第 52 卷 第 4 期：1983-1993 高电压技术 Vol.52, No.4: 1983-1993
2026 年 4 月 30 日 High Voltage Engineering April 30, 2026
DOI: 10.13336/j.1003-6520.hve.20250394

基于镜像法的高频变压器利兹线损耗解析计算模型

赵志刚[1]，张子洁[1]，陈天缘[1]，孟嘉智[1]，刘永军[1]，姬俊安[2]
（1. 河北省电磁场与电器可靠性重点实验室(河北工业大学)，天津 300401；
2. 河北科技大学电气工程学院，石家庄 050018）

摘　要：准确计算高频变压器的绕组损耗对于高频变压器等磁性元件的优化设计具有重要意义。利兹线可以降低高频涡流损耗，常被用于制作高频变压器的绕组，因此准确计算利兹线损耗尤为重要。该文提出了基于镜像法提取磁场的解析模型来计算高频变压器利兹线绕组损耗，采用镜像法对绕组外部磁场进行提取以表征端部效应；在绕组损耗的解析计算式中，将磁场分为平行于股线和垂直于股线 2 个分量，并引入股线相对于利兹线束的扭转角度以表征利兹线的扭转结构。该方法的 2 个计算部分均在 MATLAB 中实现，避免多软件求解时的数据对接。并制作了 2 台样机进行实验，验证了所提解析计算方法的准确性。

关键词：高频变压器；利兹线；绕组损耗；镜像法；三维扭转结构

Analytical Calculation Model of Litz Wire Loss in High-frequency Transformer Based on Mirror Method

ZHAO Zhigang[1], ZHANG Zijie[1], CHEN Tianyuan[1], MENG Jiazhi[1], LIU Yongjun[1], JI Jun'an[2]
(1. Key Laboratory of Electromagnetic Field and Electrical Apparatus Reliability of Hebei Province(Hebei University of Technology), Tianjin 300401, China;
2. School of Electrical Engineering, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang 050018, China)

Abstract：Accurate calculation of winding losses in high-frequency transformer(HFT) is important for the optimal design of magnetic components such as HFTs. In the HFTs, Litz wire is often used to make the windings, because it can reduce the high frequency eddy current loss, so it is especially important to calculate the Litz wire loss accurately. In this paper, an analytical model based on the mirror method to extract the magnetic field is proposed to calculate the winding loss of Litz wire for HFT, in which the magnetic field is divided into two components in the analytical calculation equation of the winding loss, namely, parallel to the strand and perpendicular to the strand;moreover, the twisting angle of the strand with respect to the Litz wire bundle is introduced to characterize the twisting construction of the Litz wire, and the mirror method is adopted to extract the external magnetic field of the winding to characterize the edge effect. The two computational parts of this method are realized in MATLAB to avoid complex data interfacing in multi-software solving. Meanwhile, two prototypes were fabricated for testing to verify the accuracy of the analytical calculation method proposed in this paper.

Key words：high-frequency transformer; Litz wire; winding loss; mirror mothed; 3-D twisting construction

0　引言

当前，电力电子技术的发展使大功率电力电子变换器得到广泛应用，高频变压器作为电力电子变换器的关键元件，在其运行过程中起到了十分重要的作用。随着高频变压器运行频率的增加，与频率相关的损耗问题也随之而来，并且成为目前人们研究和解决的重点问题之一，其中绕组损耗的相关问题尤为突出[1-4]。由于高频效应的影响，绕组的集肤损耗与邻近损耗随频率增大而大幅增加。利兹线内部是由多股绝缘细导线绞合而成，每股细导线的线径很小，可以有效减少集肤效应造成的损耗；且利兹线具有独特的三维扭转结构，可大幅减少高频下的邻近效应，甚至在扭转达到一定条件的情况下可以完全抵消束级邻近效应，因此利兹线常被用于高频变压器绕组[5]。

随着利兹线在绕组绕制中的广泛应用，准确计

基金资助项目：国家自然科学基金(52377008)；河北省燕赵黄金台聚才计划骨干人才项目(HJZD202501)。
Project supported by National Natural Science Foundation of China (52377008), Hebei Yan-Zhao Golden Talent Platform Key Talent Program(HJZD202501).

算利兹线的高频损耗成为研究的关键问题之一。利兹线虽然有以上诸多优点，但由于其内部股线的扭转换位十分复杂，并且股线所受到的磁场较难准确提取，使得准确计算利兹线的损耗成为一个难题[6-9]。

目前利兹线绕组损耗的计算方法主要有解析法和数值法 2 种。其中解析法主要基于 1966 年 Dowell 提出的铜箔变压器绕组损耗计算模型，该模型基于一维磁场假设提出了绕组损耗的解析式，为后续绕组损耗计算提供一定的理论基础。而后有学者基于此假设，根据面积等效原理将利兹线等效为箔型绕组，拓展了 Dowell 解析计算模型的适用范围。1996 年 Ferreria 教授发现圆形实导线的集肤效应和邻近效应存在正交关系，由此提出了 Ferreria 解析计算模型，但当导线直径逐渐变大时，该模型的计算误差也逐渐增大。2001 年 Tourkhani 提出了专门计算利兹线损耗的解析模型，该模型将导体所受到的磁场分为内外 2 部分计算，将利兹线等效为圆形实导线，并在二维极坐标系中进行计算[10-12]。Dowell 方法、等效面积法、Ferreria 模型以及 Tourkhani 模型等解析计算法虽然计算速度快，但都假设磁场为一维分布，由于端部效应的存在，磁场在靠近磁芯窗口区域出现横向分量，分布并不符合一维假设，因此存在一定误差。上述方法均未考虑利兹线的扭转结构对损耗的影响；文献[5]对利兹线扭转结构进行考虑，将旋转的外磁场施加在未扭转的股线上以表征利兹线的扭转结构，但该方法无法适用于多束复杂的利兹线求解。文献[13]将坐标系扭转为螺旋坐标系，使相应扭转的利兹线在该坐标系中可以用平行直线表示，但该方法计算过程复杂，且不适用于复杂结构的利兹线。

数值法主要是采用有限元法和部分元件等效电路法(partial element equivalent circuit, PEEC)进行计算。有限元法依赖于商业电磁软件进行详细建模求解。利兹线常见的绞合结构有同心绞合和复合绞合 2 种，二者内部绞合扭转结构都十分复杂，以至于在三维有限元中难以实现利兹线结构的精准建模与计算，并且随着利兹线股数以及扭转程度的增加，三维有限元仿真所需的计算机资源与时间成本大幅增加，普通计算机很难完成简单结构单根利兹线三维仿真计算，利兹线绕组的高频变压器整机的三维模型仿真更加难以实现。二维有限元方法虽然计算速度较快，但并没有考虑到股级集肤效应，这导致利兹线的交流损耗被低估，仿真结果存在一定的误差[14]。PEEC 法在对三维利兹线模型进行分析时，通常是以矩形网格划分模型，在计算圆形截面利兹线的损耗时难免会产生误差；国外有学者将 PEEC 法与传输线理论相结合，将利兹线等效为许多小段导体交错换位连接以模拟利兹线扭转，然后利用阻抗矩阵求解损耗问题。但 PEEC 法大多考虑的是单独的利兹线损耗，无法对磁芯窗口的磁场分布进行准确模拟，因此该方法计算结果也存在一定的误差[15-17]。

为了实现考虑端部效应和绞合结构的绕组损耗精确计算，本文首先分析了利兹线在高频下的损耗增加机理；然后计算利兹线的内部磁场，并且在考虑端部效应的影响下，利用镜像法提取磁芯窗口的外磁场。在此基础上，将磁场分解为垂直和平行于股线分量分别计算，提出计及利兹线扭转结构的损耗解析计算模型，制作了 2 台不同参数的样机进行实验以验证模型的准确性。

1 高频下利兹线损耗原理

图 1 为同心绞圆形利兹线的结构。利兹线束由多股相互绝缘的导线绞合而成，线束由最外层绝缘包裹，构成整根利兹线。

1.1 利兹线高频涡流分布

在高频工作的条件下，电流分布会集中在每股导线的表面处，而距离导体表面较深处的电流密度较小，这种现象即为集肤效应。由于导线相邻排布，每一根导线都会受到相邻导线产生磁场的影响而使靠近其他导线的部分电流密度变化，即为邻近效应。图 2 为集肤效应与邻近效应的示意图，各图中每股导线通过的电流 I_s 大小均为 10 mA，运行在 f=10 kHz 条件下，f 为电流频率，J 为电流密度。

利兹线内部的股线线径十分小，可以减小集肤效应带来的损耗；所有股线按周期扭转，在束内不

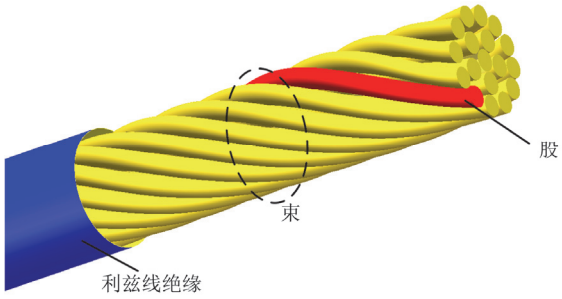
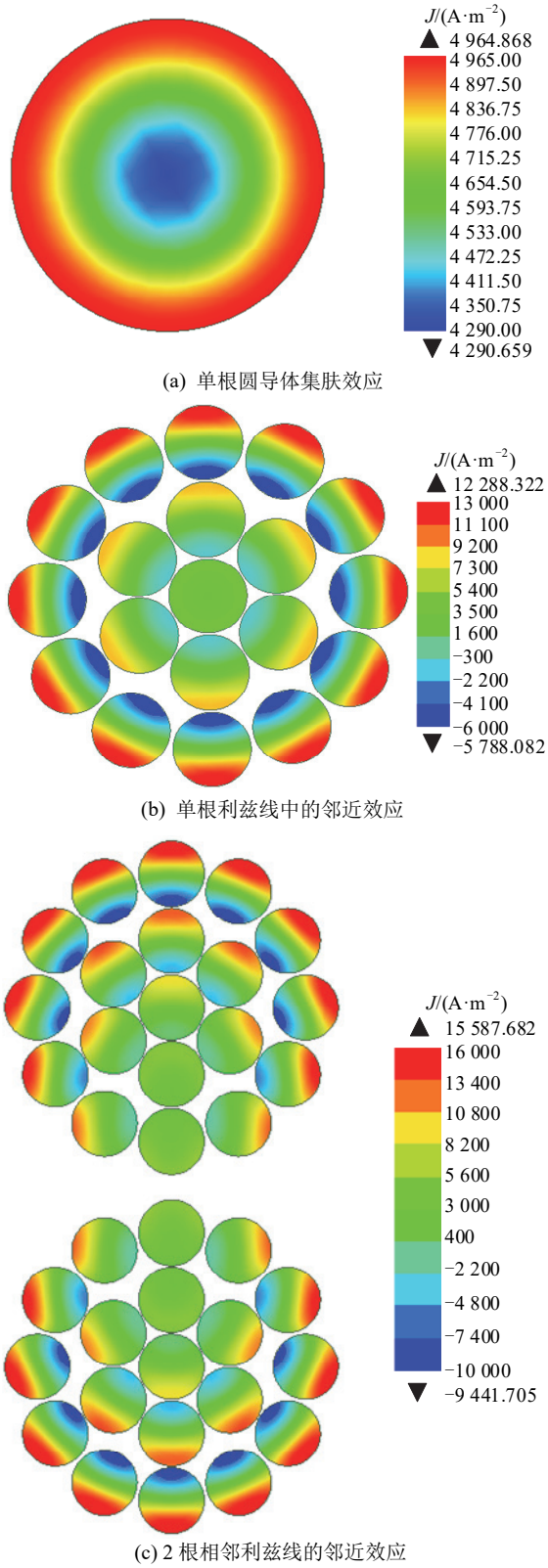


图 1 同心绞利兹线三维结构示意图

Fig.1 Schematic of the 3-D structure of the concentric stranded Litz wire

断变换位置，使得各股线中的电流可以平均分布，降低了相邻导线之间的感应环流，由此可以减少邻近效应带来的损耗[18-19]。



(a) 单根圆导体集肤效应

(b) 单根利兹线中的邻近效应

(c) 2 根相邻利兹线的邻近效应

图 2 集肤效应与邻近效应示意图(I_s=10 mA, f=10 kHz)

Fig.2 Schematic of the skin effect and proximity effect(I_s=10 mA, f=10 kHz)

1.2 Tourkhani 计算模型

2001 年 Tourkhani 提出的解析计算模型是目前利兹线高频绕组损耗最常用的解析方法之一，该模型按照磁场产生的来源，将磁场分为外磁场 $\boldsymbol{H}_{\text{ext}}$ 和内磁场 $\boldsymbol{H}_{\text{int}}$ 分别进行计算，如图 3 所示。图 3 中，k 为导体所在的绕组层数；q 为绕组匝数；r 为导体内某一点与导体圆心处之间的距离；r_{L} 为导体半径；θ 为该点与圆心的连线和水平轴之间的夹角大小；h_{w} 为绕组总高度。

在磁芯窗口内任意一根导体中，极坐标为(r,θ)的点所受的内外磁场大小分别为：

$$H_{\text{int}}=\frac{Ir}{2\pi r_{\text{L}}^2} \tag{1}$$

$$H_{\text{ext}}=(k-\frac{1}{2}+\frac{r}{r_{\text{L}}}\frac{\cos\theta}{2})\frac{qI}{h_{\text{w}}} \tag{2}$$

式中：I 为流过导体截面的电流大小；H_{int} 为内磁场强度的数值；H_{ext} 为外磁场强度的数值。

针对给定导体中的某股线，其单位长度损耗 P_0 的计算式[12]为：

$$P_0=\frac{\rho}{2}\int_0^{r_0}\int_0^{2\pi}JJ^*r\,\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta=\frac{I_0^2\rho}{\sqrt{2}\pi\delta d_0}\psi_1(\zeta)-\frac{2\sqrt{2}\pi\rho}{\delta}H^2\psi_2(\zeta) \tag{3}$$

式中：ρ 为导体电阻率；r_0 为股线半径；J^* 为电流密度 J 的共轭复数；I_0 为股线电流；δ 为集肤深度；d_0 为股线直径；H 为导体所受磁场强度大小；ζ 为股线直径归一化值；ψ_1、ψ_2 分别为与贝塞尔函数和归一化值有关的函数。式(3)中某些变量可由下列各式计算：

$$\delta=\sqrt{\frac{1}{\pi f\sigma\mu_0}} \tag{4}$$

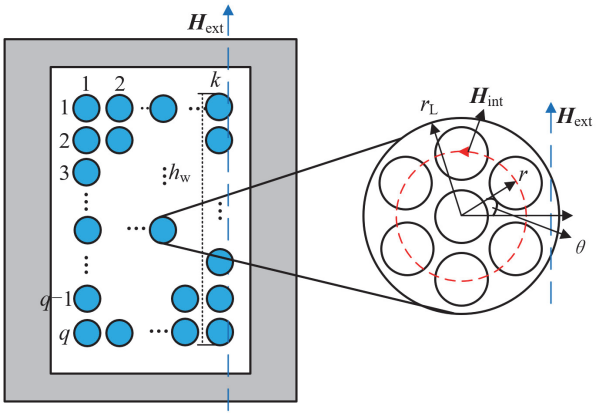


图 3 利兹线所受磁场分布

Fig.3 Distribution of the magnetic field applied to the Litz wire

$$\zeta=\frac{d_0}{\delta} \tag{5}$$

$$\psi_1(\zeta)=\frac{\mathrm{I}_l^{\mathrm{Re}}(\Delta)\mathrm{I}_l^{\mathrm{Im1}}(\Delta)-\mathrm{I}_l^{\mathrm{Im}}(\Delta)\mathrm{I}_l^{\mathrm{Re1}}(\Delta)}{(\mathrm{I}_l^{\mathrm{Re1}})^2(\Delta)+(\mathrm{I}_l^{\mathrm{Im1}})^2(\Delta)} \tag{6}$$

$$\psi_2(\zeta)=\frac{\mathrm{I}_l^{\mathrm{Re2}}(\Delta)\mathrm{I}_l^{\mathrm{Re1}}(\Delta)+\mathrm{I}_l^{\mathrm{Im2}}(\Delta)\mathrm{I}_l^{\mathrm{Im1}}(\Delta)}{(\mathrm{I}_l^{\mathrm{Re}})^2(\Delta)+(\mathrm{I}_l^{\mathrm{Im}})^2(\Delta)} \tag{7}$$

$$\Delta=\zeta/\sqrt{2} \tag{8}$$

式中：σ 为导体电导率；μ_0 为真空磁导率；$\mathrm{I}_l^{\mathrm{Re}}$、$\mathrm{I}_l^{\mathrm{Im}}$ 分别为第一类修正贝塞尔函数的实部和虚部；$\mathrm{I}_l^{\mathrm{Re1}}$、$\mathrm{I}_l^{\mathrm{Im1}}$ 分别为 1 阶修正贝塞尔函数的实部和虚部；$\mathrm{I}_l^{\mathrm{Re2}}$、$\mathrm{I}_l^{\mathrm{Im2}}$ 分别为 2 阶修正贝塞尔函数的实部和虚部；Δ 为与归一化值有关的变量。

根据文献[9]所述，ψ_1、ψ_2 可等效为泰勒级数展开形式，在工程应用中更加方便，且其准确性已得到验证，即：

$$\psi_1(\zeta)=2\sqrt{2}\left(\frac{1}{\zeta}+\frac{1}{3\times2^8}\zeta^3-\frac{1}{3\times2^{14}}\zeta^5+\cdots\right) \tag{9}$$

$$\psi_2(\zeta)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\frac{1}{2^5}\zeta^3+\frac{1}{2^{12}}\zeta^7+\cdots\right) \tag{10}$$

根据股线的损耗计算式，可得到相应导体的涡流损耗密度表达式为：

$$\frac{\mathrm{d}P_0}{\mathrm{d}S}=\beta\frac{P_0}{\pi r_0^2} \tag{11}$$

$$\beta=\frac{N_0 r_0^2}{r_{\mathrm{L}}^2} \tag{12}$$

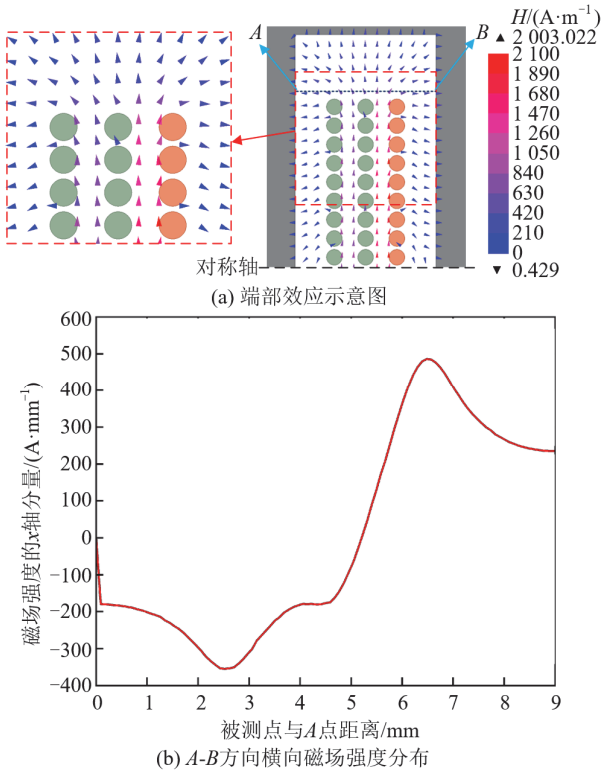
式中：S 为股线截面积；β 为利兹线填充率；N_0 为每根利兹线的股数。因此，在第 k 层第 q 根导体处单位长度利兹线的损耗计算式为：

$$P_{k,q}=\int_0^{r_{\mathrm{L}}}\int_0^{2\pi}\frac{\mathrm{d}P_0}{\mathrm{d}S}r\,\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta=\frac{I^2\rho}{\sqrt{2}\pi\delta N_0 d_0}\cdot \left(\psi_1(\zeta)-2\pi^2N_0\beta\left((k-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{16}+\frac{1}{2\pi^2}\right)\psi_2(\zeta)\right) \tag{13}$$

2 磁场计算

2.1 端部效应

由式(3)可以看出，利兹线绕组损耗计算的主要难点之一是导线外部磁场的精确提取，传统解析计算方法一般基于 Dowell 一维电磁场理论求解绕组外部磁场 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{ext}}$，该模型认为磁芯窗口磁场只存在 y 轴分量。然而由于端部效应的存在，绕组端部磁场存在 x 方向分量，因此一维假设并不符合实际。图 4(a)为变比 2:1 的高频变压器二维有限元模型，绘制磁场强度向量图观察绕组端部磁场 x 方向分量。



(a) 端部效应示意图

(b) *A-B*方向横向磁场强度分布

图 4 端部效应影响下磁芯窗口磁场分布

Fig.4 Magnetic field distribution in the core window under the influence of edge effect

由图 4(a)可知，磁芯窗口绕组端部存在明显的横向分量。图 4(b)为绕组端部沿 *A-B* 方向磁场横向分量的变化曲线。当测量点与一二次绕组中心之间的距离变化时，磁场横向分量大小逐渐变化，直观地反映出端部效应的存在。传统的 Dowell 一维电磁场理论难以精确计算绕组外部磁场数值，导致因邻近效应引起的附加损耗计算精度较差。因此精确、快速地模拟利兹线截面的磁场分布可以有效提高解析法的计算精度。

2.2 利兹线的均质化等效

在利兹线的建模过程中，由于其股线数量庞大、内部结构过于复杂，因此许多学者在对其进行建模时采用具有等效复值特性的材料代替原来的绕组材料，将利兹线绕组等效为圆形导体，以避免复杂的精细化建模[19]。

圆导线的复数磁导率为：

$$\mu_{\mathrm{r}}'=\mu_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{J}_1(z)}{z\mathrm{J}_0(z)-\mathrm{J}_1(z)} \tag{14}$$

$$z=\frac{r_1(1-\mathrm{j})}{\delta} \tag{15}$$

式中：μ_{r}' 为圆导线的复数磁导率；μ_{r} 为材料的磁导率；J_0、J_1 分别为 0 阶和 1 阶第一类贝塞尔函数；

r_1为圆导线半径；j为虚数单位；z为与集肤深度有关的系数。根据 Ollendorff 公式的推导，利兹线的复数磁导率可表示为：

$$\mu' = \mu_0\left(1+\frac{2\beta(\mu_r'-1)}{2+(1-\beta)(\mu_r'-1)}\right) \tag{16}$$

式中：μ'为利兹线的复数磁导率。图 5 为经均质化等效后的圆导线和利兹线绕组绕制的高频变压器磁芯窗口的磁场对比图，可以看出二者的磁场分布与磁场数值大小差异较小，将利兹线均质化等效的方法准确性较高，且等效后可减小建模和计算的复杂程度，有利于绕组损耗的快速计算。

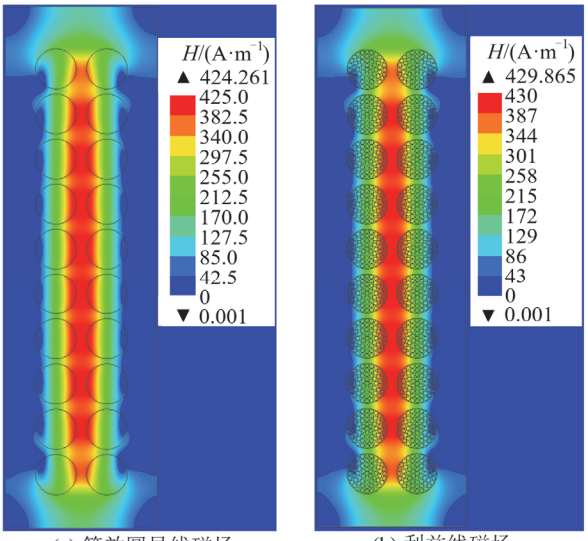
2.3 镜像法计算磁场原理

恒定磁场的求解问题可以转化为在给定条件下求解泊松方程或拉普拉斯方程的问题。基于磁场问题的唯一性原理，利用镜像法可以解决部分磁场问题。具体来说，只要原电流与镜像电流的叠加结果满足边界条件和衔接条件，该磁场解即为唯一解。

对于如图6(a)所示的2种介质的磁场求解问题，相应的边界方程为：

$$\begin{cases}\nabla^2 \boldsymbol{A}_1 = \boldsymbol{0}\\ \nabla^2 \boldsymbol{A}_2 = \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{A}_1 = \boldsymbol{A}_2\\ \mu_1\dfrac{\partial \boldsymbol{A}_1}{\partial n} = \mu_2\dfrac{\partial \boldsymbol{A}_2}{\partial n}\end{cases} \tag{17}$$

式中：$\boldsymbol{A}_1$为介质 1 中无电流处的磁矢位；$\boldsymbol{A}_2$为介质 2 中无电流处的磁矢位；μ_1为介质 1 的磁导率；μ_2为介质 2 的磁导率。

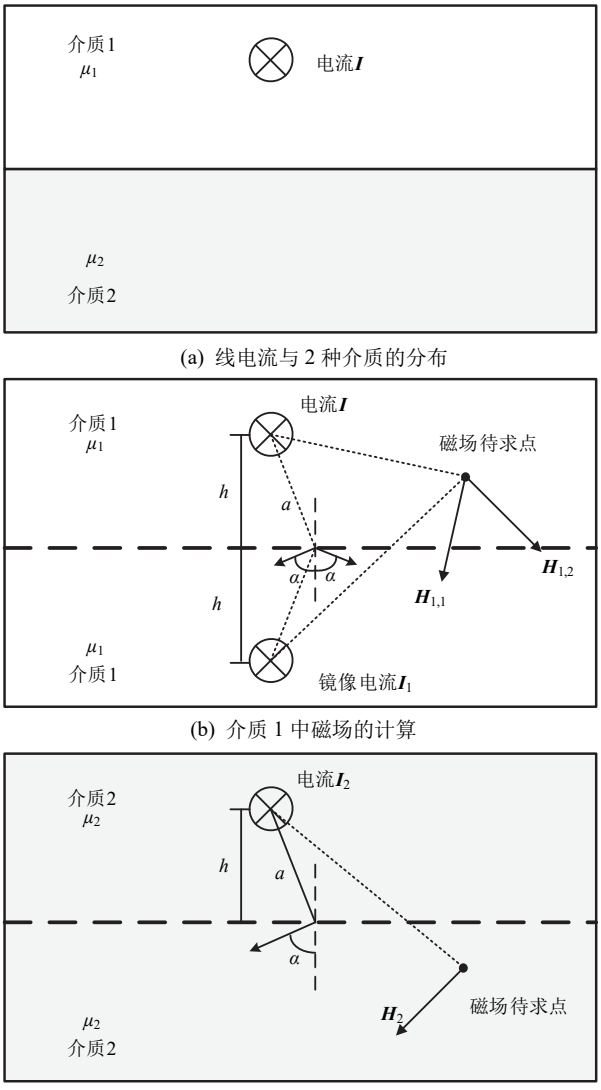


(a) 等效圆导线磁场　(b) 利兹线磁场

图 5　利兹线等效前后磁场大小与分布对比

Fig.5　Comparison of magnetic field magnitude and distribution before and after Litz wire equivalence

在对介质 1 中的磁场进行求解时，可假设将整个待求解区域都由介质 1 填充，介质中的磁场由原电流$\boldsymbol{I}$和镜像电流$\boldsymbol{I}_1$共同产生，如图 6(b)所示；在求解介质 2 中的磁场时，可假设整个待求解区域均由介质 2 填充，磁场由电流$\boldsymbol{I}_2$产生，如图 6(c)所示。这样设置既可使 2 种介质区域所需满足的边界方程均不改变，又可以将问题转化为单一介质的磁场求解问题。根据磁场问题的唯一性，只需要在 2 种介质的分界面上满足衔接条件，即可实现对问题的等效计算。图 6 中，角度α表示电流在分界面某点产生的磁场与分界面垂直线之间的夹角；a表示分界面上该点与电流源之间的距离；$\boldsymbol{H}_{1,1}$和$\boldsymbol{H}_{1,2}$分别为电流$\boldsymbol{I}$和镜像电流$\boldsymbol{I}_1$在磁场待求点产生的磁场；



(a) 线电流与 2 种介质的分布

(b) 介质 1 中磁场的计算

(c) 介质 2 中磁场的计算

图 6　镜像法 2 种介质中磁场计算原理

Fig.6　Principle of magnetic field calculation in two medium by the mirror method

$\boldsymbol{H}_2$ 为电流 $\boldsymbol{I}_2$ 在磁场待求点产生的磁场；h 为线电流距离介质分界面的距离。

2 种介质分界面的衔接条件为：在分界面上不存在电流时磁场强度的切向分量连续，磁感应强度的法向分量连续，即：

$$\begin{cases} \dfrac{I}{2\pi a}\sin\alpha-\dfrac{I_1}{2\pi a}\sin\alpha=\dfrac{I_2}{2\pi a}\sin\alpha \\ \mu_1\dfrac{I}{2\pi a}\cos\alpha+\mu_1\dfrac{I_1}{2\pi a}\cos\alpha=\mu_2\dfrac{I_2}{2\pi a}\cos\alpha \end{cases} \tag{18}$$

式中：I 为原电流的大小；I_1 为介质 1 中镜像电流的大小；I_2 为介质 2 中电流的大小。

边界条件不变，根据衔接条件求得电流 I_1 和 I_2 的数值，即可实现镜像法对所求点磁场大小的求解。根据式(18)可求得 2 电流的大小为：

$$\begin{cases} I_1=\dfrac{\mu_2-\mu_1}{\mu_2+\mu_1}I \\ I_2=\dfrac{2\mu_1}{\mu_2+\mu_1}I \end{cases} \tag{19}$$

根据式(19)所得的电流大小，将相应的电流设置于如图 6 所示的位置，即可在边界条件方程不变的情况下求解 2 种介质中的磁场。

2.4 基于镜像法提取外磁场

以往的文献中一般采用有限元法来提取磁芯窗口的磁场分布，但是该方法难以集成到解析法计算过程以及变压器整体优化设计中。也就是说，如果采用解析计算方法计算集肤损耗和邻近损耗，需要将有限元或其他方法提取的外部磁场的数据导入其中才能够进行计算。如果绕组结构和参数做出改变，则必须在有限元中重新建模和计算磁场，然后将结果重新导入解析方法计算流程中，计算过程过于繁琐，难以实现高效的优化流程。

因此，本文采用镜像法的方式对外磁场进行提取，镜像计算外磁场的方法与解析计算绕组损耗均在 MATLAB 中实现，可以更好地进行数据处理与结构优化，一定程度上简化了计算和优化流程。在高频变压器磁芯窗口中，计算磁场时需要考虑磁芯与空气的边界问题；镜像法是一种间接解决边界问题的方法，它可以采用多层镜像导体代替边界磁化电流，通过分别求解出原导体产生的磁场和镜像导体产生的磁场，然后将二者叠加得出总磁场。这样一来，就无需再额外求解边界条件相关的方程，使计算更加简便快速[20]。图 7 为原导体和镜像导体的排布设置。

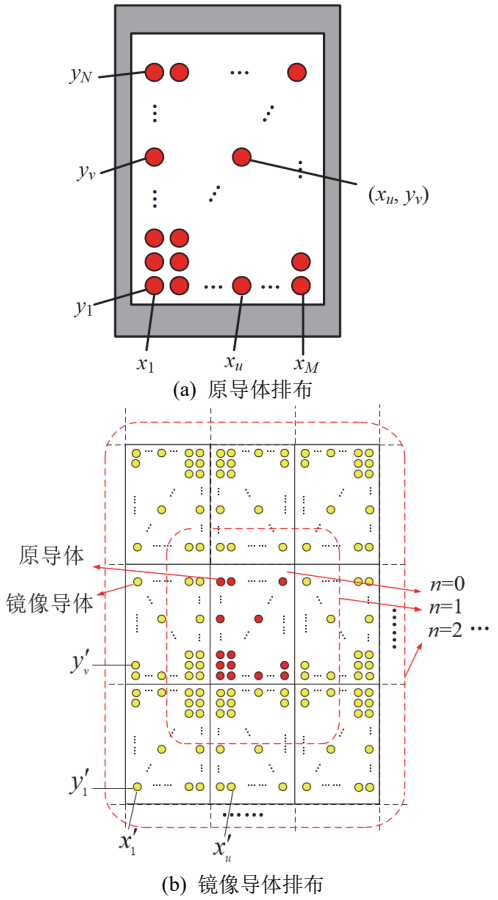


图 7 镜像法导体排布示意图

Fig.7 Schematic of conductor arrangement by mirror method

假设横向排布原导体的总数为 M；纵向排布原导体的总数为 N；横向排布镜像导体的总数为 M'；纵向排布镜像导体的总数为 N'。对于原导体产生磁场的计算，使用毕奥-萨伐尔定律进行求解。在磁芯窗口内坐标为 (x_u, y_v) 的导体，其受到原导体产生的磁场在 x、y 轴上的分量为：

$$H_{x\text{-ori}}=\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}\frac{-I_{i,j}(y_j-y_v)}{2\pi((x_i-x_u)^2+(y_j-y_v)^2)} \tag{20}$$

$$H_{y\text{-ori}}=\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}\frac{I_{i,j}(x_i-x_u)}{2\pi((x_i-x_u)^2+(y_j-y_v)^2)} \tag{21}$$

式中：x_i 为原导体的横坐标；y_j 为原导体的纵坐标；$I_{i,j}$ 为坐标为 (x_i, y_j) 的原导体中流过的电流大小。

除原导体产生的磁场以外，还需计算镜像导体产生的磁场。在计算镜像磁场时，需对其乘以加权系数 ε，其计算式为：

$$\varepsilon=\left(\frac{\mu_r-1}{\mu_r+1}\right)^n \tag{22}$$

式中：n 为镜像层数。如图 7 所示，中心原导体周围产生的第 1 圈镜像导体为第 1 层镜像，该层导体的加权系数中 $n=1$；第 2 圈导体为第 2 层镜像，加

权系数中 $n=2$，以此类推。则镜像磁场在磁芯窗口内坐标为 (x'_u,y'_v) 的导体处产生的磁场在 x 、y 轴上的分量分别为：

$$H_{x\text{-mir}}=\sum_{i=1}^{M'}\sum_{j=1}^{N'}\frac{-\varepsilon I'_{i,j}(y'_j-y'_v)}{2\pi((x'_i-x'_u)^2+(y'_j-y'_v)^2)},\quad x'_i\neq x_i,y'_j\neq y_j \tag{23}$$

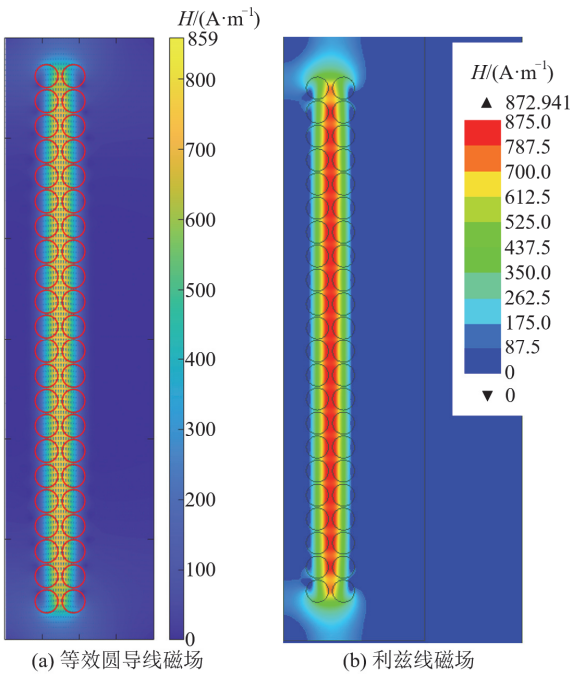
$$H_{y\text{-mir}}=\sum_{i=1}^{M'}\sum_{j=1}^{N'}\frac{\varepsilon I'_{i,j}(x'_i-x'_u)}{2\pi((x'_i-x'_u)^2+(y'_j-y'_v)^2)},\quad x'_i\neq x_i,y'_j\neq y_j \tag{24}$$

式中：x'_i 为镜像导体的横坐标；y'_j 为镜像导体的纵坐标；$I'_{i,j}$ 为坐标为 (x'_i,y'_j) 的镜像导体中所流过的电流大小。

根据式(20)—式(24)，将原磁场和镜像磁场相加即可得出磁芯窗口的总磁场：

$$H_{\text{ext}}=\sqrt{(H^2_{x\text{-ori}}+H^2_{x\text{-mir}})+(H^2_{y\text{-ori}}+H^2_{x\text{-mir}})} \tag{25}$$

图 8 为一个 22 匝的 1:1 高频变压器分别用镜像法和 FEM 2 种方法计算出的磁芯内窗口磁场分布。将该图中 2 种方法计算得出的结果进行对比可以看出，2 种方法得出的磁场基本一致，验证了本文使用镜像法提取外磁场方法的可行性。



(a) 等效圆导线磁场　　(b) 利兹线磁场

图 8　镜像法和 FEM 磁场对比

Fig.8　Comparison of magnetic field of mirror method and FEM

3　利兹线扭转结构分析

3.1　考虑利兹线扭转结构计算模型

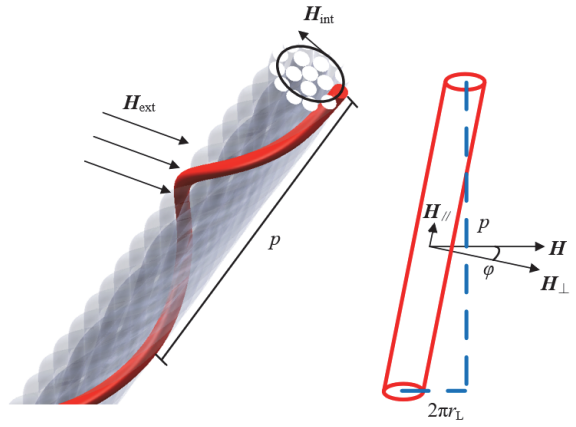
传统的 Tourkhani 解析计算模型是将利兹线等效为实心圆导线，然后根据解析计算式求解出磁芯窗口磁场以及做相应的公式推导与计算得出绕组损耗，并未考虑利兹线特有的三维扭转结构，忽略了利兹线扭转对临近损耗的削弱，其计算结果存在一定的误差。

对此引入了利兹股线相对于束线的扭转倾角 φ，以此表征线束扭转。如图 9(a)所示，以利兹线中某一股线为例，将股线展开可得出扭转倾角，然后根据图 9(b)所示将磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 分解为垂直和平行于股线的 2 部分，这种处理方式既可以考虑线束扭转，也可以避免扭转坐标系的复杂解决方式。

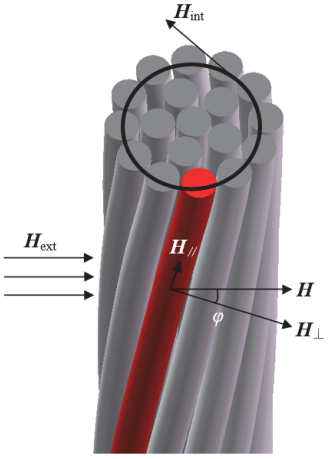
图 9 中，p 表示利兹线的节距，即利兹线完全实现一次绞合扭转的纵向距离；$\boldsymbol{H}_{\perp}$ 为磁场垂直于股线的分量；$\boldsymbol{H}_{/\!/}$ 为磁场平行于股线的分量；扭转角度的计算式为：

$$\varphi=\arctan\left(\frac{2\pi r_{\text{L}}}{p}\right) \tag{26}$$

在前文中已经列出了内部磁场和外部磁场的计算式，二者的矢量和为导体在磁芯窗口受到的



(a) 单根股线展开示意图



(b) 股线磁场分解示意图

图 9　利兹线扭转倾角示意图

Fig.9　Schematic of Litz wire twisting inclination

总磁场强度 $\boldsymbol{H}$。为了考虑扭转对绕组损耗的影响，将磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 分成垂直于利兹股线和平行于利兹股线 2 部分计算，并分别乘以对应邻近损耗因子，以提高计算结果的准确性。

对于利兹线导体内部任意位置的股线，均有磁场垂直于股线的分量 $\boldsymbol{H}_{\perp}$ 和平行于股线的分量 $\boldsymbol{H}_{/\!/}$，二者的大小可以根据扭转角度与磁场的关系计算，即：

$$\begin{cases} H_{\perp} = H\cos\varphi \\ H_{/\!/} = H\sin\varphi \end{cases} \tag{27}$$

式中：H 为总磁场强度的大小；$H_{\perp}$为磁场垂直于股线分量的大小；$H_{/\!/}$为磁场平行于股线分量的大小。由于利兹线导体材料为线性介质，且 $H_{/\!/}$与 $H_{\perp}$之间存在正交性，因此利兹线股线的邻近效应损耗 P_{prox} 可以分解为：

$$P_{\text{prox}}=G_{\perp}H_{\perp}^2+G_{/\!/}H_{/\!/}^2 \tag{28}$$

式中：$G_{\perp}$为垂直股线分量的邻近效应系数；$G_{/\!/}$为平行股线分量的邻近效应系数，经文献[21]推导，二者的计算式分别为：

$$G_{\perp}=-\frac{2\sqrt{2}\pi\rho r_0}{\delta}\psi_2(\zeta) \tag{29}$$

$$G_{/\!/}=-\frac{\sqrt{2}\pi\rho r_0}{\delta}\psi_2(\zeta) \tag{30}$$

根据利兹线中集肤效应和邻近效应的正交关系以及上述推导，可得时变电磁场中利兹线内部股线涡流损耗 P_0 的计算式为：

$$P_0=P_{\text{skin}}+P_{\text{prox}}=\frac{I_0^2\rho}{2\sqrt{2}\pi\delta r_0}\psi_1(\zeta)-$$
$$\left(\frac{2\sqrt{2}\pi\rho r_0}{\delta}(H_{\text{ext},\perp}^2+H_{\text{int},\perp}^2)+\frac{\sqrt{2}\pi\rho r_0}{\delta}(H_{\text{ext},/\!/}^2+H_{\text{int},/\!/}^2)\right) \tag{31}$$

式中：P_{skin} 为集肤效应损耗；$H_{\text{ext},\perp}$、$H_{\text{int},\perp}$ 分别为外磁场、内磁场垂直于股线分量的大小；$H_{\text{ext},/\!/}$、$H_{\text{int},/\!/}$ 分别为外磁场、内磁场平行于股线分量的大小。因此，每一束利兹线的涡流损耗应为 N_0 根股线绕组损耗的总和 N_0P_0，可通过面积积分的方式代替股线损耗求和，最后得出磁芯窗口内单位长度利兹线的绕组损耗 P 的计算式为：

$$P=P_{\text{skin}}+P_{\text{prox}}=$$
$$\frac{\sqrt{2}I^2\rho}{2\pi\delta N_0 d_0}\psi_1(\zeta)-\frac{\sqrt{2}I^2\rho\beta}{4\pi\delta d_0}(\cos^2\varphi+1)\psi_2(\zeta)-$$
$$\frac{\sqrt{2}\rho H_{\text{ext}}^2\beta r_{\text{L}}^2}{2\delta r_0}(\pi\cos^2\varphi+3\pi)\psi_2(\zeta) \tag{32}$$

单位长度利兹线的交流电阻 R_{ac} 的计算式为：

$$R_{\text{ac}}=\frac{2P}{I^2}=\frac{\sqrt{2}\rho}{\pi\delta N_0 d_0}\psi_1(\zeta)-\frac{\sqrt{2}\rho\beta}{2\pi\delta d_0}(\cos^2\varphi+1)\psi_2(\zeta)-$$
$$\frac{\sqrt{2}\rho H_{\text{ext}}^2\beta r_{\text{L}}^2}{I^2\delta r_0}(\pi\cos^2\varphi+3\pi)\psi_2(\zeta) \tag{33}$$

3.2 利兹线扭转程度对股线集肤效应的影响

根据文献[14]所述，随着利兹线扭转程度的增加，其内部股线的集肤效应也会随之增加；但二维有限元分析中并不能反映这一现象，因此本文分别建立并分析了二维和三维利兹线模型截面电流分布以验证该结论。

图 10(a)为二维有限元模型；图 10(b)为节距 p =100 mm 时的三维有限元模型；图 10(c)为节距 p =20 mm时的三维有限元模型。其中股线半径 r_{g} 均为 1 mm，每股线电流大小 I_{g} 均为 1 A，运行频率 f =100 kHz。

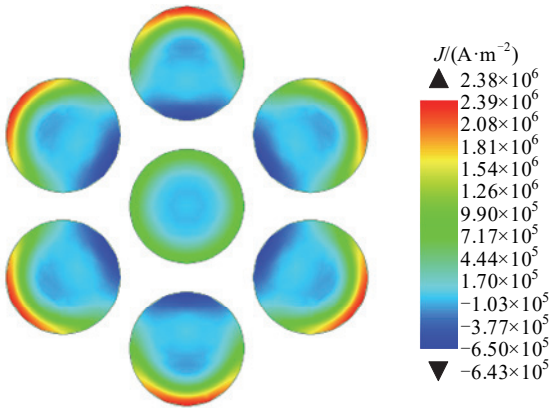
对比图 10 的 3 个仿真图可知，图 10(c)的三维有限元模型中每股线的表面有明显集肤效应，相比之下图 10(b)的三维模型与图 10(a)的二维模型的集肤效应稍弱；由仿真结果可知，扭转程度增加会导致股级集肤效应的增加。

4 实验验证

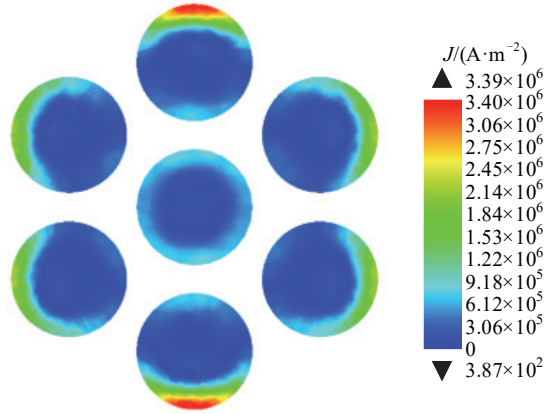
为了验证本文提出的计算方法的准确性，采用 0.1 mm×70 股和 0.1 mm×100 股 2 种不同规格的利兹线分别绕制了 2 台高频变压器样机。图 11 展示了壳式结构的 2 台样机，样机磁芯采用 EC4220 铁氧体。图 12 描述了样机的具体结构，样机结构参数如表 1 所示。

本实验使用 KEYSIGHT E4990 A 阻抗分析仪对绕组损耗进行测量。实验开始前先将变压器的二次侧绕组短路处理以消除磁芯损耗对测量结果的影响，然后将阻抗分析仪与变压器一次侧相连，测试频率范围为 20 Hz~1 MHz，获取绕组损耗的实验数据。在 MATLAB 中实现镜像法对外磁场的提取，并将提取到的磁场代入前文所提出的计算式中，得到本文方法的计算结果。除此之外，本文在 ANSYS Maxwell 2D 中建立了二维有限元模型，并对 Tourkhani 模型也进行了计算，结果数据对比如图 13 所示。

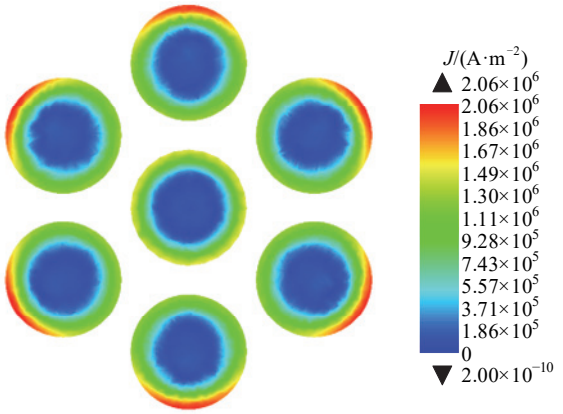
本文提出的基于镜像法提取磁场的解析计算模型针对 2 台变压器样机绕组损耗的平均预测误差分别为 8.18%和 7.85%，均在可接受范围之内。当



(a) 二维有限元模型



(b) p=100 mm时的三维有限元模型

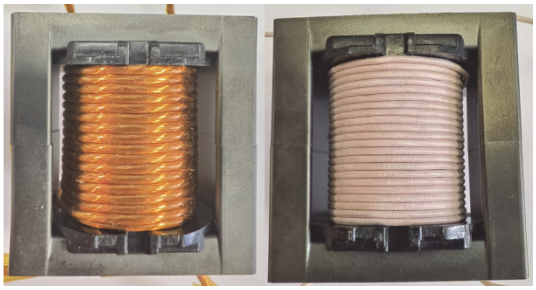


(c) p=200 mm时的三维有限元模型

图 10 利兹线二维模型与不同节距下的三维模型截面电流分布对比(r_g=1 mm, I_g=1 A, f=100 kHz)

Fig.10 Comparison of the current distribution in cross-sections of the 2-D model and 3-D models under different pitches of Litz wire(r_g=1 mm, I_g=1 A, f=100 kHz)

频率范围为 20 Hz~40 kHz 时，集肤效应和邻近效应产生的损耗尚不明显，此时的交流电阻大小近似于直流电阻；当频率范围为 40~300 kHz 时，高频涡流效应逐渐显著，集肤效应损耗和内邻近损耗逐渐增加；当频率大于 300 kHz 时，交流电阻快速增加，外邻近损耗开始增大，传统 Tourkhani 计算模型误差急剧增大，但本文提出的计算方法仍保持较高的精度。



(a) 样机 I (b) 样机 II

图 11 高频变压器样机

Fig.11 Prototype of high-frequency transformer

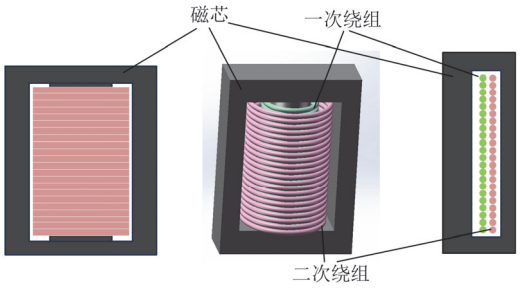


图 12 样机具体结构

Fig.12 Specific structure of prototype

表 1 2 台样机主要参数

Table 1 Main parameters of two prototypes

参数	样机I数据	样机II数据
股半径/mm	0.10	0.10
利兹线半径/mm	0.57	0.70
股数	70	100
节距/mm	50	50
匝数比	22:22	17:17
绕组高度/mm	27.00	25.80

由文献[14]结论以及图 10 的仿真结果可知，随着扭转程度的增加，股线水平下的集肤效应逐渐增加，这就意味着不仅在束线外侧会产生强迫循环电流，在股线外侧也会产生强迫循环电流。因此，利兹线的交流电阻也会随之增加。然而二维有限元模型无法表征并计算该现象造成的附加损耗，因此其计算值相比实际测量结果偏小。

5 结论

1）绕组端部磁场存在横向分量，一维磁场模型会造成较大的计算误差。本文引入了镜像法提取导体受到的外磁场，解决了端部效应的表征问题。

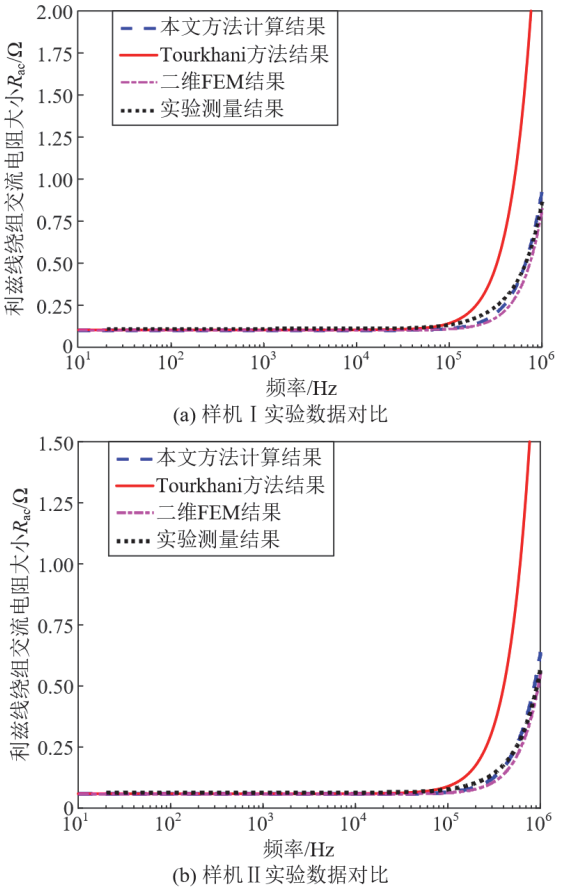


图 13 利兹线交流电阻仿真与实验结果

Fig.13 Simulation and experimental results of AC resistance of Litz wire

2）本文将利兹线所受总磁场分为平行于股线和垂直于股线 2 个分量分别计算，将线束扭转用磁场分解的方式间接表征，提高了计算的准确性。

3）基于以上方法，本文提出了适用于宽频范围的解析计算模型，并且通过实验验证了所提计算模型的准确性。整个计算程序均在 MATLAB 中实现，避免了复杂的多软件计算求解，适用于高频变压器优化设计中的快速迭代要求。

参考文献 References

[1] 傅明利，王威望，赵小军，等. 大功率高频变压器关键技术与发展趋势[J]. 高电压技术，2024，50(10)：4377-4387.
FU Mingli, WANG Weiwang, ZHAO Xiaojun, et al. Key issues and development prospects in high power high-frequency transformer[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(10): 4377-4387.

[2] 赵志刚，刘朝阳，贾慧杰，等. 圆形利兹线绕组高频损耗三维快速计算模型[J]. 中国电机工程学报，2024，44(19)：7901-7910.
ZHAO Zhigang, LIU Zhaoyang, JIA Huijie, et al. Fast three-dimensional calculation mode for high frequency loss of circular Litz-wire windings[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(19): 7901-7910.

[3] 赵小军，窦富城，徐永生，等. 基于 Sablik-Preisach 模型的非晶合金磁滞与磁致伸缩特性模拟方法[J]. 高电压技术，2024，50(10)：4407-4418.
ZHAO Xiaojun, DOU Fucheng, XU Yongsheng, et al. Simulation of hysteresis and magnetostriction properties of amorphous alloys based on Sablik-Preisach model[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(10): 4407-4418.

[4] ZHANG K, CHEN W, CAO X P, et al. Accurate calculation and sensitivity analysis of leakage inductance of high-frequency transformer with litz wire winding[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020, 35(4): 3951-3962.

[5] LIU Z Y, ZHU J G, ZHU L H. Accurate calculation of eddy current loss in Litz-wired high-frequency transformer windings[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2018, 54(11): 8401605.

[6] 李 元，林金山，邵先军，等. 基于等效媒质理论的高频变压器利兹线周期性结构均质化建模方法[J]. 高电压技术，2024，50(10)：4440-4449.
LI Yuan, LIN Jinshan, SHAO Xianjun, et al. Homogenization modelling method of high-frequency transformer Litz-wire with periodic structure based on equivalent media theory[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(10): 4440-4449.

[7] 张鹏宁，李朋阳，刘 泽，等. 圆形利兹线高频变压器双二维漏感解析计算模型[J]. 高电压技术，2025，51(1)：75-87.
ZHANG Pengning, LI Pengyang, LIU Ze, et al. Double two-dimensional leakage inductance analytical calculation model of round Litz-wire high frequency transformer[J]. High Voltage Engineering, 2025, 51(1): 75-87.

[8] LI X, LI Y J, WAN Z Y. Semianalytical calculation model for winding loss of Litz-wire in high-frequency transformer[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2024, 39(12): 15481-15492.

[9] 张 珂，曹小鹏，乔光尧，等. 高频变压器绕组损耗解析计算分析[J]. 中国电机工程学报，2019，39(18)：5536-5546.
ZHANG Ke, CAO Xiaopeng, QIAO Guangyao, et al. Analysis of winding loss calculation methods for high frequency transformers[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(18): 5536-5546.

[10] DOWELL P L. Effects of eddy currents in transformer windings[J]. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 1966, 113(8): 1387-1394.

[11] 王威望，罗宇靖，关子凌，等. 高功率密度中高频变压器绝缘与散热研究进展与展望[J]. 高电压技术，2024，50(10)：4388-4406.
WANG Weiwang, LUO Yujing, GUAN Ziling, et al. Research progress and technical prospect in insulation and heat dissipation of high power density medium-high frequency transformer[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(10): 4388-4406.

[12] TOURKHANI F, VIAROUGE P. Accurate analytical model of winding losses in round Litz wire windings[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2001, 37(1): 538-543.

[13] MARJAMÄKI A, TARHASAARI T, RASILO P. Utilizing helicoidal and translational symmetries together in 2-D models of twisted Litz-wire strand bundles[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2023, 59(5): 7400504.

[14] ACERO J, LOPE I, BURDÍO J M, et al. Loss analysis of multistranded twisted wires by using 3D-FEA simulation[C]//Proceedings of the 2014 IEEE 15th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics. Santander, Spain: IEEE, 2014: 1-6.

[15] LYU J H, CHEN H C, ZHANG Y, et al. Fast simulation of Litz-wire using multilevel PEEC method[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020, 35(12): 12612-12616.

[16] LUO T M, NIASAR M G, VAESSEN P. Fast 2.5-D loss calculation for

round Litz-wires[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2024, 60(3): 6300804.

[17] 陈　彬，沈辰轩，刘　洋，等. 高频变压器电磁场-结构力场-声场求解及特性分析[J]. 高电压技术，2024，50(10)：4459-4474.
CHEN Bin, SHEN Chenxuan, LIU Yang, et al. Solution and characteristic analysis of high-frequency transformer based on electromagnetic field-structural force field-acoustic field[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(10): 4459-4474.

[18] 陈　彬，陶　鑫，万妮娜，等. 非完全绞合利兹线的高频损耗特性分析与计算[J]. 高电压技术，2023，49(5)：2180-2193.
CHEN Bin, TAO Xin, WAN Ni'na, et al. Analysis and calculation of high-frequency loss of incompletely-twisted Litz-wire[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(5): 2180-2193.

[19] 赵志刚，王丽美，陈天缘，等. 基于等效复数磁导率的利兹线绕组损耗计算模型[J]. 电工技术学报，2024，39(4)：947-955.
ZHAO Zhigang, WANG Limei, CHEN Tianyuan, et al. Calculation model of winding loss of Litz-wire based on equivalent complex permeability[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2024, 39(4): 947-955.

[20] CHEN T Y, ZHAO Z G, SHEN Z, et al. Litz-wire winding loss calculation method for optimal design of high-frequency transformers[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2024, 12(2): 2027-2040.

[21] UMETANI K, ACERO J, SARNAGO H, et al. Simple fully analytical copper loss model of Litz-wire made of strands twisted in multiple levels[C]//Proceedings of 2019 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition. Anaheim, USA: IEEE, 2019: 1257-1264.



赵志刚
1981—，男，博士，教授，博导
研究方向为电工磁材料磁性能模拟与工程电磁场数值仿真及应用
E-mail: zhaozhigang@hebut.edu.cn

ZHAO Zhigang
Ph.D., Professor



张子洁(通信作者)
2002—，男，硕士生
研究方向为电工磁材料磁性能模拟与工程电磁场数值仿真及应用
E-mail: 1329398145@qq.com

ZHANG Zijie
Corresponding author

收稿日期　2025-03-26　在线出版日期　2025-06-11　　编辑　程子丰