第 52 卷 第 4 期：1642-1653 高电压技术 Vol.52, No.4: 1642-1653
2026 年 4 月 30 日 High Voltage Engineering April 30, 2026
DOI: 10.13336/j.1003-6520.hve.20250825

考虑静态电压安全边界松弛的受端电网运行充裕性提升方法

刘宝柱[1]，李泽锴[1]，胡俊杰[1]，郁　琛[2,3]，李　威[2,3]
（1. 华北电力大学电气与电子工程学院，北京 102206；2. 国网电力科学研究院有限公司，南京 211100；
3. 国电南瑞科技股份有限公司，南京 211106）

摘　要：随着电网源侧出力波动变大、荷侧电力需求不断增长，静态电压安全边界成为限制负荷增加且导致充裕性不足的主要因素，为了提高系统充裕性，避免失负荷，该文提出了一种考虑静态电压安全边界松弛的充裕性提升方法。首先，使用连续潮流法(continuation power flow，CPF)进行静态稳定裕度分析刻画静态电压安全边界与极限边界，并根据所得剩余负荷裕度作为充裕性指标判别关键电压节点进行选择性安全边界松弛；其次，通过计算松弛后由于负荷的不确定性波动导致电压突破极限边界的概率和采取预防控制措施求解得到电压恢复最小成本的乘积来刻画安全边界松弛风险；然后，使用灵敏度分析方法确定各节点可承载负荷增量，逐步搜索计算松弛后的充裕性提升收益和风险成本，得到总收益最大时对应的最佳电压安全边界松弛程度；最后，以 IEEE39 节点系统进行仿真分析，算例结果验证了所提方法的有效性。

关键词：静态电压稳定；运行充裕性；边界松弛；灵敏度分析；最优潮流

Receiving Power System Operation Adequacy Enhancement Method Considering Relaxation of Static Voltage Security Boundary

LIU Baozhu[1], LI Zekai[1], HU Junjie[1], YU Chen[2,3], LI Wei[2,3]
(1. School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China; 2. State Grid Electric Power Research Institute, Nanjing 211100, China; 3. NARI Technology Co., Ltd., Nanjing 211106, China)

Abstract: With the increase of power output fluctuation on the source side and the continuous increase of power demands on the load side, the static voltage security boundary becomes the main factor of limiting the increase of loads and leading to insufficient adequacy. In order to improve the system adequacy and avoid load loss, this paper proposes an adequacy enhancement method that considers the relaxation of the static voltage security boundary. Firstly, the Continuation Power Flow (CPF) method is used for static stability margin analysis to describe the static voltage security boundary and limit boundary; meanwhile, according to the obtained residual load margin as the sufficiency index, the critical voltage nodes are identified for selective security boundary relaxation. Secondly, the risk of security boundary relaxation is described by calculating the probability of voltage breaking the limit boundary due to load uncertainty fluctuation after relaxation and taking preventive control measures to solve the product of the minimum cost of voltage recovery. Finally, the IEEE39-node system is used for simulation analysis, and the results of the numerical example verify the effectiveness of the proposed method.

Key words: static voltage stabilization; operational adequacy; boundary relaxation; sensitivity analysis; optimal power flow

0　引言

新型电力系统规模不断扩大，结构日渐复杂，加之源荷储的随机波动，使得系统不确定因素增加，运行工况千变万化。电力需求的不断增长，常常导致电压运行濒临甚至突破安全边界[1]，由于负荷侧静态电压稳定性不足引起的重大停电事故时有发生[2]，此外，电力系统的静态稳定性评估中留有一定的裕度，在正常运行时保证了系统的安全稳定，但在充裕性不足时成为限制负荷增加的界限。因此，

基金资助项目：江苏省自然科学基金(BK20232026)。
Project supported by Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20232026).

进行静态电压稳定性分析，松弛静态电压安全边界对提升系统充裕性具有重大意义。

电力系统充裕性[3]是指系统满足用户对功率和电量需求的能力的同时，还具备应对突发事件和计划外负荷增长的能力，其中，充裕性按照能力保障的指向和目的不同可分为发电充裕性和输电充裕性两部分，前者包括装机容量充裕性和运行中的调度备用充裕性，后者指输电设备满足电力需求的静态和动态输送能力，与输电稳定性密切相关。对于突发事件或计划外负荷增长导致的系统充裕性不足问题，文献[4]考虑风光储联合系统的季节波动特性，以平衡充裕性为目标建立双层模型，制定了不同时段的能量分配方法；文献[5]通过主从博弈模型优化直流输电计划进行机组组合和经济调度，同时促进送受端之间充裕性和灵活性在时空上的供需均衡；文献[6-8]基于充裕性随机评估模型，对于突发性事件提出实时快速的源荷储多元资源重新调度方法。现有充裕性提升方法多为源荷储之间的协同调度，少有从安全性约束出发考虑，而电力系统中的电压、传输功率和功角等安全约束往往成为限制充裕性的因素，本文从静态电压安全角度出发，松弛边界以提升充裕性，对于部分短期充裕性不足事件，安全边界的松弛成本低且调节速度快。

我国《电力系统安全稳定导则》中将电力系统的电压稳定性定义为电力系统在遭受小的或大的干扰后，系统电压能够保持或恢复到允许的范围内，不发生电压崩溃的能力，对于电压安全边界导致的充裕性问题，目前，静态电压稳定分析的主要内容包括静态电压稳定裕度计算[9]和安全域边界构建[10]，分析方法主要有连续潮流法、潮流雅可比矩阵法和域边界距离法[11-12]，一般情况下，电力系统运行时要求保留一定的静态稳定储备，以应对突发事件或计划外负荷增长造成的电压问题，然而，严格的储备系数约束又会成为导致充裕性不足的边界。对于电力系统中严格的边界约束，文献[13]引入柔性系数，将传统问题中的刚性约束采用柔性化方法表示，对发电机出力、电压水平和潮流进行松弛，在尽可能满足系统运行安全性的前提下，以极小的约束越限最大程度地提高电网运行效率；文献[14]将耦合变量一致性约束采用增广拉格朗日罚函数的形式进行松弛处理并分别添加到输电网恢复和配电网恢复子问题目标函数中；文献[15-16]规划模型中考虑机会约束，允许所做决策在某一概率下不满足约束条件，并通过引入松弛因子对约束边界进行修改。上述方法未明确松弛因子的确定方法且未定义松弛范围，松弛风险无法准确量化，松弛后没有明确的安全约束，在优化调度过程中难以准确控制松弛程度，易过度松弛引发系统安全问题。可见松弛静态电压安全边界在保证系统稳定的前提下牺牲部分安全性，提升充裕性的同时带来了一定风险，而有效刻画松弛风险是边界松弛的关键。

因此，本文受静态电压稳定性分析和风险概念[17-18]启发，针对静态电压安全边界限制系统负荷增长、导致充裕性不足的安全充裕冲突场景，首先通过静态电压稳定裕度分析构建正常/非正常运行下的安全边界及松弛后的极限边界；其次通过充裕性指标识别关键节点，确定可松弛范围；然后考虑源荷波动的不确定性，抽样计算边界松弛后电压越过极限边界的概率，并对所得电压越极限边界场景进行预防控制，由此将某一负荷状态下的电压安全边界松弛风险描述为越极限边界概率和最小预防控制成本的乘积；最后使用灵敏度搜索法根据充裕性提升收益和松弛风险成本进行搜索优化，得到最佳边界松弛程度。以 IEEE39 节点系统测试并验证了所提方法的有效性。

1 受端电网运行安全性-充裕性协调框架

安全充裕冲突协调整体框架见图 1，对于静态

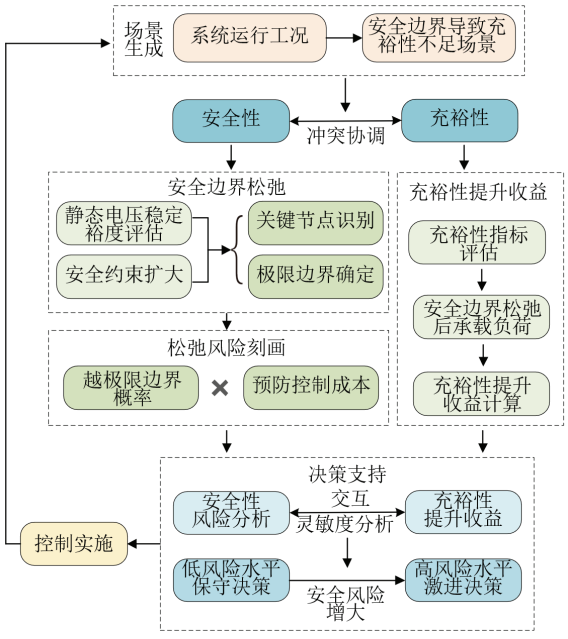


图 1 安全充裕协调框架

Fig.1 Framework for coordinating security and adequacy conflicts

电压安全边界限制负荷增长导致充裕性不足的系统运行场景，安全性分析中通过连续潮流法(continuation power flow，CPF)方法对该工况下的静态电压稳定裕度进行评估，扩大安全约束确定极限边界的同时识别充裕性不足的关键节点，在可松弛范围内允许负荷增长，进而通过负荷不确定性波动导致的越极限边界运行点概率和预防控制成本刻画松弛风险；充裕性分析中借由剩余负荷裕度指标对其进行评估，安全边界松弛后充裕性提升、负荷增长，计算充裕性提升收益。

使用灵敏度分析方法对安全性分析中的松弛风险和充裕性分析中的提升收益进行交互，负荷增长越少，松弛程度越小，越靠近安全边界，风险水平越低，决策越保守；相反负荷增长越多，松弛程度越大，越靠近极限边界，风险水平越高，决策越激进。通过安全边界松弛后安全性风险分析与充裕性提升收益之间的交互对比完成二者的冲突协调，对于不断变化的系统运行工况，控制实施决策后仍可借助此流程寻找解决不同充裕性事件的决策[19]。

2 基于 CPF 的安全/极限边界确定和关键节点识别

2.1 连续潮流法

连续潮流法是跟踪非线性代数方程组随参数变化的曲线的基本方法[20]。连续潮流使用连续方法跟踪负荷及发电机功率变化下的电力系统稳态行为，其主要原理如下。

对于一个含有 n 个节点的网络，CPF 的潮流方程可以表示为：

$$f(x,y,\lambda)=0 \tag{1}$$

式中：x 和 y 分别为系统的状态变量和节点注入功率；λ 表示在设定功率增长方向上的步长参数，该过程可以表示为：

$$\begin{cases} P_{\mathrm{L}i}(\lambda)=P_{\mathrm{L}i0}(1+\lambda k_{\mathrm{L}i}) \\ Q_{\mathrm{L}i}(\lambda)=Q_{\mathrm{L}i0}(1+\lambda k_{\mathrm{L}i}) \end{cases} \tag{2}$$

式中：$P_{\mathrm{L}i}$、$P_{\mathrm{L}i0}$、$Q_{\mathrm{L}i}$、$Q_{\mathrm{L}i0}$ 分别是等步长增长后和基态的节点有功功率和无功功率；$k_{\mathrm{L}i}$ 为设定的节点功率增长方向。

当 λ 选定时，CPF 将以基态为初始点，进行“预估—校正”[21]，其中预估环节通过切线法找出下一个解的近似值，并将该近似值作为校正步骤的初值，校正环节中通过求解增广潮流方程对初值进行校正，由此按照给定功率方向搜索位于 PV 曲线上的各点。PV 曲线的“拐点”即是对应功率增长方向上的鞍结分岔点(saddle node bifurcation, SNB)，此时对应电压表示该负荷节点的临界电压点，对应的 λ 为系统在功率增长方向 $k_{\mathrm{L}i}$ 的最大负荷裕度，不同功率增长方向下 PV 曲线和 SNB 点各不相同，CPF 能够有效追踪不同参数下的静态电压稳定裕度。

图 2 为不同节点的 CPF 预估—校正示意图，图中左侧为某区域电网接线示意图，包含发电机节点与负荷节点两种节点类型，正常运行节点有功无功负荷步长增加的 CPF 过程对应负荷节点 3 所示曲线，此时该节点有足够的负荷裕度，允许电压偏差下界值高于静态电压稳定裕度对应电压值；红色虚线框内为电网运行过程中电压安全边界限制充裕性的节点区域，其中负荷节点又分为两种类型：一种对应负荷节点 1，这类节点 CPF 过程也按照有功无功负荷步长增加，允许电压偏差下界值也高于静态电压稳定裕度对应电压值，不同的是负荷裕度不足，无法满足负荷增长需求；另一种对应负荷节点 2，这类节点对应配网中有充足的无功储备，日常运行时能够向主网节点输送无功功率，在进行 CPF 预估—校正时步长增加有功负荷而适当减少无功负荷，导致节点电压不降反增，允许电压偏差下界值低于静态电压稳定裕度对应电压值，负荷裕度同样不足。3 种曲线反应了电网运行中负荷节点不同状况的 3 种 CPF 结果。

2.2 正常/非正常运行状况下边界确定

电力系统正常运行与非正常运行状况下对静态电压稳定裕度及允许电压偏差要求不同，以应对

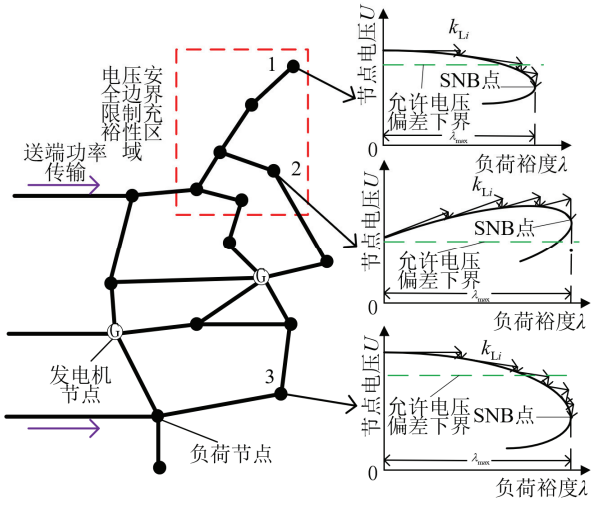


图 2 受端电网不同节点的 CPF 预估—校正过程

Fig.2 Prediction- correction process of CPF for different nodes of the receiving-end network

不同程度事件造成的电压问题，然而，充裕性不足事件会受到正常运行状况下安全边界的严格限制，要想松弛安全边界，就需要确定正常/非正常运行状况下的安全边界与极限边界范围[22]。

通过 CPF 可以得到当前系统状态下一定功率增长方向上各节点临界电压和负荷裕度情况，为了表示静态电压稳定裕度，本文使用电压判据计算的静态稳定储备系数 K_V 作为评估指标，如下所示：

$$K_V=\frac{U_z-U_c}{U_c}\times 100\% \tag{3}$$

式中：U_z 表示节点当前电压值；U_c 表示节点临界电压值即 SNB 点对应的临界电压值。

2.2.1 正常运行时安全边界确定

在正常运行方式下，K_V 应满足 10%~15%，本文在静态电压稳定分析中认为 $K_V\geq 15\%$ 时系统静态储备充足，电压稳定。

此外，2024 年公布并实施的《供电营业规则》中对于供电电压允许偏差有如下要求：在电力系统正常状况下，35 kV 及以上电压供电的，电压正、负偏差的绝对值之和不超过额定值的 10%，即本文认为正常运行时允许电压偏差为 0.95~1.05 pu。

因此，系统正常运行时为了维持静态电压稳定，保证电压安全，需要保持 15%的静态储备并将各节点电压值约束在 0.95~1.05 pu 以内，此时的静态储备和电压限值共同构成电压安全边界：

$$\begin{cases}K_V\geq 15\%\\ 0.95\leq U_i\leq 1.05\end{cases} \tag{4}$$

式中：U_i 表示节点 i 的电压值。如图 3(b)所示，三维空间中 ΔP 为节点有功功率增长量；ΔP_i、ΔP_j 分别为节点 i、j 的有功功率增长量。对图 3(b)中 AB 所在面进行剖面得到图 3(a)，SNB 点处静态储备系数为零，15%静态储备对应负荷裕度点为 N，0.95 pu 电压限值与 PV 曲线的交点对应负荷裕度点为 M，要想使得电压保持在安全边界内，取静态储备与电压限值的交集，则负荷增长不能超过点 M。

2.2.2 非正常运行时极限边界确定

在事故后运行方式和特殊运行方式下，K_V 不得低于 8%，认为 K_V<8%时系统电压不符合最低要求，当 8%≤K_V≤15%时认为静态储备系数不足，系统有失稳风险。

《供电营业规则》中规定：在电力系统非正常状况下，用户受端的电压最大允许偏差不应超过额定值的±10%，即本文认为非正常运行时允许电压偏差为 0.90~1.10 pu。

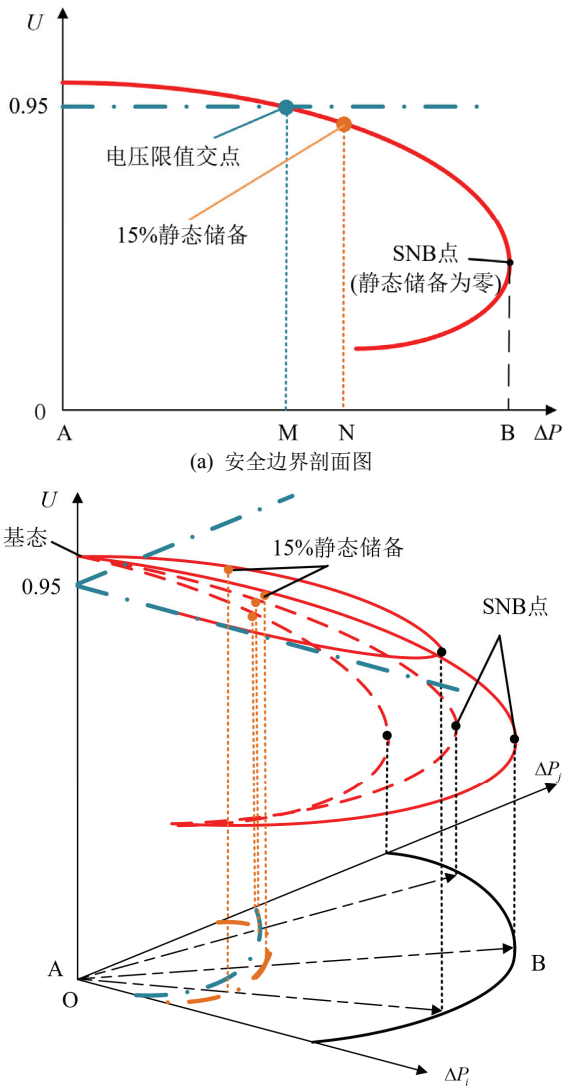


图 3 正常运行安全边界分析图

Fig.3 Normal operation safety boundary analysis diagram

因此，在正常运行条件下，当系统安全与充裕性发生冲突时，扩大约束进行电压安全边界松弛，在增加系统失稳风险的后果下能够有效提高充裕性，同时为了尽可能避免系统电压崩溃，需确保静态电压储备不低于 8%且允许电压偏差不应超过额定值的±10%，此时的静态储备和电压限值共同构成松弛后的电压极限边界：

$$\begin{cases}K_V\geq 8\%\\ 0.90\leq U_i\leq 1.10\end{cases} \tag{5}$$

如图 4 所示，假设系统中关键电压节点分别为 i、j，使用 CPF 分别在节点 i、j 有功功率注入空间内搜索静态电压稳定域(static voltage stability region, SVSR)边界，在经过两个节点不同功率增长方向的

搜索后发现：三维 PV 曲面上的 SNB 点对应二维 SVSR 的边界点，将所有边界点连接即可构成 SVSR 边界，根据 SNB 点临界电压值计算 8%静态储备所对应点，其在二维平面上投影点的连线即为 8%静态储备域，三维平面电压坐标轴上 0.90 对应平面与 PV 曲面交点在二维平面的投影即为电压值 0.90 pu 对应域，以上二者的交集即为松弛后的静态电压极限边界，同理，静态电压安全边界的刻画如图 5。安全边界和极限边界之间的区域即为可松弛范围。

2.3 影响区域充裕性的关键电压节点识别

当系统负荷增长，充裕性不足，静态电压安全边界成为限制因素时，部分节点的负荷需求较大，电压值率先濒临安全边界，在进行安全边界松弛时应优先考虑，根据充裕性指标的计算进行系统中关键节点电压的识别不仅能够降低大规模电力系统节点安全边界整体松弛的复杂程度，还能避免因个别节点负荷激增问题导致的误动作。

现有概率评估模型和确定裕度计算两种充裕性评估方法考虑约束不足，难以准确反映实际运行状况，本文结合连续潮流法给出节点充裕性指标：CPF 能够基于当前系统负荷状态计算各节点在某一指定功率增长方向上的最大负荷裕度，最大负荷裕度表示该节点在当前系统状态下到规定电压值能够继续容纳负荷增长的最大值。PV 曲线中横纵坐标所表征最大负荷裕度 $\lambda_i^{\max}$ 与静态稳定储备系数为正相关，单一节点剩余负荷裕度 $K_{\lambda i}$ 可表示为：

$$K_{\lambda i}=\lambda_i^{\max}\times 100\% \tag{6}$$

式中：$\lambda_i^{\max}$ 表示节点 i 最大负荷裕度。

此外，判别关键节点的电压边界应为静态电压安全边界，所以本文通过濒临安全边界的剩余负荷裕度 $K_{\lambda i}$ 作为充裕性指标，节点充裕性越小，剩余负荷裕度越少，节点电压越接近安全边界，当满足以下条件时，可认为该节点为关键节点：

$$\begin{cases}K_{\lambda i}\le 5\%\\ \lambda_i^{\max}\le \lambda_i^{\mathrm{n}}+\lambda_i^{\mathrm{ex}}\end{cases} \tag{7}$$

式中：λ_i^{n} 为节点 i 已增长负荷所对应裕度；λ_i^{ex} 为预期负荷裕度增量，即表示剩余负荷裕度不足或预期负荷裕度增量超过剩余负荷裕度的节点为关键节点。

3 静态电压安全边界松弛风险刻画

正常工况下，系统运行需要保证电压指标稳定在安全边界以内，然而，松弛后静态电压稳定裕度降低，加之负荷波动的不确定性，系统电压越过极限电压边界的风险增加，将此风险描述为安全边界松弛后电压越极限边界概率与越界后电压预防控制成本 C_n 的乘积，即：

$$C_{\mathrm{re}}=\sum_{n=1}^{K_{\mathrm{f}}}R_nC_n \tag{8}$$

式中：C_{re} 为松弛状态下根据风险刻画方法计算的风险成本；K_{f} 为样本中电压越界的负荷样本集合；n 为电压越界的样本号，R_n 为样本 n 在总样本中出现的概率。

3.1 考虑负荷波动的电压越极限边界概率计算

在安全边界松弛后的负荷状态下，未进行松弛的节点运行在安全边界内，如图 6，松弛后节点运行在安全边界外，考虑到系统各节点负荷波动的不

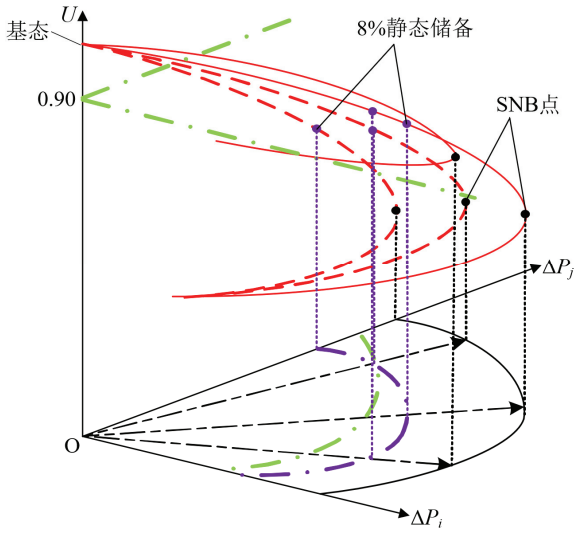


图 4 非正常运行极限边界三维分析图

Fig.4 Three-dimensional analysis diagram of abnormal operation limit boundary

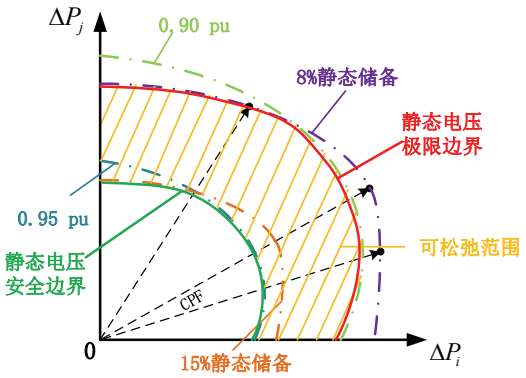


图 5 正常/非正常运行状况下边界平面分析图

Fig.5 Boundary plane analysis diagram under normal/abnormal operating conditions

确定性，若松弛运行点濒临静态电压极限边界，系统电压可能进一步降低导致突破极限边界，将此概率称为电压越极限边界概率。

本文使用高斯分布描述负荷的不确定性波动，其服从的概率密度函数如下所示：

$$f(X)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-(X-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \tag{9}$$

式中：X 为随机变量，可以为节点有功功率或无功功率；μ、σ 分别为随机变量的期望和标准差。

静态电压越极限边界概率的计算流程如下：

1）松弛静态电压安全边界状态下，判断负荷增长后的系统电压是否突破极限边界。

2）若未突破极限边界，由高斯分布抽样得到各节点负荷的波动情况，对于每次负荷波动抽样，重新计算最小静态储备系数判断静态电压失稳情况。

3）对于抽样所得导致系统电压越极限边界的负荷样本，记录此时系统负荷状态，由电压越界样本数和总样本数计算基态下负荷波动导致的电压越界概率。

3.2 越极限边界运行点的预防控制成本计算

安全边界松弛后，应避免由于负荷波动引起的电压进一步越界，对于上述高斯抽样中记录的系统负荷状态样本，通过预防控制对其电压进行恢复，如图 6，控制其从越极限边界运行点恢复到安全边界上，预防控制是指在电力系统运行中，通过采取一系列措施来防止系统出现不稳定、过载或其他故障情况，从而确保系统的安全和可靠性。预防控制的目标是提前识别潜在的风险，并在问题发生之前采取相应的措施进行调整和优化。

3.2.1 目标函数

对于负荷波动引起的静态电压越极限边界情况，通过控制发电机有功功率、无功功率以及系统中的可调资源进行电压预防控制，优化的目标函数为控制总成本最小，包括发电机有功功率、无功功率出力成本和可调资源调度成本：

$$\min C_n = C_{\mathrm{g}}^{\mathrm{P}} + C_{\mathrm{g}}^{\mathrm{Q}} + C_{\mathrm{l}}^{\mathrm{P}} \tag{10}$$

$$C_{\mathrm{g}}^{\mathrm{P}} = \sum_{i\in\Gamma_{\mathrm{G}}} (a_1\Delta P_{\mathrm{G}i}^2 + b_1\Delta P_{\mathrm{G}i} + c_1) \tag{11}$$

$$\begin{cases} C_{\mathrm{g}}^{\mathrm{Q}} = \sum\limits_{i\in\Gamma_{\mathrm{G}}} (a_2\Delta Q_{\mathrm{G}i} I(Q_{\mathrm{G}i})) \\ I(Q_{\mathrm{G}i}) = \begin{cases} 0, Q_{\mathrm{G}i} \le Q_{\mathrm{G}i}^{\mathrm{a}} \\ 1, Q_{\mathrm{G}i} > Q_{\mathrm{G}i}^{\mathrm{a}} \end{cases} \end{cases} \tag{12}$$

$$C_{\mathrm{l}}^{\mathrm{P}} = \sum_{i\in\Gamma_{\mathrm{P}}} a_3 P_i^{\mathrm{L}} \tag{13}$$

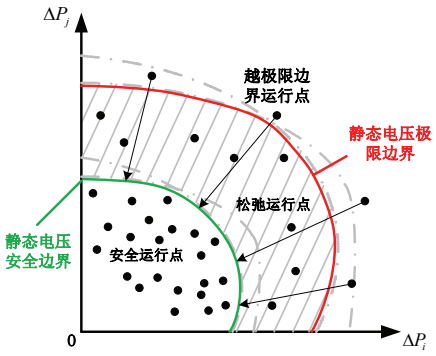


图 6 松弛后考虑负荷波动的运行点分布

Fig.6 The operating point distribution considering load fluctuation after relaxation

式中：$C_{\mathrm{g}}^{\mathrm{P}}$ 和 $C_{\mathrm{g}}^{\mathrm{Q}}$ 为发电机有功功率和无功功率的控制成本；$C_{\mathrm{l}}^{\mathrm{P}}$ 是可调资源的控制成本；$\Delta P_{\mathrm{G}i}$ 和 $\Delta Q_{\mathrm{G}i}$ 分别为第 i 台发电机的有功出力和无功出力调整量；P_i^{L} 为第 i 个可调资源节点的负荷调整量；Γ_{G} 和 Γ_{P} 分别表示系统中的发电机节点和负荷节点；a_1、a_2、a_3、b_1 和 c_1 为对应的成本系数。其中，在建立无功功率出力成本模型时，认为第 i 台发电机无功出力低于一定水平 $Q_{\mathrm{G}i}^{\mathrm{a}}$ 时不收取费用，高于设定值时进行收费[23]，$I(Q_{\mathrm{G}i})$既为与 $Q_{\mathrm{G}i}$ 和 $Q_{\mathrm{G}i}^{\mathrm{a}}$ 有关的逻辑函数，无功出力在设定值内 $I(Q_{\mathrm{G}i})$取 0，相反 $I(Q_{\mathrm{G}i})$取 1。

3.2.2 约束条件

1）潮流约束

系统在进行优化调度时，需满足电网潮流约束，本文为便于求解，采用二阶锥松弛[24](second-order cone relaxation，SOCR)后的潮流约束进行计算，如下式所示：

$$P_{\mathrm{G}i} - \left(P_{\mathrm{L}i} - P_i^{\mathrm{L}}\right) = \sum_{(i,j)\in\Gamma} P_{ij} - \sum_{(k,i)\in\Gamma} (P_{ki} - r_{ki}l_{ki}) \tag{14}$$

$$Q_{\mathrm{G}i} - \left(Q_{\mathrm{L}i} - Q_i^{\mathrm{L}}\right) = \sum_{(i,j)\in\Gamma} Q_{ij} - \sum_{(k,i)\in\Gamma} (Q_{ki} - x_{ki}l_{ki}) \tag{15}$$

$$U_j^2 = U_i^2 - 2(r_{ij}P_{ij} + x_{ij}Q_{ij}) + (r_{ij}^2 + x_{ij}^2)I_{ij}^2 \tag{16}$$

$$\left\| \begin{matrix} 2P_{ij} \\ 2Q_{ij} \\ I_{ij} - v_j \end{matrix} \right\|_2 \le I_{ij} + v_j \ , \forall ij \in \Gamma \tag{17}$$

式中：$P_{\mathrm{G}i}$ 和 $Q_{\mathrm{G}i}$ 分别为节点 i 的发电机有功功率和无功功率出力；$P_{\mathrm{L}i}$ 和 $Q_{\mathrm{L}i}$ 分别为节点 i 的有功负荷和无功负荷；P_{ij}、P_{ki}、Q_{ij} 和 Q_{ki} 分别为下标所对应节点之间线路上传输的有功功率和无功功率；Q_i^{L}

为第 i 个可调资源节点的无功负荷调整量；Γ 为所有节点的合集；r_{ki} 和 x_{ki} 分别表示对应线路的电阻和电抗；l_{ki} 为线路电流的平方；v_j 为节点电压的平方，式(17)即为等式松弛后的旋转二阶锥约束，$\|\cdot\|_2$ 表示 $\cdot$ 的二范数。

2）静态电压安全边界约束

松弛后一旦出现突破电压极限边界的情况，要求通过预防控制将系统各节点电压恢复到静态电压安全边界以内，即满足正常运行时静态稳定储备及允许电压偏差要求，如式(18)—(19)所示：

$$U_{\min}^{\mathrm{n}} \le U_j \le U_{\max}^{\mathrm{n}} \tag{18}$$

$$\frac{U_j - U_j^{\mathrm{c}}}{U_j^{\mathrm{c}}} \times 100\% \ge 15\% \tag{19}$$

式中：U_j 表示节点 j 的实际电压值；$U_{\min}^{\mathrm{n}}$ 和 $U_{\max}^{\mathrm{n}}$ 分别为系统允许电压偏差的下限值和上限值，正常运行时取 0.95 和 1.05；U_j^{c} 表示节点 j 的临界电压值，正常运行情况下要求静态稳定储备系数不小于 15%。

3）发电机出力约束

发电机有功和无功出力约束如下式所示：

$$\begin{cases} 0 \le P_{\mathrm{G}i} \le P_{\mathrm{G}i}^{\max}, & i \in \Gamma_{\mathrm{G}} \\ 0 \le Q_{\mathrm{G}i} \le Q_{\mathrm{G}i}^{\max}, & i \in \Gamma_{\mathrm{G}} \end{cases} \tag{20}$$

式中：$P_{\mathrm{G}i}^{\max}$ 和 $Q_{\mathrm{G}i}^{\max}$ 分别为第 i 台发电机的有功功率出力上限和无功功率出力上限。

4）可调资源运行约束

电力系统中的可调资源在调节系统供需平衡时发挥着重要作用，通常包括具有一定灵活性和可调度性的负荷及双向调节电能(充/放电)的储能系统，通过提前签约等方式参与系统调度时，需满足一定的运行约束，如式(21)—(24)所示：

$$\begin{cases} P_{i\min}^{\mathrm{L}} \le P_i^{\mathrm{L}} \le P_{i\max}^{\mathrm{L}}, & i \in \Gamma_{\mathrm{P}} \\ Q_{i\min}^{\mathrm{L}} \le Q_i^{\mathrm{L}} \le Q_{i\max}^{\mathrm{L}}, & i \in \Gamma_{\mathrm{P}} \end{cases} \tag{21}$$

$$S_t = S_{t-1}(1-\theta_i) + (u_{\mathrm{sc},t}\varphi_{\mathrm{sc},t}P_{\mathrm{sc},t} - u_{\mathrm{sd},t}\frac{P_{\mathrm{sd},t}}{\varphi_{\mathrm{sd},t}})\Delta t \tag{22}$$

$$u_{\mathrm{sc},t} + u_{\mathrm{sd},t} \le 1 \tag{23}$$

$$S_{t,\min} \le S_t \le S_{t,\max} \tag{24}$$

式中：$P_{i\min}^{\mathrm{L}}$ 和 $P_{i\max}^{\mathrm{L}}$ 分别为节点 i 处可调资源有功功率的上下限；$Q_{i\min}^{\mathrm{L}}$ 和 $Q_{i\max}^{\mathrm{L}}$ 分别为节点 i 处可调资源无功功率的上下限；S_t 为 t 时刻的储电量；θ_i 为自损率；$\varphi_{\mathrm{sc},t}$ 和 $\varphi_{\mathrm{sd},t}$ 分别为 t 时刻的充电效率和放电效率；$u_{\mathrm{sc},t}$ 和 $u_{\mathrm{sd},t}$ 分别为 t 时刻的充放电状态；$P_{\mathrm{sc},t}$ 和 $P_{\mathrm{sd},t}$ 为 t 时刻的储能充放电功率；$S_{t,\min}$ 和 $S_{t,\max}$ 为 t 时刻的容量上下限。

所记录样本中每种样本预防控制所得成本与对应样本概率的乘积之和即为电压安全边界松弛风险成本。

4 计及松弛风险的充裕性提升方法

4.1 边界松弛风险与充裕性提升收益交互模型

为了承载更多因电压安全边界限制的负荷，提高系统充裕性，现对静态电压安全边界进行松弛处理且能够准确刻画松弛后的风险成本，但在当前系统负荷状态下，电压能够松弛到何种程度，各节点能够承载多少负荷接入尚未可知。因此，为了提高充裕性的同时保证最大的经济性，需要结合松弛风险计算和充裕性提升收益计算松弛后的总收益：

$$C = C_{\mathrm{in}} - C_{\mathrm{re}} = \sum_{i\in\Gamma_{\mathrm{P}}} e_i \Delta L_i \Delta t - \sum_{n=1}^{K_{\mathrm{f}}} R_n C_n \tag{25}$$

式中：C 表示总收益；C_{in} 表示充裕性提升收益；e_i 表示系统中节点 i 的电价；ΔL_i 表示该节点松弛后的负荷增量；Δt 表示松弛的一个时间尺度；取 1 h。

约束条件主要包括潮流约束、发电机出力约束、电压边界约束，除电压边界约束外其余约束条件表达式与预防控制优化时一致，对于未进行电压安全边界松弛的节点，其边界约束为安全边界，即电压上下限和静态电压储备系数：

$$\begin{cases} U_{\min}^{\mathrm{n}} \le U_j \le U_{\max}^{\mathrm{n}} \\ K_{\mathrm{V}} \ge 15\% \end{cases} \tag{26}$$

而对于进行电压安全边界松弛后的关键节点，其电压约束为极限边界约束：

$$\begin{cases} U_{j,\min}^{\mathrm{h}} \le U_j \le U_{j,\max}^{\mathrm{h}} \\ K_{\mathrm{V}} \ge 8\% \end{cases}, j \in \Gamma_{\mathrm{I}} \tag{27}$$

式中：$U_{j,\min}^{\mathrm{h}}$ 和 $U_{j,\max}^{\mathrm{h}}$ 分别表示节点 j 松弛后的允许电压偏差的下限值和上限值，取 0.90 和 1.10；Γ_{I} 是包含所有关键电压节点的集合。

4.2 面向充裕性提升的可承载负荷增量快速判定方法

随着大规模电力系统的节点数量增加，系统状态变量不断增多，针对以上模型，由于优化目标中的风险成本也是通过优化模型获得，无法通过传统求解器优化求解。灵敏度分析方法是一种重要的分析工具[25]，用于评估系统性能对各种输入参数(如负荷、发电成本、网络拓扑结构等)变化的敏感性。为确定各负荷节点在松弛后能够承载负荷的多少并对

节点电压造成尽可能小的影响，现计算各节点电压变化量对负荷变化量的灵敏度：

$$S_i^{\mathrm{VP}}=\frac{\partial\Delta U_i}{\partial\Delta P_i}\approx\frac{U_i^{+}-U_i^{-}}{2h} \tag{28}$$

式中：S_i^{VP} 为节点 i 电压变化量对有功功率变化量的灵敏度；$\partial\Delta U_i/\partial\Delta P_i$ 表示节点 i 的电压变化量对有功功率变化量的导数；$(U_i^{+}-U_i^{-})/2h$ 表示使用有限差分法在某一点附近评估函数值来近似计算该点的导数。计算过程中 U_i^{+}为节点 i 正向增加 h 大小的有功功率后电压值，U_i^{-}为节点 i 负向减少 h 大小的有功功率后电压值。

所得灵敏度大小表示节点变化单位负荷对当前电压水平的影响，根据灵敏度大小确定各节点增长负荷的大小能够避免松弛后电压的大幅度波动，灵敏度搜索寻优的流程见附录 A。

松弛电压安全边界后，考虑各节点负荷增长需求，根据各节点电压灵敏度的大小逐步增长负荷，在满足松弛后各约束条件的前提下分别计算负荷增长后的电压安全边界松弛风险成本和充裕性提升收益，当松弛总收益最大时，可承载负荷效果最好，所对应电压安全边界松弛程度最佳。

5 算例分析

本章使用改进的 IEEE39 节点算例进行仿真分析，验证上述静态电压安全边界松弛方法的有效性。

仿真系统包括 39 个母线节点，其中有 10 台发电机、29 个负荷节点，优化预防控制成本时分别在节点 8、12、21、27 处签约一定的可调度性的可调资源，各负荷节点初始负荷及预期负荷增量见附录 A。

5.1 关键电压节点识别与可松弛范围确定

如图 7 所示为在负荷基态下按照两个不同功率增长方向通过 CPF 搜索所得负荷节点 11 的 PV 曲线，可见功率增长方向 1 的曲线拐点为(1.188，0.765)，表示在此种负荷增长方向上，节点 11 的负荷裕度和临界电压值分别为 1.188 和 0.765，同理，功率增长方向 2 的曲线拐点为(1.210，0.744)，对应负荷裕度和临界电压值分别为 1.210 和 0.744。按照一定功率增长方向搜索即可得到 39 节点系统所有负荷节点的临界电压值和负荷裕度。

如图 8 所示，将临界电压值计算所得 8%和 15%静态稳定裕度边界分别与对应运行情况下的允许电压偏差结合共同构成静态电压安全边界与静态电压

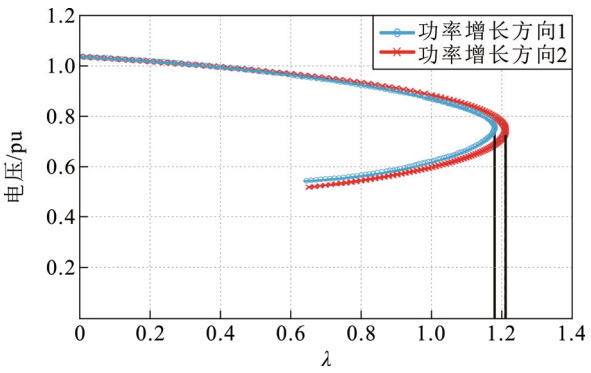


图 7 不同功率增长方向的 CPF 结果

Fig.7 CPF results for different power growth directions

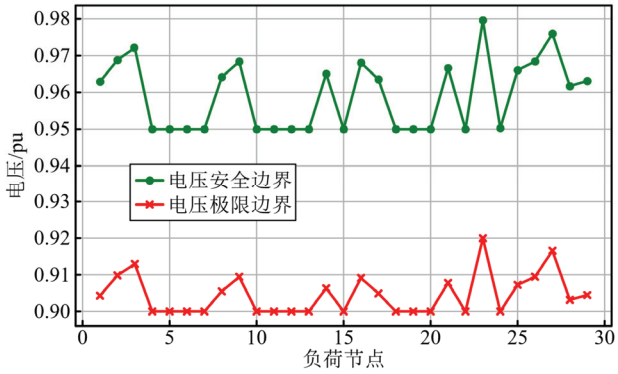


图 8 静态电压安全/极限边界计算结果

Fig.8 Security /limit boundary of static voltage

极限边界。

上述静态电压极限边界的构成默认松弛了系统中所有负荷节点，对于实际运行系统，部分节点原有接入负荷较少，电压水平较高且没有过多的预期负荷增加，通过静态裕度评估所得各节点的剩余负荷裕度表征充裕性大小来进行关键电压节点的识别结果如图 9 所示。其中，最低剩余负荷裕度为节点 8，最高剩余负荷裕度为节点 20 的 9.9%，考虑各负荷节点的预期负荷增加量后，剩余负荷裕度低于 5%的节点即为关键节点，对关键节点的电压安全边界进行松弛，形成新的电压极限边界，松弛前当前负荷状态下电压濒临安全边界，部分节点由于充裕性不足无法允许负荷增长，松弛后以新的电压极限边界计算所得各节点充裕性大大提高，满足负荷增长需求。

5.2 越极限边界样本的预防控制优化结果

松弛静态电压安全边界并允许负荷增长后，随着电压接近极限边界，系统电压崩溃的风险不断增加，使用高斯分布描述负荷波动的抽样结果之一如图 10 所示。

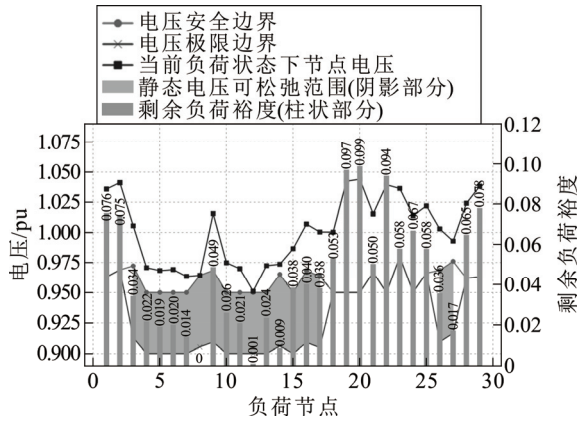


图 9 关键节点识别及可松弛范围确定结果

Fig.9 Results of key node identification and relaxation range determination

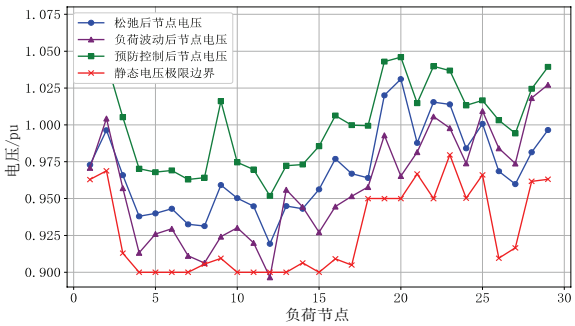


图 10 预防控制前后电压对比

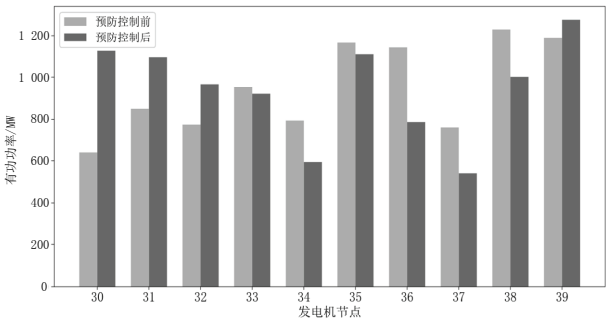
Fig.10 Voltage comparison before and after preventive control

松弛后各点电压保持在极限边界以内，而负荷波动后部分节点电压突破极限边界，极易发生电压崩溃，需要通过预防控制措施对此种松弛下的约极限边界情况进行恢复，电压控制目标为恢复到安全边界内。

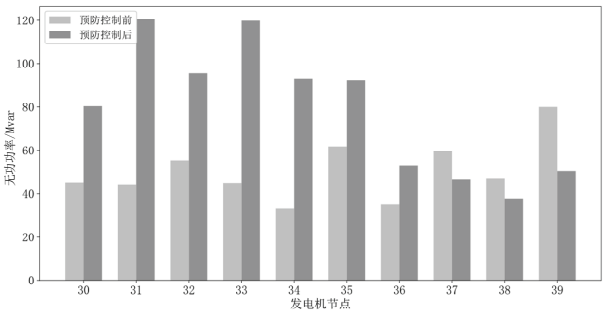
预防控制过程前后各发电机节点的有功出力、无功出力如图 11 所示，其中，在进行优化控制时，考虑到无功功率变化对系统电压影响较大且调节无功功率时对系统负荷影响较小、成本较低，故优先只对发电机无功功率进行调整，判断在发电机无功出力约束下能否满足系统电压恢复的要求，不能时再进行发电机有功出力和可调资源的优化，最大程度保证预防控制成本的最小化，可调资源的预防控制前后的优化结果如图 12 所示。

5.3 负荷增长步长确定及灵敏度搜索结果

计算所得节点电压变化量对节点有功功率变化量的灵敏度，为方便观察，将其值取相反数，图中对应节点$-\partial\Delta U_i/\partial\Delta P_i$的值越大表示增加单位有功



(a) 发电机有功功率控制结果



(b) 发电机无功功率控制结果

图 11 发电机有功/无功功率控制结果

Fig.11 Results of generator active/reactive power control

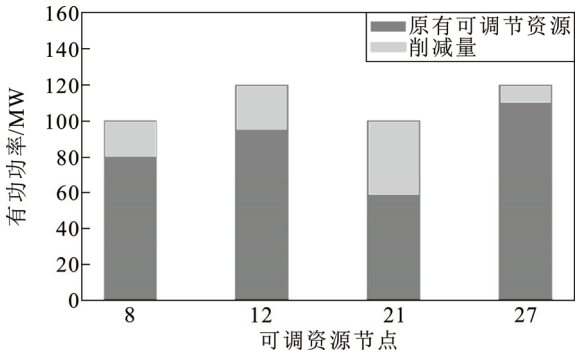


图 12 可调资源控制结果

Fig.12 Result of adjustable resource control

负荷，该节点电压变化越大，所以为了尽可能保证松弛后电压不突破极限边界，应在$-\partial\Delta U_i/\partial\Delta P_i$值大的节点承载尽可能少的负荷，灵敏度分析方法计算及等步长负荷增长的结果对比见附录 A。

为保证搜索时负荷增长步长取值合理，在进行灵敏度分析时，相邻两次搜索之间应重新根据当前负荷状态计算灵敏度大小，本文设置进行了八次灵敏度搜索，搜索过程及每步搜索对应计算所得松弛风险成本、充裕性提升收益等参数如图 13 和表 1 所示，图中详细表示了各负荷节点相比于初始负荷状态下每一步负荷增长的大小。

随着搜索的进行，各节点承载负荷越来越多，

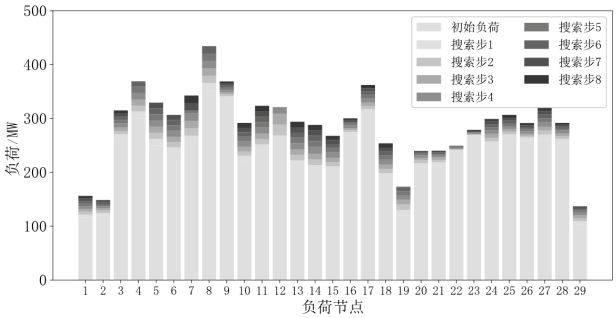


图 13 节点负荷增长的灵敏度搜索结果

Fig.13 Results of sensitivity search for node load growth

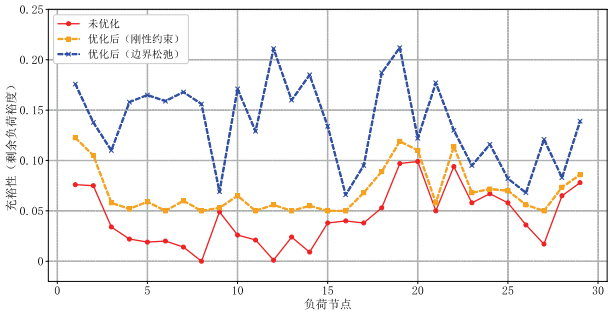


图 14 充裕性提升对比

Fig.14 Comparison of abundance improvement

表 1 搜索步的风险与收益计算结果

Table 1 Results of risk versus reward calculation for the search step

搜索步	最小静态稳定储备系数/%	最低电压值/pu	风险成本/万元	充裕性提升收益/万元	总收益/万元
1	14.1	0.945	25.415	45.515	20.100
2	13.0	0.938	46.419	84.244	35.825
3	11.8	0.934	67.732	122.068	44.336
4	11.0	0.931	105.375	159.559	54.184
5	10.3	0.927	147.034	189.068	42.034
6	9.7	0.923	187.982	203.538	15.556
7	9.3	0.921	206.175	213.947	7.772
8	8.9	0.919	232.571	218.745	−13.826

电压松弛程度越来越大，表中首先展示了每一步搜索负荷增加后系统中的最小静态储备系数和最低电压值，其随着搜索的进行越来越低，而松弛后由于负荷波动导致的越极限边界概率越来越高，松弛风险成本和充裕性提升收益也越来越大，对比可得，当灵敏度搜索第四次后，充裕性提升收益为 159.559 万元，松弛风险成本为 105.375 万元，此时的总收益最大为 54.184 万元，表明按照此时负荷增长所得电压松弛程度最佳。

得到最佳电压松弛程度后，将本文方法与视电压安全边界为刚性约束的传统源荷储协同优化方法进行对比，充裕性提升结果如图 14 所示，优化前系统部分节点充裕性较低甚至濒临边界，经刚性约束的传统源荷储协调优化后充裕性有所提高，而本文边界松弛后的充裕性提升效果更佳。

6 结论

本文提出了一种考虑静态电压安全边界松弛的充裕性提升方法，并通过灵敏度分析的方法完成了模型的搜索求解，相关结论如下：

1）本文基于 CPF 的关键节点识别和极限边界刻画方法能够有效地通过节点剩余负荷裕度指标辨识充裕性不足的关键节点，实现了松弛后静态电压极限边界的准确构建，避免了大规模电力系统节点安全边界的盲目松弛。

2）本文从松弛后电压突破极限边界的概率和预防控制成本两方面出发，将松弛风险成本刻画为二者乘积，相比于传统的罚函数方法构建精度显著提升。

3）本文通过灵敏度分析方法确定各节点负荷增加步长，计及节点负荷变化对电压的影响，降低了松弛后电压突破极限边界的可能性，仿真结果表明，随着松弛程度的增加,本方法的定量性优势将进一步凸显。

总的来说，本文方法可为当前电力系统中由于静态电压安全边界限制导致的充裕性不足事件提供分析方案，选择性松弛安全边界后考虑风险与收益逐步搜索总收益最大的松弛程度，实现对全网运行分析的同时提高了系统充裕性。

附录见本刊网络版(http://hve.epri.sgcc.com.cn)。

参考文献 References

[1] 王仁顺，王世龙，耿光超，等. 面向风光储系统的多时空尺度容量置信度评估方法[J]. 高电压技术，2024，50(9)：3904-3913.
WANG Renshun, WANG Shilong, GENG Guangchao, et al. Multi-temporal-spatial scale capacity credit assessment method for wind-photovoltaic-storage systems[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(9): 3904-3913.

[2] 薛禹胜，费圣英，卜凡强. 极端外部灾害中的停电防御系统构思(二)任务与展望[J]. 电力系统自动化，2008，32(10)：1-5.
XUE Yusheng, FEI Shengying, BU Fanqiang. Upgrading the blackout defense scheme against extreme disasters Part Ⅱ tasks and prospects[J]. Automation of Electric Power Systems, 2008, 32(10): 1-5.

[3] 薛禹胜，谢东亮，薛 峰，等. 智能电网运行充裕性的研究框架(一)要素与模型[J]. 电力系统自动化，2014，38(10)：1-9，48.
XUE Yusheng, XIE Dongliang, XUE Feng, et al. A research framework for operation adequacy in smart grid Part I elements and models[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(10): 1-9, 48.

[4] 方 媛，王凌云，李振华，等. 基于充裕性的季节性储能合约分解调度模型[J]. 电力学报，2024，39(2)：145-159.
FANG Yuan, WANG Lingyun, LI Zhenhua, et al. Contract decomposition scheduling model of seasonal energy storage based on generation capacity adequacy[J]. Journal of Electric Power, 2024, 39(2): 145-159.
[5] 张海波，胡彦广，田雪沁. 计及中长期交易和充裕性、灵活性均衡的跨区直流日前输电计划优化[J]. 中国电机工程学报，2025，45(4)：1381-1393.
ZHANG Haibo, HU Yanguang, TIAN Xueqin. Optimization of cross-regional HVDC day-ahead transmission plan considering medium-and long-term transactions, and equilibrium of adequacy, flexibility[J]. Proceedings of the CSEE, 2025, 45(4): 1381-1393.
[6] DRATSAS P A, PSARROS G N, PAPATHANASSIOU S A. A real-time redispatch method to evaluate the contribution of storage to capacity adequacy[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2024.39(1): 1274-1286.
[7] 刘俊磊，刘新苗，卢 洵，等. 高比例新能源系统供需平衡分析方法和对策[J]. 高电压技术，2023，49(7)：2711-2724.
LIU Junlei, LIU Xinmiao, LU Xun, et al. Analysis methods and countermeasures of supply and demand balance of high proportion of new energy system[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(7): 2711-2724.
[8] GEORGIEV A, CHAVDAROV N, SULAKOV S. Regional short-term system adequacy forecasting using analytical probabilistic approach[C]//2019 16th International Conference on the European Energy Market (EEM). Ljubljana, Slovenia: IEEE, 2019: 1-5.
[9] 张芸烽，林舜江，杨悦荣，等. 考虑新能源高阶不确定性的交直流混联电网静态电压稳定裕度计算[J]. 高电压技术，2024，50(4)：1631-1644.
ZHANG Yunfeng, LIN Shunjiang, YANG Yuerong, et al. Calculation of static voltage stability margin for AC/DC hybrid power system considering the high-order uncertainty of renewable energy[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(4): 1631-1644.
[10] 李 雪，刘益臣，姜 涛，等. 混合多端交直流电力系统静态电压稳定域的全纯嵌入构建方法[J]. 电力自动化设备，2025，45(4)：143-152.
LI Xue, LIU Yichen, JIANG Tao, et al. Holomorphic embedding forming method of static voltage stability region of hybrid multi-terminal AC/DC power system[J]. Electric Power Automation Equipment, 2025, 45(4): 143-152.
[11] 王子辉，贾燕冰，韩肖清，等. 计及谐波静态电压稳定的配电网光储容量优化[J]. 高电压技术，2025，51(2)：864-875.
WANG Zihui, JIA Yanbing, HAN Xiaoqing, et al. Optimal capacity configuration of photovoltaic and storage in distribution network considering the influence of harmonic static voltage stability[J]. High Voltage Engineering, 2025, 51(2): 864-875.
[12] WANG T Z, WANG S S, MA S C, et al. An extended continuation power flow method for static voltage stability assessment of renewable power generation-penetrated power systems[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2024, 71(2): 892-896.
[13] 孙伟卿，王承民，张 焰，等. 采用柔性化方法表示刚性约束的电力系统优化模型[J]. 电网技术，2012，36(3)：120-126.
SUN Weiqing, WANG Chengmin, ZHANG Yan, et al. A power system optimization model adopting flexible expression of rigid constraints[J]. Power System Technology, 2012, 36(3): 120-126.
[14] 袁 鑫，唐 昊，刘 昕，等. 计及不确定性的输配电网协调恢复全并行分布式优化方法[J]. 电网技术，2023，47(6)：2463-2474.
YUAN Xin, TANG Hao, LIU Xin, et al. Fully parallel distributed optimization method for coordinated recovery of transmission and distribution networks considering uncertainty[J]. Power System Technology, 2023, 47(6): 2463-2474.
[15] 曾子龙，李培强，李 勇，等. 考虑条件风险价值的交直流系统两阶段分布鲁棒低碳经济优化调度[J]. 高电压技术，2024，50(1)：157-168.
ZENG Zilong, LI Peiqiang, LI Yong, et al. Low-carbon distributionally two-stage robust optimization considering conditional value-at-risk for hybrid AC/DC grids[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(1): 157-168.
[16] LIU T X, YANG L B, ZHOU W P, et al. Study on new energy AC/DC hybrid grid power flow optimization based on opportunity constraints[C]//2023 3rd International Conference on New Energy and Power Engineering (ICNEPE). Huzhou, China: IEEE, 2023: 860-864.
[17] 白 杨，王 鹏，韩肖清，等. 基于负荷不确定性建模的静态电压稳定性风险评估[J]. 中国电机工程学报，2016，36(13)：3470-3478.
BAI Yang, WANG Peng, HAN Xiaoqing, et al. Risk assessment of static voltage stability based on load uncertainty modeling[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(13): 3470-3478.
[18] DENG W S, ZHANG B H, DING H F. The risk-based assessment of static voltage stability issues with consideration of load and wind power uncertainties[C]//2015 Clemson University Power Systems Conference (PSC). Clemson, USA: IEEE, 2015: 1-4.
[19] 蔡 斌，薛禹胜，薛 峰，等. 智能电网运行充裕性的研究框架(二)问题与思路[J]. 电力系统自动化，2014，38(11)：1-6.
CAI Bin, XUE Yusheng, XUE Feng, et al. A research framework for operation adequacy in smart grid Part Ⅱ problems and ideas[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(11): 1-6.
[20] 李 京，刘道伟，赵高尚，等. 基于连续参数追踪的静态电压稳定域边界迁移构建新方法[J]. 电网技术，2020，44(2)：465-477.
LI Jing, LIU Daowei, ZHAO Gaoshang, et al. A new method for transfer construction of static voltage stability region boundary based on continuous parameter tracking[J]. Power System Technology, 2020, 44(2): 465-477.
[21] LEE Y H, ZHAO Y, KIM S J, et al. Predicting voltage stability margin via learning stability region boundary[C]//2017 IEEE 7th International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP). Curacao, Netherlands: IEEE, 2017: 1-5.
[22] 姜 涛，张明宇，崔晓丹，等. 电力系统静态电压稳定域边界快速搜索的优化模型[J]. 电工技术学报，2018，33(17)：4167-4179.
JIANG Tao, ZHANG Mingyu, CUI Xiaodan, et al. A novel optimization model to explore static voltage stability region boundary in bulk power systems[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2018, 33(17): 4167-4179.
[23] 张 英，李晓明，朱 帅，等. 电力市场环境下发电机无功辅助服务定价[J]. 高电压技术，2005，31(5)：76-78.
ZHANG Ying, LI Xiaoming, ZHU Shuai, et al. Reactive power service pricing of generator in electric power market[J]. High Voltage Engineering, 2005, 31(5): 76-78.
[24] 李沛霖，刘友波，廖红兵，等. 面向极端事件的配电网差异化韧性供电服务及其定价方法[J]. 电网技术，2024，48(10)：4074-4083.
LI Peilin, LIU Youbo, LIAO Hongbing, et al. Differentiated resilient power supply service and its pricing method of distribution network for extreme events[J]. Power System Technology, 2024, 48(10): 4074-4083.
[25] 穆云飞，郭向伟，刘志彬，等. 基于灵敏度分析的电气耦合综合能源系统最小切负荷方法[J]. 高电压技术，2023，49(10)：4172-4181.
MU Yunfei, GUO Xiangwei, LIU Zhibin, et al. Minimum load shedding method of the integrated electricity-gas system based on sensitivity analysis[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(10): 4172-4181.



刘宝柱
1974—，男，博士，副教授
主要从事电力系统分析、稳定和控制的研究工作
E-mail: bzliu@ncepu.edu.cn

LIU Baozhu
Ph.D.
Associate professor



胡俊杰(通信作者)
1986—，男，博士，教授，博导
主要从事新能源电力系统及微网方面的研究工作
E-mail: junjiehu@ncepu.edu.cn

HU Junjie
Ph.D., Professor
Corresponding author

收稿日期 2025-06-04 在线出版日期 2025-09-19 编辑 陈 蔓

附录 A

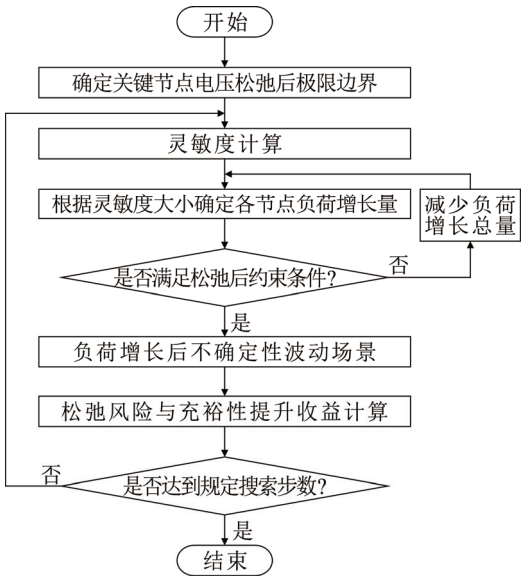


图 A1　灵敏度分析搜索寻优流程图

Fig.A1　Search optimization process of sensitivity analysis

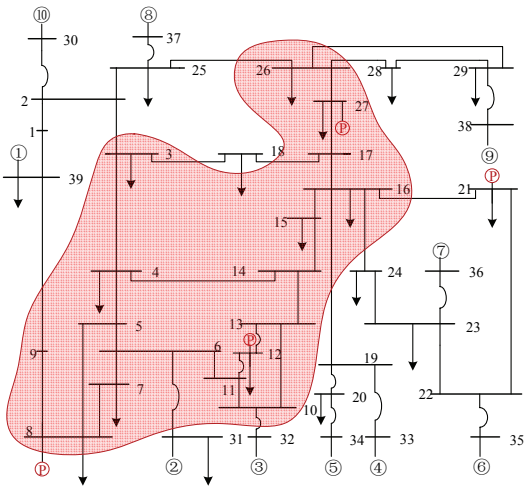


图 A2　改进的 IEEE39 节点算例

Fig.A2　Improved example of IEEE39 nodes

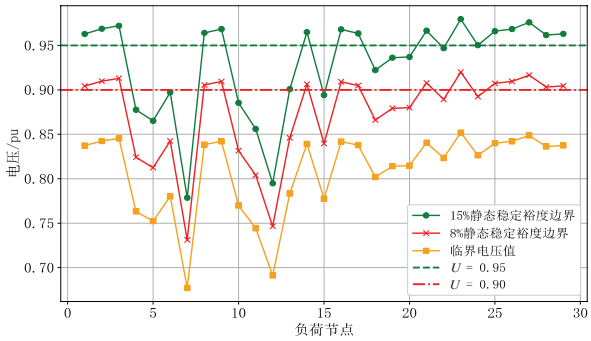


图 A3　静态电压各边界计算结果

Fig.A3　Results of each boundary calculation of static voltage

表 A1　IEEE39 节点算例设置

Table A1　Example settings for IEEE39 nodes

节点	初始负荷 /MW	预期增量 /MW	节点	初始负荷 /MW	预期增量 /MW
1	116	57	16	269	50
2	120	25	17	308	75.3
3	262	75	18	188	85
4	300	69.5	19	120	15
5	250	80.1	20	210	7
6	235	72.1	21	214	24
7	253.8	100	22	240	20
8	352	82.4	23	267.5	33.6
9	336.5	60	24	248.6	45
10	220	86.2	25	264	26.8
11	240	90	26	259	64.3
12	248.53	73.1	27	261	73
13	210	85	28	256	30
14	200	100	29	103.5	65
15	200	90			

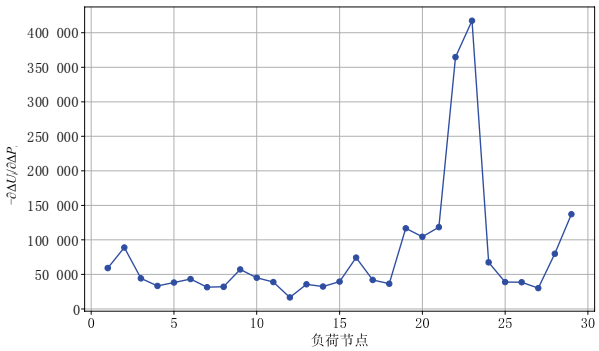


图 A4　各负荷节点电压对有功功率的灵敏度对比

Fig.A4　Sensitivity comparison of voltage of each load node to active power

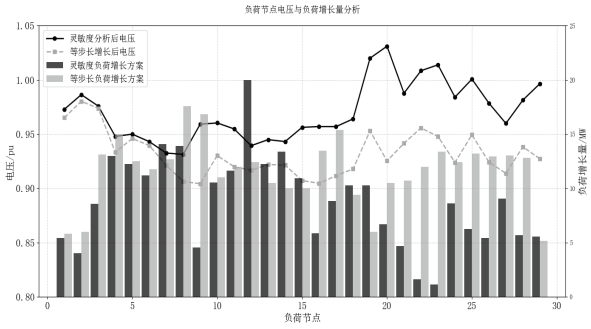


图 A5　灵敏度分析与等步长负荷增长结果对比

Fig.A5　Comparison of the results of sensitivity analysis and equal-step load growth