSBF model constrained by a variant function of the generalized Gaussian distribution. Then, the model is solved efficiently based on the accelerated proximal gradient (APG) framework, and the estimated results of source counts and positions are obtained. To demonstrate the effectiveness of the proposed method, a series of simulations with different source distances, environmental observation conditions, and computational parameters are conducted; furthermore, the copper wire and defective insulator discharging localization experiments are carried out in the laboratory environment. Results show that CSBF-APG can achieve a position estimated error of less than 0.1 meter and the running time of less than 2 seconds, which demonstrates its favorable resolution and robustness, and also exhibits adaptability to practical engineering environments with reflections and reverberation. Finally, in a converter transformer high-voltage partial discharge test, the proposed method is adopted to successfully locate the discharge source of an experimental grounding wire, improving the test efficiency and also verifying its practicality. This paper can provide valuable guidance and reference for acoustic detection and localization of surface discharges of power equipment.

**基金资助项目**：南方电网有限公司科技项目(CGYKJXM20240187)。
Project supported by Science and Technology Project of China Southern Power Grid Co., Ltd. (CGYKJXM20240187).

**Key words**：surface discharge of power equipment; acoustic localization; compressive beamforming; sparsity-inducing function; accelerated proximal gradient algorithm

## 0 引言

电力设备表面放电现象是潜伏性故障或早期缺陷的重要征兆，故障的准确识别和定位可为设备状态监测和故障诊断提供依据[1-2]。在变电站、换流站等敞开式空间中，基于麦克风阵列的声学检测手段可快速捕捉套管、绝缘子和隔离开关等非金属屏蔽设备放电辐射到周围空间的声信号，通过阵列信号处理算法可定位放电源[3]，具有简单便捷、在线监测等优势，同时可与电磁、光学等多种手段协同检测，提升故障检测的灵敏度与全面性[4-6]。

设备表面放电定位精度的一大关键因素是阵列信号处理算法的性能[7]。在基于麦克风阵列的放电声源定位方法研究中，波束形成是常用的一类算法。基于传统波束形成(conventional beamforming, CBF)算法研制的手持式声学成像仪已成功用于电力巡检中[8]。但 CBF 受到 Rayleigh 限制，其固有的低分辨率难以满足精准定位的需求。为突破分辨率限制，研究人员提出了多重信号分类算法(multiple signal classification, MUSIC)、最小方差无失真响应算法(minimum variance distortionless response, MVDR)、声源成像反卷积算法(deconvolution approach for the mapping of acoustic sources, DAMAS)等高分辨率算法[9-12]。上海交通大学和华北电力大学针对 MUSIC 用于变电站和换流站内线路、连接金具和换流阀等放电定位开展了深入研究，提出了多种改进算法[13-17]。然而，MUSIC 和 MVDR 算法对相干源敏感，当实际环境中存在显著噪声和混响效应时，其性能急剧劣化甚至失效，制约了其在复杂电力工程场景中的应用[18]。

鉴于传统算法分辨率不足、鲁棒性差，亟需兼具高分辨率与强鲁棒性的定位算法。在压缩感知框架下发展出的压缩波束形成(compressive beamforming, CSBF)算法通过重构观测区域内的声音强度分布实现声源定位，从本质上避免了 Rayleigh 分辨率限制，且重构过程不依赖子空间，对声源相干性无要求[19]，因而在航空气动噪声源识别[20]、机械故障诊断[21]和管道气体泄漏定位[22]等领域已取得广泛应用。在电力设备放电定位与监测领域，研究人员对 CSBF 的应用也进行了积极探索[23-27]。文献[25]采用二维 CSBF 算法重构了干式变压器发生局部放电时其表面的声场分布，为确定放电位置提供了依据。文献[26]中从概率统计角度提出的 CSBF 算法能够在变电站环境中准确定位异常放电声源，并展现出良好的抗噪性能。文献[27]中基于稀疏贝叶斯推断(sparse Bayesian inference, SBI)改进 CSBF 算法的分辨率和定位精度，并验证了其在中高频声源定位场景中的有效性，但 SBI 的高计算复杂度不利于部署到设备放电实时监测场景中。通过提升算法性能以提高声源定位的精度一直是 CSBF 算法研究领域的重点和热点[28]。

为了提高算法的分辨率和鲁棒性，以满足精准定位设备表面放电的需求，本文提出了一种基于压缩波束形成的设备表面放电声源定位算法。该算法将放电声源定位建模为广义高斯分布变体约束的最小二乘问题，并基于加速近端梯度(accelerate proximal gradient, APG)框架设计了一种高效求解算法(称为 CSBF-APG 算法)，由此获得放电声源数量和坐标的估计结果。研究结果表明：本文采用的强稀疏诱导策略与阈值迭代求解机制，使得所提 CSBF-APG 算法的分辨率优于 MUSIC、MVDR 与 DAMAS，鲁棒性优于 CBF 和 SBI，总体上实现了性能与实时性的平衡，且在实际运行的换流站复杂声学环境下能够有效、准确地定位设备放电声源。

## 1 声源定位原理及模型构建

### 1.1 压缩波束形成基础模型

对于变电站、换流站等占地面积宽阔、电力设备高度有限的敞开式空间，其中的设备放电定位通常近似为二维空间定位问题[29-30]。图 1 为使用麦克风阵列在距离电力设备 $h$ (单位 m)远处对面积为 $l_1 \times l_2$ (单位 m×m)的平面进行观测和采集设备放电声信号的示意图。建立如图 1 中所示的笛卡尔坐标系，其中麦克风阵列由 $M$ 个声音传感器组成，传感器坐标集合为 $\{\boldsymbol{r}_{mm}=(x_{mm},y_{mm},h)\,|\,m=1,2,\cdots,M\}$，其中 $m$ 表示传感器的序列。假设观测平面内存在 $S$ 个放电声源，声源的坐标集合表示为 $\{\boldsymbol{r}_{ss}=(x_{ss},y_{ss},h)\,|\,s=1,2,\cdots,S\}$，其中 $s$ 表示声源的序列。为确定放电声源位置，将观测平面划分为 $N$ 个间距为 $d$ 的网格，节点坐标集合可表示为

$\{\boldsymbol{r}_{gn}=(x_{gn},y_{gn},h)\,|\,n=1,2,\cdots,N\}$，其中 $n$ 表示网格节点的序列，是已知的。每个网格节点都可能是放电声源的潜在位置，即满足 $r_s\subseteq r_g$。

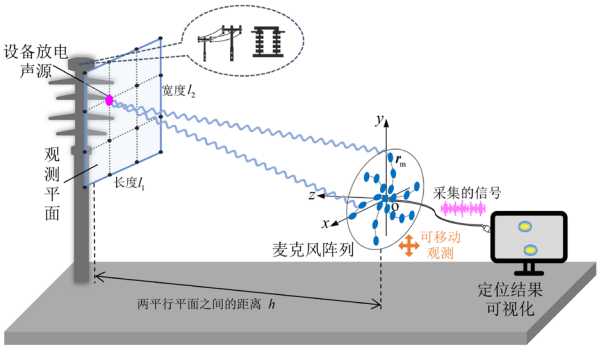



图 1 麦克风阵列采集放电声信号场景示意图

Fig.1 Scenario diagram of microphone array acquiring discharging acoustic signals

使用麦克风阵列采集 $L(L\geq 1)$快拍放电声信号，获得的测量矩阵为 $\boldsymbol{Y}\in\mathbb{C}^{M\times L}$（$\mathbb{C}$ 表示复数域），满足如下关系：

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{G}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{N} \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{X}\in\mathbb{C}^{N\times L}$ 为传递矩阵，反映声信号物理传播过程中的幅值和相位的变化情况；$\boldsymbol{X}\in\mathbb{C}^{N\times L}$ 为声信号强度矩阵；$\boldsymbol{N}\in\mathbb{C}^{M\times L}$ 为误差矩阵。矩阵 $\boldsymbol{G}$ 中第 $m$ 行、第 $n$ 列对应的元素定义为：

$$g_m(\boldsymbol{r}_{gn})=\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\kappa d_{mn}}}{4\pi d_{mn}} \tag{2}$$

式中：$\kappa=2\pi f/c$ 为波数，其中 $f$ 为声信号频率，$c$ 为声音在空气中的传播速度；$d_{mn}$ 表示第 $m$ 个麦克风与第 $n$ 个网格节点之间的欧式距离，定义为 $d_{mn}=\sqrt{\|\boldsymbol{r}_{\mathrm{m}m}-\boldsymbol{r}_{gn}\|_2^2}$，其中 $\|\bullet\|_2$ 表示 $L_2$ 范数。

在式(1)中，$\boldsymbol{Y}$ 是由麦克风阵列测量所得的已知量，$\boldsymbol{G}$ 由式(2)计算，$\boldsymbol{N}$ 通过加性高斯白噪声模拟，仅 $\boldsymbol{X}$ 为未知变量。由于传感器数量少于网格数（$M<N$），即方程数少于未知量个数，因此由测量信号求解声强矩阵是一个欠定线性逆问题。

一般来说，电力设备中仅有少数几个位置同时发生放电，那么理论上 $\boldsymbol{X}$ 中只有存在放电声源的 $S$ 个网格节点对应的声强不为零，其余节点的声强均为零。因此，基于放电声源的空间分布具有稀疏性这一先验知识，对 $\boldsymbol{X}$ 施加 $L_0$ 范数约束可保证式(1)解的唯一性，其中 $L_0$ 范数的物理含义为计算 $\boldsymbol{X}$ 中非零行向量的数量(即放电声源个数)。然而，直接求解 $L_0$ 约束的线性逆问题极具挑战性，实际研究中通常将其凸松弛为 $L_1$ 范数。因此，基于压缩波束形成基础模型的声源定位通常被表述为 $L_1$ 范数约束的最小二乘问题。

### 1.2 广义高斯分布变体约束的压缩波束形成

在实际应用中，由于 $L_1$ 范数的稀疏诱导能力有限且存在惩罚不均匀问题，导致基于该范数的定位算法在分辨率和鲁棒性方面表现不佳，采用稀疏诱导能力更强的约束函数改进模型可以有效缓解上述问题[25]。已有研究表明，广义高斯分布在形状参数为 1 时的变体函数 $\varphi(\boldsymbol{x})$ 的稀疏诱导性能优于传统的 $L_1$ 范数约束[31]。目前对该变体函数的研究主要集中在稀疏向量恢复领域的理论推导与证明层面，在波束形成和声学定位领域的工业应用和实践仍相对匮乏，且现有研究中提出的模型无法处理多快拍采样数据[32-33]。

考虑到 $\varphi(\boldsymbol{x})$ 函数的强稀疏性在提高算法分辨率方面的潜力，本文将其引入压缩波束形成中构建如式(3)所示的模型，以处理电力设备放电激发的中高频声信号，值得注意的是，所提模型在单快拍采样数据和多快拍采样数据下均适用。

$$\min_{\boldsymbol{X}}\{\|\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{G}\boldsymbol{X}\|_{\mathrm{F}}^2+\lambda\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})\} \tag{3}$$

式中：$\|\bullet\|_{\mathrm{F}}$ 表示 Frobenius 范数，计算方法为 $\|\bullet\|_{\mathrm{F}}=\|\mathrm{vec}(\bullet)\|_2$，其中 $\mathrm{vec}(\bullet)$ 表示矩阵向量化；$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})$ 函数定义为 $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})=\sum_{n=1}^{N}\varphi(\boldsymbol{x}_{n,:})$，其中 $\varphi(\boldsymbol{x}_{n,:})$ 定义如式(4)所示，$\boldsymbol{x}_{n,:}$ 表示矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的第 $n$ 个行向量；$\lambda>0$ 为正则化参数，用于平衡数据拟合程度和解的稀疏性。

$$\varphi(\boldsymbol{x}_{n,:})=\sum_{l=1}^{L}\left(1-\mathrm{e}^{-|x_{n,l}|/\gamma}\right) \tag{4}$$

式中：$x_{n,l}$ 表示行向量 $\boldsymbol{x}_{n,:}$ 中的第 $l$ 个元素；$|\bullet|$ 表示复数模长；$\gamma>0$ 用于控制 $\varphi(\boldsymbol{x}_{n,:})$ 对 $L_0$ 范数的近似程度。

因此，通过求解式(3)可重构观测平面的声强分布，逐一搜索声强局部极大值点的数量及坐标，即为声源数量和位置的估计结果，从而实现设备放电定位。

## 2 求解算法设计

APG 已广泛用于求解 $L_1$ 范数约束的大规模线性逆问题[34]，具有计算效率高、可拓展性强和理论基础充实等优点。鉴于此，本文将其作为基础框架设计适用于式(3)的快速求解算法。

### 2.1 加速近端梯度算法基本原理

APG 算法旨在求解如下复合优化问题：

$$\min_{z} \{P(z) \triangleq P_1(z)+P_2(z)\} \tag{5}$$

式中：$z$ 为任意变量；$P_1(z)$ 是光滑可微的凸函数，并且是 Lipschitz 连续的；$P_2(z)$ 是连续的凸函数，但可能是非光滑的。

对 $P(z)$ 直接求梯度下降非常困难，因此 APG 算法在 $z^k$ 处对 $P_1(z)$ 进行二阶近似，然后通过配方和忽略常数项可将解表示为式(6)，进而使用近端算子实现对非光滑项的高效处理。

$$\begin{aligned} z^{k+1} &= \arg\min_{z}\{\frac{1}{2\mu}\left\|z-\left(z^k-\mu\nabla P_1(z^k)\right)\right\|_2^2+P_2(z)\}= \\ &\quad \operatorname{prox}_{\mu,P_2(\cdot)}\left(z^k-\mu\nabla P_1(z^k)\right) \end{aligned} \tag{6}$$

式中：$\mu=1/L_{\mathrm{f}}$ 为迭代步长，$L_{\mathrm{f}}$ 为 Lipschitz 常数；$\nabla$ 表示梯度；$\operatorname{prox}_{\mu,P_2(\cdot)}$ 表示近端算子，具体定义取决于函数 $P_1(z)$ 的表达式。

进一步地，构建如式(7)所示的动量项 $v^{k+1}$（$v$ 为中间变量），以关联当前迭代信息与历史迭代信息 $\{z^{k+1},z^k\}$，APG 算法将近端算子作用于该动量项，获得了 $O(1/k^2)$ 的最优一阶收敛速率。

$$v^{k+1}=z^{k+1}+\frac{t^k-1}{t^{k+1}}(z^{k+1}-z^k) \tag{7}$$

式中：$t^{k+1}=(1+\sqrt{1+4(t^k)^2})/2$ 为动量参数。

因此，初始化 $k=0$，$t^0=1$ 和 $v^0=z^0=0$ 开始迭代，重复近端梯度映射式(6)和动量加速式(7)，直到达到最大迭代次数或误差小于迭代停止条件，即可获得式(5)的解 $z^{k+1}$。

### 2.2 基于加速近端梯度的高效求解算法设计

由于式(3)所示的模型中 $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})$ 的非凸性，无法直接使用 APG 算法求解，需要对其进行转化。针对这类非凸最小二乘问题的求解，差分凸规划原理指出：可将式(3)构造成两个凸函数的差分形式，逐一求解两个子函数可获得整体目标函数的近似解。因此，将式(3)写为：

$$\min_{\boldsymbol{X}} \{\mathcal{F}(\boldsymbol{X})-\mathcal{H}(\boldsymbol{X})\} \tag{8}$$

式中：子函数 $\mathcal{F}(\boldsymbol{X})$ 和 $\mathcal{H}(\boldsymbol{X})$ 的表达式如式(9)，两者均为凸函数[35]。

$$\begin{cases} \mathcal{F}(\boldsymbol{X})=\|\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{G}\boldsymbol{X}\|_{\mathrm{F}}^2+\lambda\|\boldsymbol{X}\|_{2,1} \\ \mathcal{H}(\boldsymbol{X})=\lambda\|\boldsymbol{X}\|_{2,1}-\lambda\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X}) \end{cases} \tag{9}$$

式中：$\|\bullet\|_{2,1}$ 表示(2,1)混合范数，计算式为 $\|\boldsymbol{X}\|_{2,1}=\sum_{n=1}^{N}\|x_{n,:}\|_2$。

首先，对于函数 $\mathcal{F}(\boldsymbol{X})$，符合式(5)所示的通用目标函数，因此使用 APG 算法求解等效于：

$$\min_{\boldsymbol{X}}\{\frac{1}{2\mu}\left\|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{X}^k)\right\|_{\mathrm{F}}^2+\lambda\|\boldsymbol{X}\|_{2,1}\} \tag{10}$$

式中：$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{X}^k)=\boldsymbol{X}^k-\mu\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{G}\boldsymbol{X}^k-\boldsymbol{Y})$ 表示对 $\mathcal{F}(\boldsymbol{X})$ 中最小二乘项 $\|\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{G}\boldsymbol{X}\|_{\mathrm{F}}^2$ 执行梯度下降步骤后的结果；$[\bullet]^{\mathrm{H}}$ 表示共轭转置。

其次，对于函数 $\mathcal{H}(\boldsymbol{X})$，将其进行一阶线性化可得：

$$\mathcal{H}(\boldsymbol{X})\approx\mathcal{H}(\boldsymbol{X}^k)+<\mathcal{H}(\boldsymbol{X}^k),(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^k)> \tag{11}$$

式中：<•> 表示内积；梯度矩阵 $\nabla\mathcal{H}(\boldsymbol{X}^k)$ 按照下式逐元素计算：

$$\nabla h(x_{n,l})=\left(\lambda-\frac{\lambda}{\gamma}\mathrm{e}^{-|x_{n,l}|/\gamma}\right)\cdot\frac{x_{n,l}}{|x_{n,l}|} \tag{12}$$

然后，考虑整体目标函数，代入两个子函数的等效表达式(10)和式(11)，通过补全配方和忽略常数项，式(8)的解可表示为：

$$\boldsymbol{X}^{k+1}=\arg\min_{\boldsymbol{X}}\left\{\frac{1}{2\mu}\left\|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{E}(\boldsymbol{X}^k)\right\|_{\mathrm{F}}^2+\lambda\|\boldsymbol{X}\|_{2,1}\right\} \tag{13}$$

式中：$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{X}^k)=\boldsymbol{X}^k-\mu\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{G}\boldsymbol{X}^k-\boldsymbol{Y})+\mu\nabla\mathcal{H}(\boldsymbol{X}^k)$。与式(10)相比，式(13)中 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{X})$ 的表达式多了 $\mu\nabla\mathcal{H}(\boldsymbol{X})$，该项为引入 $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{X})$ 函数产生的梯度修正分量。

至此，基于差分凸规划原理，原始目标函数式(3)最终等效转化为式(13)。对照式(5)，则有 $P_1(\boldsymbol{X})=1/(2\mu)\|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{E}(\boldsymbol{X}^k)\|_{\mathrm{F}}^2$ 和 $P_2(\boldsymbol{X})=\lambda\|\boldsymbol{X}\|_{2,1}$。其中，$P_2(\boldsymbol{X})$ 对应的近端算子为作用于矩阵行向量的广义软阈值算子，符号定义为 $\tilde{\mathcal{S}}_{\lambda\mu}(\bullet)$，即 $\tilde{\boldsymbol{\mathcal{S}}}_{\lambda\mu}(\boldsymbol{X})=[\tilde{s}_{\lambda\mu}(\boldsymbol{x}_{1,:}),\tilde{s}_{\lambda\mu}(\boldsymbol{x}_{2,:}),\cdots,\tilde{s}_{\lambda\mu}(\boldsymbol{x}_{N,:})]^{\mathrm{T}}$，其中第 $n$ 个元素 $\tilde{s}_{\lambda\mu}(\boldsymbol{x}_{n,:})$ 的定义如下：

$$\tilde{s}_{\lambda\mu}(\boldsymbol{x}_{n,:})=\max\left\{\|\boldsymbol{x}_{n,:}\|_2-\lambda\mu,0\right\}\cdot\frac{\boldsymbol{x}_{n,:}}{\|\boldsymbol{x}_{n,:}\|_2} \tag{14}$$

设置合适的正则化参数是保持算法稳健性的关键环节。参照文献[31]中的思路，本文中第 $k$ 次迭代时 $\lambda^k$ 的数值由式(15)自适应确定，具体为：对矩阵 $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{X}^k)$ 中行向量的 $L_2$ 范数进行降序排列，排在第 $S+1$ 个大的元素 $\|\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x}_{S+1,:}^k)\|_2$ 的数值可作为迭代阈值基准。

$$\lambda^k=2\gamma\left(\|\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x}_{S+1,:}^k)\|_2\right) \tag{15}$$

综上，在 APG 算法框架下通过以下步骤即可求解本文构建的定位模型式(3)。

步骤 1：初始化

初始化参数 $t^0$，$\lambda^0$ 和矩阵 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{V}^0)$，$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{X}^0)$ 开始迭代，其中矩阵 $\boldsymbol{V}\in\mathbb{C}^{N\times L}$ 为动量项。

步骤 2：执行近端梯度映射

$$\boldsymbol{X}^{k+1}=\tilde{\boldsymbol{\mathcal{S}}}_{\lambda^k\mu}\left(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{V}^k)\right) \tag{16}$$

步骤 3：更新动量项

$$\boldsymbol{V}^{k+1}=\boldsymbol{X}^{k+1}+\frac{t^k-1}{t^{k+1}}(\boldsymbol{X}^{k+1}-\boldsymbol{X}^k) \tag{17}$$

步骤 4：重复步骤 2 和步骤 3 直到迭代停止。

因此解 $\boldsymbol{X}^{k+1}$ 中非零行向量平均幅值的局部极大值点的数量和坐标即为放电声源的数量和位置。上述基于压缩波束形成提出的放电声源定位算法在下文中简称 CSBF-APG 算法，其收敛性分析详见附录 A。

### 2.3 计算复杂度分析

在实际应用场景中，低复杂度的算法实时性更优，易于实现硬件部署，因此，本节中分析所提算法的计算复杂度。假设最大迭代次数为 $K$，CSBF-APG 中计算矩阵 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{X})$时的计算复杂度为 $O(KMNL)$；执行近端梯度映射更新解 $\boldsymbol{X}^{k+1}$ 时的复杂度为 $O(KNL)$；更新动量项 $\boldsymbol{V}^{k+1}$ 的复杂度为 $O(KNL)$。因此，CSBF-APG 的计算复杂度为 $O(KMNL+KNL)$，主导项为 $O(KMNL)$，与各个参数线性相关，因而当某个参数变化时，不会导致其计算耗时不可控。

## 3 仿真研究与性能对比

在本章中，开展仿真实验验证 CSBF-APG 算法的有效性，将本文算法与 CBF、MUSIC、MVDR、DAMAS 和 SBI 这 5 种工业和学术界常用的声源定位算法对比，探究本文算法在空间分辨率、鲁棒性和计算效率方面的性能。仿真软件为 Matlab R2023a，硬件环境为 Intel(R) Core(TM) i9 14900HX @2.20 GHz 系统和 32 GB 内存。

### 3.1 仿真实验步骤

使用 128 通道多臂螺旋麦克风阵列采集放电声信号，传感器的排列方式如图 2(a)所示。采样率设为 192 kHz，声音在空气中的传播速度设为 343 m/s。观测平面设为 4 m×4 m 的正方形，按照间距 $d=0.1$ m 将该区域划分为 $N=41\times41$ 个均匀网格。阵列与观测区域的间距设为 $h=1.5$ m。仿真中放电声信号通过如式(18)所示的双指数衰减振荡函数构造。

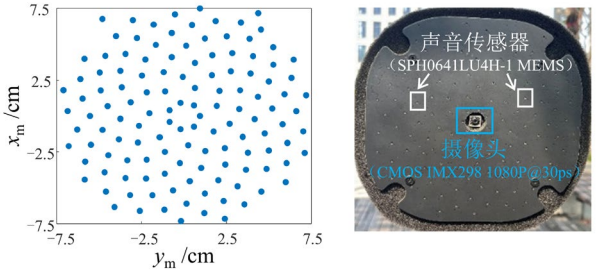
$$X(t)=A(\mathrm{e}^{-\frac{1.3t}{\tau}}-\mathrm{e}^{-\frac{2.2t}{\tau}})\sin(2\pi ft) \tag{18}$$

式中：$A$ 表示放电声信号幅值，本文中设为 200 mV；$\tau$ 为衰减时间常数，设为 $1.8\times10^{-4}$；$f$ 为放电声信号振荡频率。仿真中放电声源随机分布在目标观测区域任意位置，声源的声压级设为 93.98 dB(声压为 1 Pa)。本文中信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)的定义如下：

$$S_{\mathrm{SNR}}=20\lg\left(A_{\mathrm{s}}/A_{\mathrm{n}}\right) \tag{19}$$

式中：$S_{\mathrm{SNR}}$ 表示信噪比；$A_{\mathrm{s}}$ 为声信号幅值；$A_{\mathrm{n}}$ 为噪声信号幅值。

在下文中，所有算法的最大迭代次数设为 $K=100$，迭代停止条件设为误差小于 $\tau=1\times10^{-5}$。各算法的参数设置为：MUSIC 的信号子空间维度视为已知先验信息；MVDR 的对角加载量为 $10^{-6}$；SBI 算法的参数按照文献[27]中设置；CSBF-APG 算法的 $\gamma=0.1$，初始化参数 $t^0=1$，$\lambda^0=\sqrt{N}$，矩阵 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{V}^0)=\boldsymbol{E}(\boldsymbol{X}^0)=\boldsymbol{0}$。




(a) 声音传感器分布　　(b) 实物系统

图 2　128 通道多臂螺旋麦克风阵列

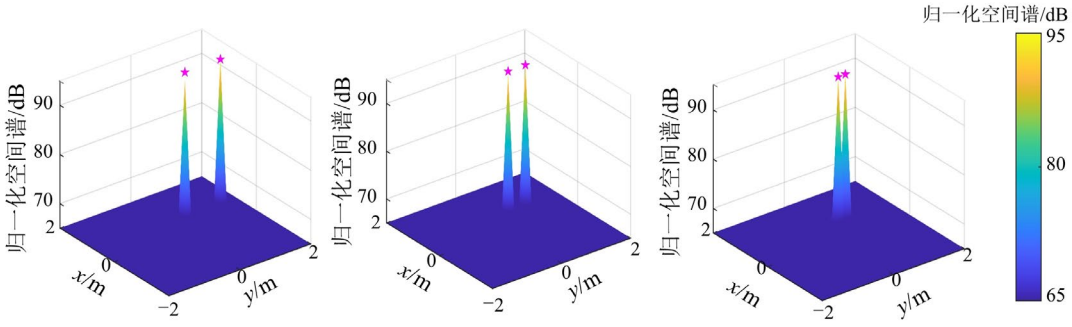
Fig.2　128-channel multi-arm spiral microphone array

### 3.2 性能对比

仿真定位结果以放电声源的三维空间谱图呈现：显示范围为 30 dB；图 3 中谱峰(声功率局部极大值点)的数量和坐标对应算法估计的放电声源数量和位置；谱峰高度代表声功率的归一化幅值，越高表示该位置出现声源的概率越大，粗细程度反映算法的空间分辨率，越窄表明分辨率越高，声源位置估计越精确。真实放电声源坐标和理论声功率幅值在图中以粉色星号“★”标记。

#### 3.2.1 分辨率测试与分析

为了探究 CSBF-APG 算法的分辨率性能，在信噪比 $S_{\mathrm{SNR}}=10$ dB，快拍数 $L$=30 条件下，设置 2 个放电声源频率为 20 kHz 和 23 kHz，固定声源 1 的坐标为(0.6 m, 0.8 m, 1.5 m)，保持同一纵坐标移动声源 2，使之与声源 1 的间距分别为 1.0 m, 0.5 m 和 0.2 m 进行仿真定位实验，结果如图 3。




(a) 间距为 1.0 m (b) 间距为 0.5 m (c) 间距为 0.2 m

图 3 不同声源间距下 CSBF-APG 算法的仿真定位结果

Fig.3 Simulation localization results under different source distances of CSBF-APG algorithm

根据文献[36]中式(7)可计算本文参数设置下的 Rayleigh 分辨率 $D_{\mathrm{dis}_0}\approx 1.22hc/(fD)=0.21\,\mathrm{m}$，其中 $D$ 为阵列直径，本文中为 0.15 m。从图中可以看出，CSBF-APG 即使在间距为 0.2 m 时仍可清晰分辨 2 个声源，验证了本文算法突破了 Rayleigh 分辨率的限制。

图 4 为 0.5 m 间距时 6 种算法在 $y=0.8$ m 处的空间谱剖面图(横向分辨率曲线)。此时声功率相对最大值下降 6 dB 处 6 种算法的主瓣宽度按图例顺序从上到下分别为 53.8、10.8、6.74、6.16、6.72 和 6.15 cm；可以看出，CSBF-APG 的主瓣(谱峰)宽度与高分辨率算法 MVDR 和 DAMAS 相当；结合旁瓣(伪峰)抑制效果来看，本文算法定位效果最佳，验证了其具有良好的分辨率性能。

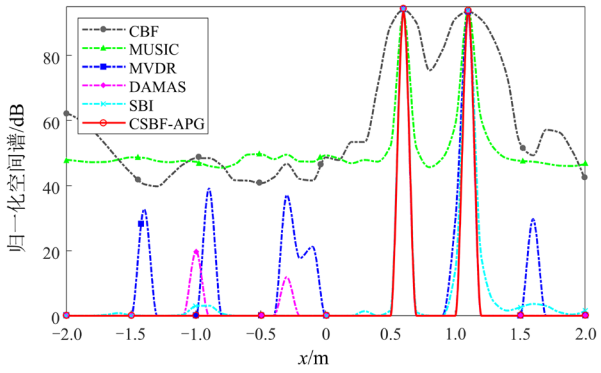



图 4 6 种算法在 $y=0.8$ m 处的空间谱剖面图

Fig.4 Spatial spectrum cross-section diagram of 6 algorithms at $y=0.8$ m

### 3.2.2 鲁棒性测试与分析

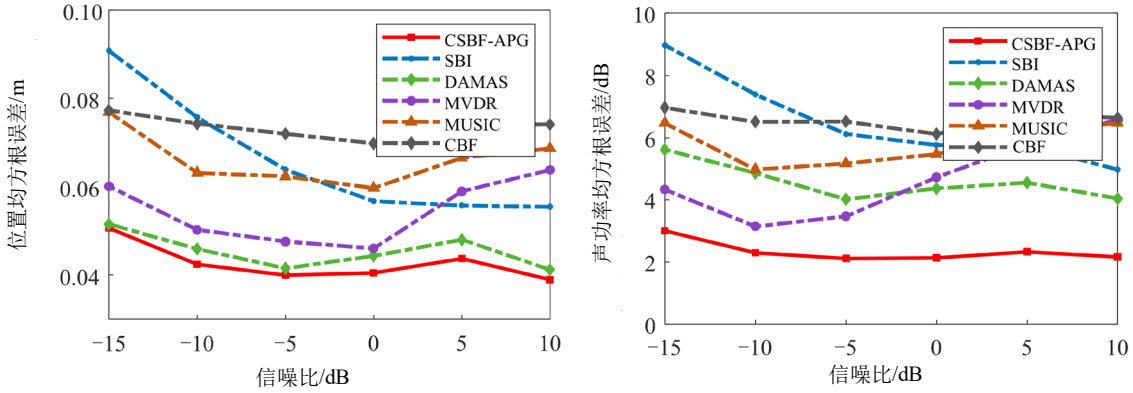
为探究 CSBF-APG 算法的鲁棒性(本文中指抗噪声干扰的能力和对观测条件的敏感性)，在快拍数 $L$=30 的条件下，设置 3 个放电声源，频率分别设为 20 kHz、23 kHz 和 25 kHz，声源坐标随机，在不同信噪比、不同观测距离和面积下进行蒙特卡洛仿真实验。按照式(20)计算声源估计位置和声功率的均方根误差(root mean square error, RMSE)：

$$E_{\mathrm{RMSE}}=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(\sqrt{\sum_{s=1}^{S}\|\boldsymbol{x}_{\mathrm{true}s}-\boldsymbol{x}_{\mathrm{est}s}\|^2/S}\right) \tag{20}$$

式中：$E_{\mathrm{RMSE}}$ 表示均方根误差；$T$ 为蒙特卡洛测试次数，本文中设为 50 次；$\boldsymbol{x}_{\mathrm{true}s}$ 表示第 $s$ 个声源的真实声源位置或声功率幅值；$\boldsymbol{x}_{\mathrm{est}s}$ 表示算法估计的第 $s$ 个声源的位置或声功率幅值。

图 5 为 6 种算法在不同信噪比下的蒙特卡洛测试结果。如图所示，CBF 的误差随信噪比的变化趋势平缓，鲁棒性良好，但一直处于较高水平；MVDR 与 MUSIC 的误差随信噪比增加有下降的趋势，但波动较大，鲁棒性不足；相比之下，CSBF-APG、SBI 和 DAMAS 这 3 种算法的误差呈现较明显的下降趋势。其中，CSBF-APG 在整个测试区间内能够保持声源位置估计误差小于 0.05 m，声功率幅值误差小于 3 dB，验证了其在抗噪声干扰方面的性能优于其他算法。

图 6 为信噪比−10 dB 时某次蒙特卡洛仿真中 6 种算法的定位结果对比图。如图所示，CBF 在整个观测平面内识别出众多伪峰，且无法分辨 2 个邻近放电声源；类似地，MUSIC 和 MVDR 谱峰相较其他算法不突出，且由于噪声干扰其分辨率劣化，无法区分 2 个邻近声源；SBI 仅能准确定位 1 个声源，另外 2 个声源或完全淹没在伪峰中无法辨识，或声功率估计误差很大(约 19.4 dB)。相比之下，仅 DAMAS 和 CSBF-APG 能准确定位 3 个放电声源、清晰分辨 2 个邻近声源，但 CSBF-APG 对噪声干扰的抑制效果更好，未识别出伪峰、声功率估计准确，展现出良好的鲁棒性。




(a) 位置均方根误差　　(b) 声功率均方根误差

图 5　不同信噪比下 6 种算法的蒙特卡洛仿真结果

Fig.5　Monte Carlo simulation results of 6 algorithms under different SNRs

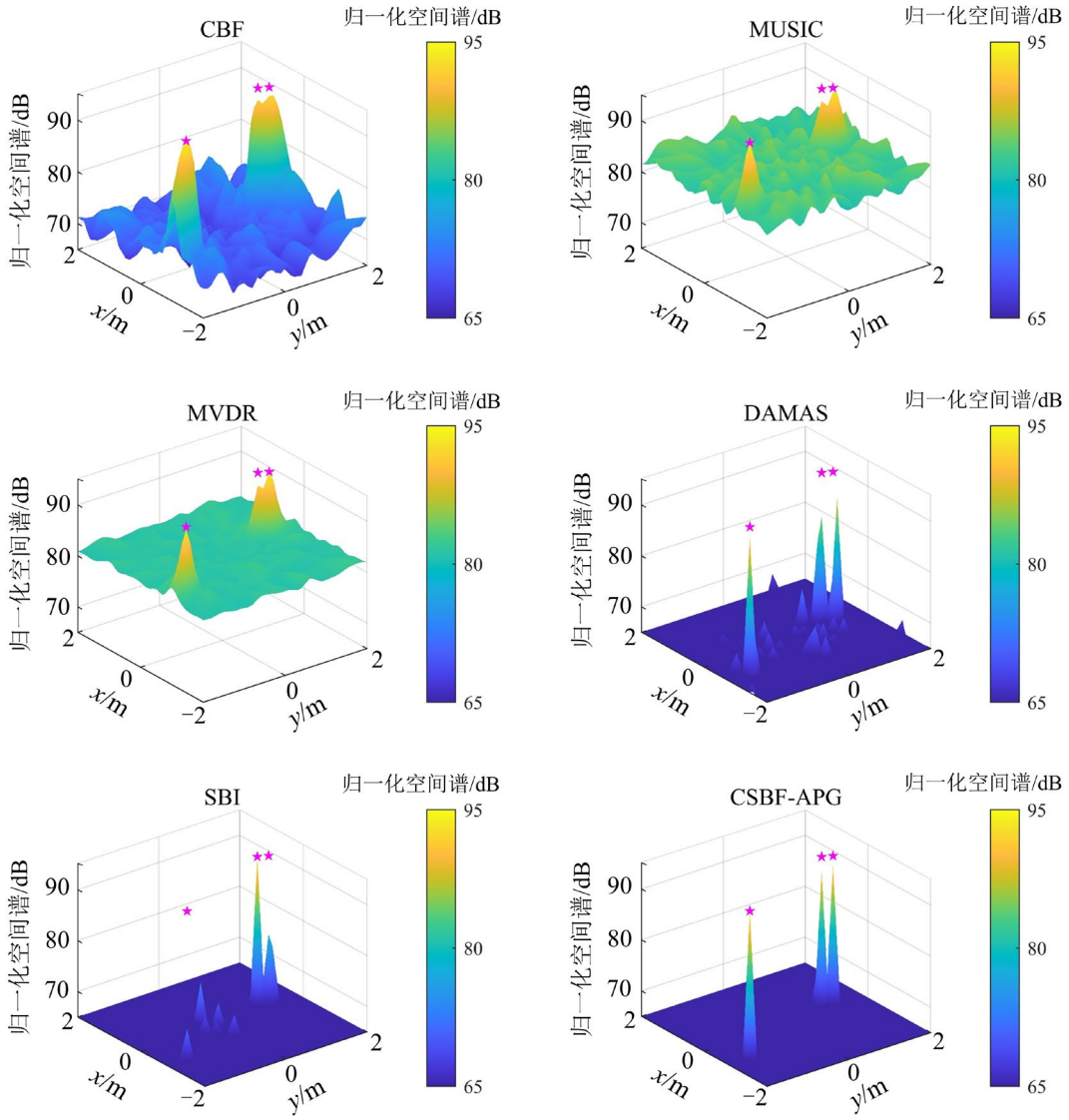



图 6　SNR 为−10 dB 时 6 种算法 3 个放电源的仿真结果

Fig.6　Simulation localization results of three discharging sources under SNR of −10 dB

为探究观测条件对本文算法定位精度的影响，在不同观测距离和观测面积(长宽相等)下进行蒙特卡洛仿真实验。结果如图 7 所示，随着传感器与放电源距离增加，声信号逐渐衰减，误差略有上升，但 CSBF-APG 对声源位置估计的均方根误差仍低于 0.1 m。同时也注意到，观测面积与距离相关联，共同影响本文算法的定位精度；具体地，当距离较远时应适当扩大观测面积以充分接收声信号，近距离观测时宜适当减小面积，实现对声场的有效覆盖。

总体而言，本文算法对观测条件的变化具有一定鲁棒性，实际应用时可根据具体情况灵活调整。对于典型变电站、换流站等实际场景，综合考虑 500 kV 及以下设备安全距离、声信号衰减、噪声干扰和传感器灵敏度等因素，在距离设备 5 m 以内采集声信号，观测面积设置在 3 m×3 m 以内时，所提算法的定位精度和实时性能够满足工程要求。需远距离测量时，可借助伸缩支架、无人机等设备辅助采集信号；对于体积较大的电力设备，可移动阵列分区域多次观测。

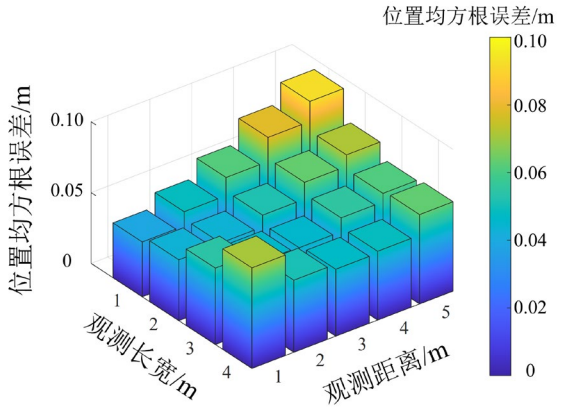



图 7 不同观测条件下 CSBF-APG 算法的蒙特卡洛结果

Fig.7 Monte Carlo results of CSBF-APG algorithm under different observation distances and areas

### 3.2.3 计算复杂度测试与分析

为了比较 CSBF-APG 和其他算法的计算复杂度与计算耗时，将 3 个放电声源、快拍数 $L=30$、网格间距 $D=0.2$ m ( $N=21\times21$ )和最大迭代次数 $K=100$ 时的运行时间作为对照组，设计 3 组蒙特卡洛实验：第 1 组仅 $L$ 变为 10 倍；第 2 组仅 $N$ 变为 4 倍；第 3 组仅 $K$ 变为 5 倍。以 3 组参数设置下 50 次蒙特卡洛实验的平均值作为算法的运行时间。6 种算法的计算复杂度和运行时间如表 1 所示。假设对照组的运行时间为单位 1，则 3 个实验组的运行时间倍数关系如图 8 所示。

从表 1 中可以看出，在 3 组参数设置下，CSBF-APG 的运行时间均小于 2 s，虽然比 CBF、MUSIC 和 MVDR 略长，但显著小于 SBI。就计算复杂度而言，CSBF-APG 与各参数线性相关，如图 8 所示的运行时间倍数关系图可以验证这一点：当 $L$、$N$ 和 $K$ 分别变为 10 倍、4 倍、5 倍时，CSBF-APG 单次运行时间分别变为 6.4 倍、3.8 倍和 1.9 倍，基本满足线性关系。然而，其他算法的复杂度中涉及平方或立方项，计算耗时可能出现显著增长的情况，例如，当 $N$ 分别变为 4 倍时，SBI 和 DAMAS 的运行时间分别变为 18.6 倍和 44.4 倍，前者基本符合平方增长关系，后者是由于高斯-赛德尔迭代耗时显著增加引起的。在对定位精度高要求的场景中，可以通过进一步细化网格提高精度，例如按间距 0.05 m 划分网格时，CSBF-APG 单次运行时间约 9.90 s，而 DAMAS 和 SBI 则分别需 170 s 和 1 891 s，耗时远高于本文算法，其低实时性难以满足快速定位的工程应用需求。

综上，从仿真实验结果来看，本文 CSBF-APG 算法具有更良好的分辨率和鲁棒性，并能更有效地兼顾计算效率，具备工程应用部署的优势。

表 1 6 种算法的计算复杂度和运行时间比较

Table 1 Computational complexity comparison and simulation running time of 6 algorithms

| 算法 | 计算复杂度主导项 | 对照组/s | 第 1 组/s | 第 2 组/s | 第 3 组/s |
|---|---|---|---|---|---|
| CBF | $O(M^2L+M^2N)$ | 0.011 2 | 0.014 5 | 0.047 1 | 0.014 6 |
| MUSIC | $O(M^2L+M^2N+M^3)$ | 0.049 8 | 0.057 7 | 0.107 8 | 0.055 5 |
| MVDR | $O(M^2L+M^2N+M^3)$ | 0.015 6 | 0.019 6 | 0.055 8 | 0.018 0 |
| DAMAS | $O(M^2N+MN^2+KN^2)$ | 0.231 3 | 0.301 8 | 10.272 6 | 0.270 4 |
| SBI | $O(KN^2L+KN^3)$ | 2.886 9 | 3.986 7 | 53.815 8 | 101.511 5 |
| CSBF-APG | $O(KMNL)$ | 0.249 3 | 1.606 7 | 0.946 8 | 0.467 0 |

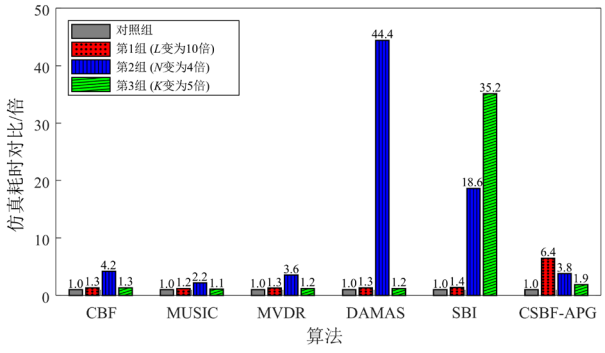



图 8 不同参数设置下 6 种算法的运行时间倍数关系

Fig.8 Comparison of simulation running time multiples of 6 algorithms under different parameter settings

## 4 定位实验验证

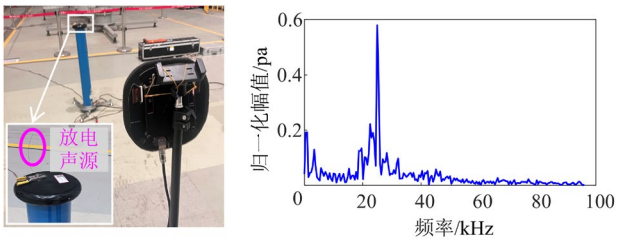
### 4.1 实验设置

为了验证本文方法的有效性，在中国南方电网的一个高压试验大厅(36 m×24 m×20 m)内开展铜丝电晕放电和缺陷绝缘子放电定位实验。搭建的实验平台包括麦克风阵列、高速同步采集系统和电脑，其中阵列由 128 个 SPH0641LU4H-1 MEMS 声音传感器和 1 个 CMOS IMX298 1080P @30 ps 摄像头模块组成，阵列和信号采集系统集成为一体，实物系统如图 2(b)所示。

实验中观测区域的面积设为 2 m×2 m，阵列与观测平面的距离约为 1.5 m，采样频率为 192 kHz，采样快拍数为 400。对采集到的声信号进行 Hilbert 变换提取包络和相位信息，再对幅值进行归一化处理。其他参数设置与仿真一致。

### 4.2 实验结果与分析

在铜丝电晕放电定位实验中，见图 9(a)，将铜丝连接到直流高压发生器上(型号为 Z-VI 300 kV/5 mA)，通过控制台逐步升高电压，使用本文方法持续监测目标区域。当升压至 50 kV 时，算法能够捕捉和定位到放电声源，此时电流为8 μA，人耳仅能听到微弱的空气电离声。图 9(b)为麦克风阵列某一通道采集到的声信号的快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)频谱图，从图中可以看出声信号频率主要集中在 25 kHz 附近。放电源坐标位于原点。测试环境中的噪声主要来源于人员活动声和自然环境噪声，信噪比约为 10 dB。实验结果如图 10 所示。




(a) 实验场景 (b) 声信号 FFT 频谱图

图 9 铜丝电晕放电定位场景及声信号 FFT 频谱图

Fig.9 Experimental setup of copper wire corona discharging and FFT spectrum of the acoustic signal

从图 10 所示的铜丝电晕放电定位实验结果中可以明显看到，MUSIC 和 MVDR 对噪声和混响效应敏感，前者性能显著劣化，后者对真实放电声源的可辨识性较差；包括本文算法在内的其余 4 种算法在这一非理想声学环境下依然保持有效性；但就分辨率和噪声抑制效果来看，本文算法的性能最佳，不仅精准定位了放电声源，还有效抑制了由噪声和地面反射引起的伪源。

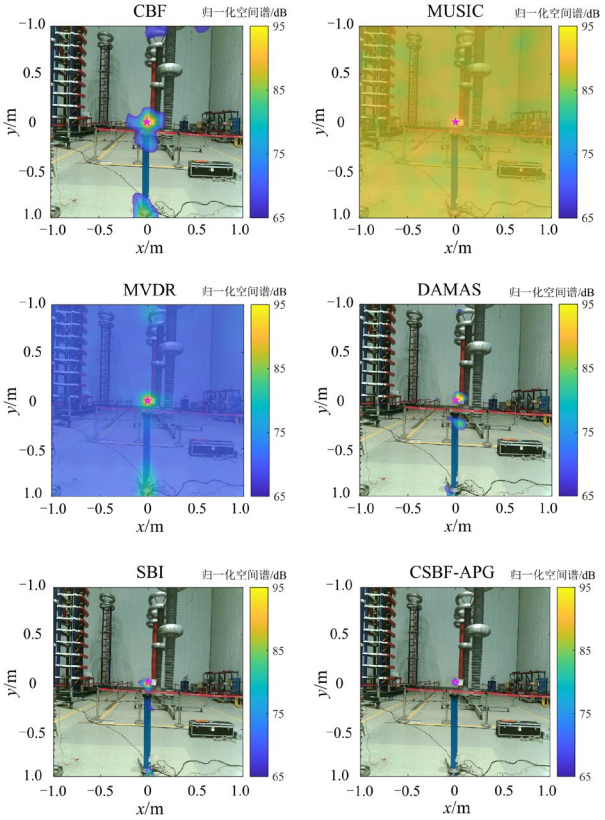
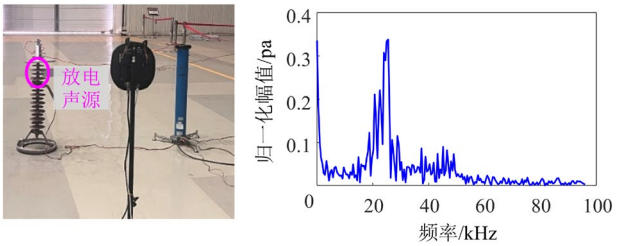



图 10 铜丝电晕放电实验声像融合定位结果

Fig.10 Acoustic imaging localization results of copper wire corona discharging experiment

在缺陷绝缘子放电定位实验中，如图 11(a)所示，将直流发生器连接到缺陷绝缘子上(第 7 层伞裙边缘人为制造了一缺口)，升压至 80 kV 时，算法能够识别出放电声源，此时电流为26 μA，人耳几乎




(a) 实验场景 (b) 声信号 FFT 频谱图

图 11 缺陷绝缘子放电定位场景及声信号 FFT 频谱图

Fig.11 Experimental setup of defective insulator discharging and FFT spectrum of the acoustic signal

无法听到放电声。如图 11(b)所示，声信号频率集中在 20~26 kHz 之间。放电声源坐标为(0 m, −0.3 m, 1.5 m)。实验结果如图 12 所示。

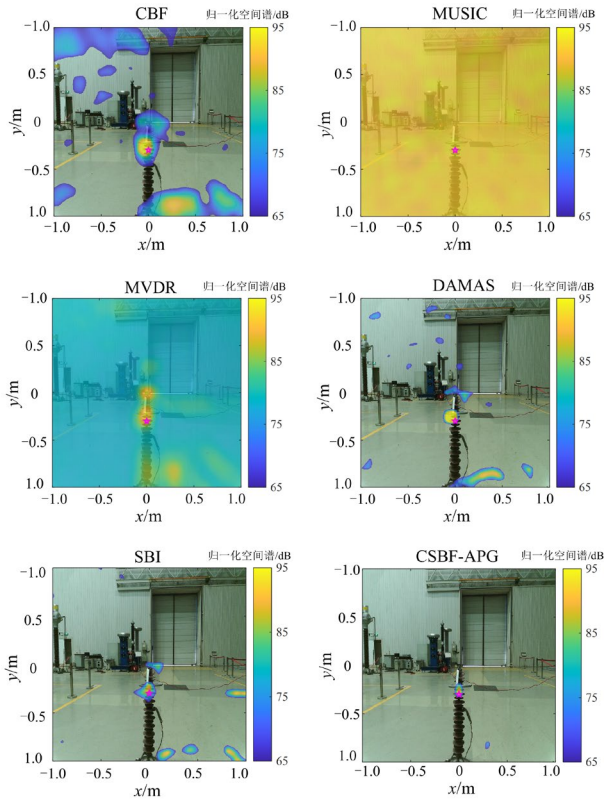



图 12 缺陷绝缘子放电实验声像融合定位结果

Fig.12 Acoustic imaging localization results of defective insulator discharging experiment

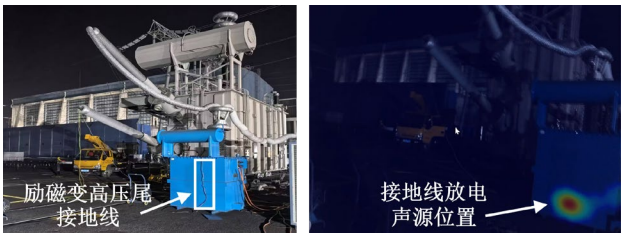
从图 12 中可以看出，在绝缘子放电定位场景下，MUSIC 和 MVDR 都几乎无法快速分辨真实放电声源；CBF、DAMAS 和 SBI 虽可检测出放电声源，但识别出超过 5 个伪源，导致真实放电源混淆其中，增加了工程排查的成本与风险，反映出其在复杂电力设备放电定位中的局限性。另外，SBI 估计的结果中谱峰坐标为(0.9 m, −0.3 m, 1.5 m)，与真实放电声源误差高达 0.9 m。相比之下，本文提出的 CSBF-APG 在伪源抑制方面表现出明显优势，结果中仅存在一个由地面反射引起的伪源，结合可见光图像可知未对真实放电源的识别造成干扰，该优势源于算法中所采用的强稀疏诱导策略与自适应阈值迭代机制。同时值得注意的是，CSBF-APG 的分辨率优于其他算法，表明其对存在反射、混响效应的实际环境具备一定的适应性和鲁棒性。在声学环境更复杂的工程现场环境中，可结合盲源分离、时频滤波等技术预处理声信号，进一步提高本文算法在工程实际中的实用性和可推广性。

## 5 工程实践验证

在某±800 kV 换流站的备用换流变交接试验工作中，现场作业人员开展长时感应耐压带局放测量试验，升压至 135 kV 时，1.1 套管的脉冲电流检测存在约 15 nC 的放电量。

使用本文中的麦克风阵列和所提方法在距离换流变 1 m~2 m 的空间内探测换流变本体、套管、试验仪器、连接线以及周围环境，以识别引起套管异常放电的原因。此时换流站中的设备均处于正常运行状态，换流阀、平波电抗器和冷却系统等是主要且持续的背景噪声源，另外还存在自然噪声和随机的人员活动声，SNR 约为 5 dB。经排查，在励磁变高压尾接地线处定位到一放电声信号，如图 13 所示。更换励磁变高压尾接地线后，套管的脉冲电流检测局放量恢复正常，成功排除了干扰，提高了试验效率。

工程实践证明，本文方法可在实际运行的换流站复杂声学环境中有效、准确地定位放电声源，具备与其他局部放电定位技术多维度协同检测的实用价值。




(a) 换流变试验场景 (b) 放电声源定位结果

图 13 换流变交接试验场景及接地线放电定位结果

Fig.13 Converter transformer test scenario and localization result of the grounding wire discharging

## 6 结论

1）本文提出了一种基于压缩波束形成的电力设备表面放电声学定位方法，采用麦克风阵列非接触式采集放电声信号，具有操作便捷、快速定位和在线监测的优点。

2）仿真和实验结果表明，本文方法具有良好的分辨率并对实际工程环境具备一定鲁棒性，对放电声源的定位误差小于 0.1 m，满足设备级定位精度要求，计算复杂度与各参数线性相关，平均运行时间小于 2 s。

3）本文方法在某±800 kV 换流变交接试验中，成功定位到励磁变高压尾接地线处的异常放电，具有较高的实用性。

附录见本刊网络版(http://hve.epri.sgcc.com.cn)。

## 参考文献 References


[1] 廖瑞金，王有元，刘航，等. 输变电设备状态评估方法的研究现状[J]. 高电压技术，2018，44(11)：3454-3464.
LIAO Ruijin, WANG Youyuan, LIU Hang, et al. Research status of condition assessment method for power equipment[J]. High Voltage Engineering, 2018, 44(11): 3454-3464.

[2] 李军浩，韩旭涛，王昊天，等. 电气设备局部放电检测技术述评：2015-2025[J]. 高电压技术，2025，51(7)：3132-3158.
LI Junhao, HAN Xutao, WANG Haotian, et al. Review of partial discharge detection technology in electrical equipment: 2015-2025[J]. High Voltage Engineering, 2025, 51(7): 3132-3158.

[3] ABBASI A R. Fault detection and diagnosis in power transformers: a comprehensive review and classification of publications and methods[J]. Electric Power Systems Research, 2022, 209: 107990.

[4] ILKHECHI H D, SAMIMI M H. Applications of the acoustic method in partial discharge measurement: A review[J]. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, 2021, 28(1): 42-51.

[5] 盛戈皞，钱勇，罗林根，等. 面向新型电力系统的数字化电力设备关键技术及其发展趋势[J]. 高电压技术，2023，49(5)：1765-1778.
SHENG Gehao, QIAN Yong, LUO Lin'gen, et al. Key technologies and development trends of digital power equipment for new type power system[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(5): 1765-1778.

[6] 江俊杰，胡军，马国明，等. 数字化电力装备专用传感应用需求与发展趋势[J]. 高电压技术，2024，50(8)：3271-3302.
JIANG Junjie, HU Jun, MA Guoming, et al. Application requirements and development trend of special sensors in digital electrical equipment[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(8): 3271-3302.

[7] 周南. 电力设备状态监测声电传感阵列虚拟扩展与信号优化处理方法[D]. 上海：上海交通大学，2021.
ZHOU Nan. Virtual array extension and signal optimum processing of acoustic and electromagnetic sensor arrays for power equipment condition monitoring[D]. Shanghai, China: Shanghai Jiaotong University, 2021.

[8] 朱晨，周鸿铃，乔胜亚，等. 一起基于声学成像技术的 GIS 电压互感器异响故障分析[J]. 变压器，2024，61(7)：67-72.
ZHU Chen, ZHOU Hongling, QIAO Shengya, et al. Abnormal noise fault analysis of GIS voltage transformer based on acoustic imaging technology[J]. Transformer, 2024, 61(7): 67-72.

[9] 王永良，陈辉，彭应宁，等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京：清华大学出版社，2004：83-98.
WANG Yongliang, CHEN Hui, PENG Yingning, et al. Spatial spectrum estimation theory and algorithm[M]. Beijing, China: Tsinghua University Press, 2004: 83-98.

[10] 杨洋，褚志刚. 高性能波束形成声源识别方法研究综述[J]. 机械工程学报，2021，57(24)：166-183.
YANG Yang, CHU Zhigang. A review of high-performance beamforming methods for acoustic source identification[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(24): 166-183.

[11] LIN B, ZHANG X B, ZHU J C, et al. A comprehensive multisnapshot joint estimation algorithm for sound source localization[J]. IEEE Sensors Journal, 2025, 25(15): 29099-29110.

[12] 李倩文，王平，王鹏，等. 融合最优变迹函数和多参数复合条件系数的超声成像算法[J]. 声学学报，2026，51(3)：780-789.
LI Qianwen, WANG Ping, WANG Peng, et al. An ultrasound imaging algorithm combining optimal apodization function and multi-parameter composite conditional factor[J]. Acta Acustica, 2026, 51(3): 780-789.

[13] 张瑶，罗林根，陈敬德，等. 基于非冗余四阶累积量的变电站声源定向方法[J]. 高电压技术，2022，48(1)：75-83.
ZHANG Yao, LUO Lin'gen, CHEN Jingde, et al. Acoustic source location method for substation based on non-redundant fourth-order cumulant[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(1): 75-83.

[14] 武昊，万中一，徐文聪，等. 基于特高频定向天线阵列的变电站局部放电定位 MUSIC 算法[J]. 高电压技术，2022，48(8)：3240-3249.
WU Hao, WAN Zhongyi, XU Wencong, et al. MUSIC algorithm for partial discharge location in substation based on utral high frequency directional antenna array[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(8): 3240-3249.

[15] 叶子健. 输电线路电晕放电缺陷的声源定位研究[D]. 保定：华北电力大学，2022.
YE Zijian. Sound source location of corona discharge defects in transmission lines[D]. Baoding, China: North China Electric Power University, 2022.

[16] 刘嘉硕. 特高压直流换流阀沿面放电缺陷的声阵列检测方法研究[D]. 保定：华北电力大学，2022.
LIU Jiashuo. Acoustic array detection method for surface discharge defects of UHV DC converter valve[D]. Baoding, China: North China Electric Power University, 2022.

[17] PEI S T, LIU D W, YE Z J, et al. Optimization scheme of partial discharge location of external insulation based on 2-D multiple signal classification algorithm[J]. IET Science, Measurement and Technology, 2023, 17(1): 11-26.

[18] 唐伟登. 电力设备声学成像和声源定位技术的研究与系统实现[D]. 广州：华南理工大学，2021.
TANG Weideng. Research and system implementation of acoustic imaging and sound source location technology of power equipment[D]. Guangzhou, China: South China University of Technology, 2021.

[19] GERSTOFT P, MECKLENBRÄUKER C F, SEONG W, et al. Introduction to compressive sensing in acoustics[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2018, 143(6): 3731-3736.

[20] PARK Y, SEONG W, GERSTOFT P. Block-sparse two-dimensional off-grid beamforming with arbitrary planar array geometry[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2020, 147(4): 2184-2191.

[21] YU L, ANTONI J, WU H J, et al. Fast iteration algorithms for implementing the acoustic beamforming of non-synchronous measurements[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 134: 106309.

[22] LI W, ZHAO S, ZHOU C, et al. Improved fast deconvolution algorithms based on functional beamforming for gas leakage sound source imaging[J]. Measurement, 2025, 242: 116238.

[23] 季怡萍，田昊洋，高凯，等. 基于压缩感知估计的 GIS 击穿放电定位方法研究[J]. 应用声学，2022，41(3)：388-396.
JI Yiping, TIAN Haoyang, GAO Kai, et al. GIS breakdown discharge location method based on compressed sensing estimation[J]. Journal of Applied Acoustics, 2022, 41(3): 388-396.

[24] XIE Q, WANG Y Y, LI T, et al. Application of signal sparse decomposition in the detection of partial discharge by ultrasonic array method[J]. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, 2015, 22(4): 2031-2040.

[25] WANG R, ZHUANG T, ZHANG C Y, et al. Weighted block $\ell_1$ norm induced 2D off-grid compressive beamforming for acoustic source localization: methodology and applications[J]. Applied Acoustics, 2023, 214: 109677.

[26] 张瑶，罗林根，王辉，等. 基于 MPSO-MLE 的变电站设备异常声源定位方法[J]. 高电压技术，2020，46(9)：3145-3153.
ZHANG Yao, LUO Lin'gen, WANG Hui, et al. Method of locating abnormal acoustic source of substation equipment based on MPSO-MLE[J]. High Voltage Engineering, 2020, 46(9): 3145-3153.

[27] ZHANG X B, CHEN Z Y, YU X X, et al. A novel two-stage DOA estimation of sound sources based on hierarchical sparse Bayesian inference[J]. Applied Acoustics, 2025, 231: 110514.

[28] CHIARIOTTI P, MARTARELLI M, CASTELLINI P. Acoustic beamforming for noise source localization - Reviews, methodology and applications[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 120: 422-448.

[29] 吴诗优，郑书生，钟爱旭，等. 基于智能聚类算法的 UHF 法变电站空间多源局部放电定位方法[J]. 高电压技术，2020，46(12)：4309-4318.
WU Shiyou, ZHENG Shusheng, ZHONG Aixu, et al. Location method of multiple partial discharges sources in substation space by UHF method based on intelligent clustering algorithm[J]. High Voltage Engineering, 2020, 46(12): 4309-4318.

[30] ZHU M X, WANG Y B, LIU Q, et al. Localization of multiple partial discharge sources in air-insulated substation using probability-based algorithm[J]. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, 2017, 24(1): 157-166.

[31] CUI A G, HE H Z, XIE Z Q, et al. Iterative difference hard-thresholding algorithm for sparse signal recovery[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2023, 71: 1093-1102.

[32] HUANG L S, XU Z M, ZHANG Z F, et al. A fast iterative shrinkage/thresholding algorithm via Laplace norm for sound source identification[J]. IEEE Access, 2020, 8: 115335-115344.

[33] BAI Z L, ZHANG J Y, SHI L M, et al. Approximating the zero-norm penalized sparse signal recovery using a hierarchical Bayesian framework[J]. Signal Processing, 2024, 218: 109361.

[34] BECK A, TEBOULLE M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(1): 183-202.

[35] LI H Y, ZHANG Q, LIN S J, et al. Sparse signal recovery via generalized Gaussian function[J]. Journal of Global Optimization, 2022, 83(4): 783-801.

[36] NING F L, JIA D Y, HOU H J, et al. A high-resolution sparse coherent sound source localization approach with improved sparsity constraint[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2025, 232: 112712.



**朱金婵**
2001—，女，硕士生
主要从事电力设备状态监测、阵列信号处理方面的研究工作
E-mail: 15974614091@163.com

ZHU Jinchan



**王　平**(通信作者)
1976—，男，博士，教授，博导
主要从事电力设备状态监测、故障诊断和数字信号处理方面的研究工作
E-mail: cqu_dqwp@163.com

WANG Ping
Ph.D., Professor
Corresponding author

收稿日期　2025-08-08　在线出版日期　2025-12-29　　编辑　陈　蔓

## 附录 A

假设目标函数式(3)的解为 $\boldsymbol{X}^*$，定义第 $k$ 次迭代时的误差为 $\boldsymbol{Z}^k \triangleq \boldsymbol{X}^* - \boldsymbol{X}^k$。首先给出一些分析 CSBF-APG 算法收敛性必要的引理。

引理 1：当测量矩阵 $\boldsymbol{G}$ 满足 $0<\delta_{2S}<1$ 的 $2S$ 阶联合有限等距性质(restricted isometry property, RIP)时，目标函数式(3)有唯一的 $S$-行稀疏解 $\boldsymbol{X}$，且满足：

$$(1-\delta_{2S})\cdot\|\boldsymbol{X}\|_{\mathrm{F}}^2 \le \|\boldsymbol{G}\boldsymbol{X}\|_{\mathrm{F}}^2 \le (1+\delta_{2S})\cdot\|\boldsymbol{X}\|_{\mathrm{F}}^2 \tag{A1}$$

引理 2：对于解 $\boldsymbol{X}\in\mathbb{C}^{N\times L}$，若其行向量 $L_2$ 范数 $\|\boldsymbol{x}_{n,:}\|_2$ 的数值大于阈值 $\lambda\mu$ 的行数为 $N_r$（$N_r \le N$），则广义行向量阈值操作 $\tilde{\mathcal{S}}_{\lambda\mu}(\boldsymbol{X})$ 和 $\boldsymbol{X}$ 之间满足如下不等式：

$$\|\tilde{\mathcal{S}}_{\lambda\mu}(\boldsymbol{X})-\boldsymbol{X}\|_{\mathrm{F}} \le \lambda\mu\sqrt{N} \tag{A2}$$

证明：见附录 B 证明 1。

引理 3：第 $k$ 次迭代时的误差 $\boldsymbol{Z}^k$ 满足以下不等式：

$$\|(\boldsymbol{I}-\mu\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G})\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}} \le (1-\mu(1+\delta_{2S}))\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}} \tag{A3}$$

证明：见附录 B 证明 2。

引理 4：函数 $\mathcal{H}(\boldsymbol{X})$ 的梯度满足以下不等式：

$$\|\nabla\mathcal{H}(\boldsymbol{X})\|_{\mathrm{F}} \le \sqrt{NL}\left(\lambda+\lambda/\gamma\right) \tag{A4}$$

证明：见附录 B 证明 3。

引理 5：对于任意常数 $a>0$ 和 $b>0$，以下等式成立：

$$\lim_{b\to a}\sum_{j=0}^{k-1}\left(\left(\prod_{i=j+1}^{k-1}a_i\right)\cdot(b)^j\right) = k(a)^{k-1} \tag{A5}$$

证明：见附录 B 证明 4。

下面分析 CSBF-APG 算法的收敛性。

在无噪环境下满足 $\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{G}\boldsymbol{X}^*$，对矩阵 $E(\boldsymbol{X}^k)$，代入 $\boldsymbol{Z}^k$ 的表达式得：

$$\begin{aligned} E(\boldsymbol{X}^k) &= \boldsymbol{X}^k-\mu\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{G}\boldsymbol{X}^k-\boldsymbol{Y})+\mu\nabla\mathcal{H}(\boldsymbol{X}^k) = \\ &\quad \boldsymbol{X}^*-(\boldsymbol{I}-\mu\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G})\boldsymbol{Z}^k+\mu\nabla\mathcal{H}(\boldsymbol{X}^k) \end{aligned} \tag{A6}$$

代入近端算子的定义式(16)和式(A6)，第 $k+1$ 次迭代误差 $\boldsymbol{Z}^{k+1}$ 的 Frobenius 范数界可写为：

$$\begin{aligned} &\|\boldsymbol{Z}^{k+1}\|_{\mathrm{F}} = \|\boldsymbol{X}^*-\boldsymbol{X}^{k+1}\|_{\mathrm{F}} = \left\|\boldsymbol{X}^*-\tilde{\mathcal{S}}_{\lambda^k\mu}\left(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{V}^k)\right)\right\|_{\mathrm{F}} = \\ &\left\|E(\boldsymbol{X}^k)-\tilde{\mathcal{S}}_{\lambda^k\mu}\left(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{V}^k)\right)+(\boldsymbol{I}-\mu\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G})\boldsymbol{Z}^k-\mu\nabla\mathcal{H}(\boldsymbol{X}^k)\right\|_{\mathrm{F}} \end{aligned} \tag{A7}$$

由三角不等式和引理 2—引理 4 可得：

$$\begin{aligned} &\|\boldsymbol{Z}^{k+1}\|_{\mathrm{F}} \le \left\|\boldsymbol{E}(\boldsymbol{X}^k)-\tilde{\mathcal{S}}_{\lambda^k\mu}\left(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{V}^k)\right)\right\|_{\mathrm{F}} + \\ &\left\|(\boldsymbol{I}-\mu\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G})\boldsymbol{Z}^k\right\|_{\mathrm{F}} + \left\|\mu\nabla\mathcal{H}(\boldsymbol{X}^k)\right\|_{\mathrm{F}} \\ &\le \lambda^k\mu\sqrt{N}+\left(1-\mu(1+\delta_{2S})\right)\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}+\mu\sqrt{NL}(\lambda^k+\lambda^k/\gamma) \\ &= \left(1-\mu(1+\delta_{2S})\right)\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}+\lambda^k\mu(\sqrt{N}+\sqrt{NL}+\sqrt{NL}/\gamma) \end{aligned} \tag{A8}$$

那么，第 $k$ 次迭代时的误差的 Frobenius 范数界 $\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}$ 可写为：

$$\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}} \le C_1\|\boldsymbol{Z}^{k-1}\|_{\mathrm{F}}+C_2\lambda^{k-1} \tag{A9}$$

式中：$C_1=\left(1-\mu(1+\delta_{2S})\right)$、$C_2=\mu\left(\sqrt{N}+\sqrt{NL}+\sqrt{NL}/\gamma\right)$ 均为有限常数。

将式(A9)所示的递推公式从 $k=1$ 展开，可得如下不等式：

$$\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}} \le (C_1)^k\|\boldsymbol{Z}^0\|_{\mathrm{F}}+\hat{\lambda}^0C_2\sum_{j=0}^{k-1}\left(\left(\prod_{i=j+1}^{k-1}\delta_{2S}\right)\cdot(\rho)^j\right) \tag{A10}$$

证明：见附录 B 证明 5。

随迭代次数 $k$ 的增加，能量逐渐集中到声强矩阵 $\boldsymbol{X}^k$ 中真实声源对应的网格节点上，根据正则化参数的计算式(15)可知 $\lambda^k$ 的值随之减小。通过设置合适的参数 $\gamma$ 使 $\lambda^k$ 满足指数衰减或近似指数衰减，即满足 $\lambda^k=(\rho)^k\lambda^0$，其中，底数 $\rho\in(0,1)$。由引理 5 可得，误差 $\boldsymbol{Z}^k$ 的 Frobenius 范数界满足：

$$\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}} \le (C_1)^k\|\boldsymbol{Z}^0\|_{\mathrm{F}}+\lambda^0C_2k(\delta_{2S})^k \tag{A11}$$

综上，对于式(A11)右侧第 1 项，$\|\boldsymbol{Z}^0\|_{\mathrm{F}}$ 为有限常数，当参数满足 $|C_1|<1$，即 $0<\mu<2/(1+\delta_{2S})$ 时，使得迭代次数 $k\to\infty$ 时，$(C_1)^k\to 0$；对于第 2 项，已知 $0<\delta_{2S}<1$，当 $k\to\infty$ 时，该项由指数衰减主导，也满足 $k(\delta_{2S})^k\to 0$。因此，当 $k\to\infty$ 时，误差 $\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}$ 近似收敛到 0。

## 附录 B

证明 1：

对矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的第 $n$ 个行向量 $\boldsymbol{x}_{n,:}$，根据广义软阈值算子的定义可得：

$$\begin{aligned} \left\|\tilde{s}_{\lambda\mu}\left(\boldsymbol{x}_{n,:}\right)-\boldsymbol{x}_{n,:}\right\|_2^2 &= \left\|\max\left\{\|\boldsymbol{x}_{n,:}\|_2-\lambda\mu,\boldsymbol{0}\right\}\cdot\frac{\boldsymbol{x}_{n,:}}{\|\boldsymbol{x}_{n,:}\|_2}-\boldsymbol{x}_{n,:}\right\|_2^2 \\ &\le (\lambda\mu)^2 \end{aligned} \tag{B1}$$

将 $N$ 个行向量的误差相加得：

$$\|\tilde{\mathcal{S}}_{\lambda\mu}(\boldsymbol{X})-\boldsymbol{X}\|_{\mathrm{F}}^2 \le (\lambda\mu)^2N \tag{B2}$$

即 $\|\tilde{\mathcal{S}}_{\lambda\mu}(\boldsymbol{X})-\boldsymbol{X}\|_{\mathrm{F}} \le \lambda\mu\sqrt{N}$，证毕。

证明 2：

由 RIP 条件可知 $\|\boldsymbol{G}\|_2^2 \le (1+\delta_{2S})$，将式子 $\left\|(\boldsymbol{I}-\mu\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G})\boldsymbol{Z}^k\right\|_{\mathrm{F}}$ 展开，并利用矩阵范数乘法不等式可得：

$$\begin{aligned}&\|(\boldsymbol{I}-\mu\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G})\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}^2=\\&\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}^2-2<\boldsymbol{Z}^k,\mu\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{Z}^k>+\|\mu\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{Z}\|_{\mathrm{F}}^2\le\\&\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}^2-2\mu\|\boldsymbol{G}\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}^2+\mu^2\|\boldsymbol{G}\|_{\mathrm{F}}^2\cdot\|\boldsymbol{G}\boldsymbol{Z}\|_{\mathrm{F}}^2\le\\&\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}^2-2\mu(1+\delta_{2S})\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}^2+\left[\mu(1+\delta_{2S})\right]^2\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}^2=\\&\left[1-2\mu(1+\delta_{2S})+\mu^2(1+\delta_{2S})^2\right]\cdot\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}^2=\\&\left(1-\mu(1+\delta_{2S})\right)^2\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}^2\end{aligned}\tag{B3}$$

即满足 $\|(\boldsymbol{I}-\mu\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G})\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}\le(1-\mu(1+\delta_{2S}))\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}$，证毕。

证明 3：

对矩阵 $\nabla\mathcal{H}(\boldsymbol{X})$ 中第 $n$ 行、第 $l$ 列元素 $\nabla h(x_{n,l})$，根据其定义可得：

$$\begin{aligned}\left|\nabla h(x_{n,l})\right|&=\left|\left(\lambda-\lambda/\gamma\, e^{-|x_{n,l}|/\gamma}\right)\cdot\mathrm{sign}(x_{n,l})\right|\le\\&\left|\lambda\mathrm{sign}(x_{n,l})\right|+\left|\lambda/\gamma\, e^{-|x_{n,l}|/\gamma}\mathrm{sign}(x_{n,l})\right|\end{aligned}\tag{B4}$$

因为不等式 $\left|\mathrm{sign}(x_{n,l})\right|=\left|x_{n,l}/|\,x_{n,l}\,\right|\le1$ 成立，且 $e^{-|x_{n,l}|/\gamma}\le1$，则可得：

$$\left|\nabla h(x_{n,l})\right|\le\lambda+\lambda/\gamma\tag{B5}$$

将 $NL$ 个元素的误差相加可得：

$$\|\nabla\mathcal{H}(\boldsymbol{X})\|_F=\sqrt{\sum_{n=1}^{N}\sum_{l=1}^{L}\left|\nabla h(x_{n,l})\right|^2}\le\sqrt{NL}\left(\lambda+\lambda/\gamma\right)\tag{B6}$$

证毕。

证明 4：

将引理 5 中等式左边展开可得：

$$\begin{aligned}&\sum_{j=0}^{k-1}\left(\left(\prod_{i=j+1}^{k-1}a_i\right)\cdot(b)^j\right)=\sum_{j=0}^{k-1}\left((a)^{k-j-1}\cdot(b)^j\right)=\\&(a)^{k-1}\sum_{j=0}^{k-1}\left(\frac{b}{a}\right)^j=\frac{(a)^k-(b)^k}{a-b}\end{aligned}\tag{B7}$$

利用 L'Hôpital's Rule 对式(B7)求极限可得：

$$\lim_{b\to a}\sum_{j=0}^{k-1}\left(\left(\prod_{i=j+1}^{k-1}a_i\right)\cdot(b)^j\right)=\lim_{b\to a}\frac{(a)^k-(b)^k}{a-b}=k(a)^{k-1}\tag{B8}$$

证毕。

证明 5：

将 $\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}\le C_1\|\boldsymbol{Z}^{k-1}\|_{\mathrm{F}}+\lambda^{k-1}C_2$ 从 $k=1$ 逐一展开：

当 $k=1$ 时：

$$\|\boldsymbol{Z}^1\|_{\mathrm{F}}\le C_1\|\boldsymbol{Z}^0\|_{\mathrm{F}}+\lambda^0C_2\tag{B9}$$

当 $k=2$ 时，将式(B9)代入得：

$$\begin{aligned}&\|\boldsymbol{Z}^2\|_{\mathrm{F}}\le C_1\|\boldsymbol{Z}^1\|_{\mathrm{F}}+\lambda^1C_2\le\\&(C_1)^2\|\boldsymbol{Z}^0\|_{\mathrm{F}}+\lambda^0C_1C_2+\lambda^1C_2\end{aligned}\tag{B10}$$

当 $k=3$ 时，将式(B10)代入得：

$$\begin{aligned}&\|\boldsymbol{Z}^3\|_{\mathrm{F}}\le C_1\|\boldsymbol{Z}^2\|_{\mathrm{F}}+\lambda^2C_2\le\\&(C_1)^3\|\boldsymbol{Z}^0\|_{\mathrm{F}}+\lambda^0(C_1)^2C_2+\lambda^1C_1C_2+\lambda^2C_2\end{aligned}\tag{B11}$$

因此，展开到第 $k$ 个式子时，代入第 $k-1$ 次的不等式可得：

$$\begin{aligned}&\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}\le C_1\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}+\lambda^{k-1}C_2\le\\&(C_1)^k\|\boldsymbol{Z}^0\|_{\mathrm{F}}+C_2\sum_{j=0}^{k-1}\left(\left(\prod_{i=j+1}^{k-1}C_1\right)\lambda^j\right)\end{aligned}\tag{B12}$$

将 $\lambda^k=(\rho)^k\lambda^0$ 代入式(B12)可得：

$$\|\boldsymbol{Z}^k\|_{\mathrm{F}}\le(C_1)^k\|\boldsymbol{Z}^0\|_{\mathrm{F}}+\lambda^0C_2\sum_{j=0}^{k-1}\left(\left(\prod\nolimits_{i=j+1}^{k-1}\delta_{2S}\right)\cdot(\rho)^j\right)\tag{B13}$$

证毕。