第 52 卷 第 4 期：1600-1615 高电压技术 Vol.52, No.4: 1600-1615
2026 年 4 月 30 日 High Voltage Engineering April 30, 2026
DOI: 10.13336/j.1003-6520.hve.20250813

基于 CPOD 与 SMB-BiLSTM 降阶的三维非线性瞬态磁场快速计算

刘禹彤，任自艳，迟连强，张殿海，张艳丽
（教育部特种电机与高压电器重点实验室(沈阳工业大学)，沈阳 110870）

摘　要：大规模电工设备由于包含数以百万计的节点，在进行三维非线性瞬态磁场仿真时，面临极高的计算成本，难以实现电磁性能的实时模拟。该文提出一种基于聚类增强本征正交分解(cluster-enhanced proper orthogonal decomposition, CPOD)与时步级多分支双向长短期记忆网络(stepwise multi-branch bidirectional long short-term memory, SMB-BiLSTM)降阶的非线性瞬态磁场快速计算方法，通过多阶段 K-means 空间节点缩减策略构建缩减快照矩阵，实现对大规模电工设备磁场的高效特征提取，获得主要模态与对应系数向量。针对三维瞬态特性，该文建立 SMB-BiLSTM 网络以计算不同激励波形下的时序系数向量，将复杂的场求解问题转化为对不同模态最佳线性组合的预测，最终生成精确的磁场分布。该文通过建立旋转电机非线性瞬态场基准模型 TEAM Problem 24 以及 1 台 1 000 kVA 非晶合金配电变压器的快速计算模型，与全阶模型的计算结果和计算时间进行对比，验证降阶模型的高效性。结果表明：该方法能够保持较高的计算精度(平均相对误差分别为 0.79%和 1.72%)，显著提高三维非线性瞬态磁场的计算效率，达到了万倍的加速比。

关键词：非线性瞬态磁场；K-means 聚类；本征正交分解；SMB-BiLSTM；非晶合金配电变压器；降阶计算

Fast Calculation of 3-D Nonlinear Transient Magnetic Fields Based on CPOD and SMB-BiLSTM Reduced-order Modeling

LIU Yutong, REN Ziyan, CHI Lianqiang, ZHANG Dianhai, ZHANG Yanli
(Key Laboratory of Special Motors and High Voltage Electrical Appliances, Ministry of Education (Shenyang University of Technology), Shenyang 110870, China)

Abstract: Large-scale electrical equipment typically involves millions of nodes, leading to prohibitive computational costs in three-dimensional (3-D) nonlinear transient magnetic field simulations and making real-time simulation of electromagnetic performance difficult to achieve. This paper proposes a fast calculation method for nonlinear transient magnetic fields based on cluster-enhanced proper orthogonal decomposition (CPOD) and stepwise multi-branch bidirectional long short-term memory (SMB-BiLSTM) reduced-order modeling. A reduced snapshot matrix is constructed via a multi-stage K-means spatial node reduction strategy to achieve efficient feature extraction of the magnetic fields in large-scale electrical equipment, and the dominant modes and their corresponding coefficient vectors are obtained. In accordance with the 3-D transient characteristics, an SMB-BiLSTM network is established to calculate the temporal coefficient vectors under different excitation waveforms, thus the complex field solving problem is transformed into a prediction of the optimal linear combination of different modes, ultimately reconstructing the precise magnetic field distribution. The efficiency of the proposed reduced-order model is verified by establishing fast calculation models for the TEAM Problem 24 (a benchmark for nonlinear transient fields in rotating machines) and a 1 000 kVA amorphous alloy distribution transformer, and the results and computation time are compared with those of the full-order models. The results demonstrate that the proposed method can be adopted to maintain high calculation accuracy (with average relative errors of 0.79% and 1.72%, respectively) and significantly improve the calculation efficiency of 3D nonlinear transient magnetic fields, achieving a speedup ratio of over 10 000 times.

Key words: nonlinear transient magnetic field; K-means cluster; POD; SMB-BiLSTM; amorphous alloy distribution transformer; reduced order calculation

——————————

基金资助项目：辽宁省教育厅高校基本科研项目(LJ212510142018)。
Project supported by Basic Scientific Research Project of Colleges and Universities Under the Liaoning Provincial Department of Education (LJ212510142018).

0 引言

在电力行业，通过数字孪生将大型电力设备的物理实体映射至数字空间，实时呈现其运行状态和物理特性，是当前提高电力系统稳定性和可靠性的研究焦点[1-4]。其中，复杂物理场的仿真计算是数字孪生模型层面的关键组成。有限元法(finite element method，FEM)作为一种用于求解复杂系统偏微分方程的数值技术，因其高精度和灵活性被广泛应用。然而，在对变压器等电工设备进行磁场计算时，由于设备结构复杂、节点数量庞大，并含有非线性瞬态过程及涡流效应等特点，导致 FEM 计算的求解过程非常耗时，难以满足实时性的需求。这一问题在多参数优化和数字孪生模型的构建中尤为突出，限制了数字孪生技术在输变电设备全生命周期管理中的应用[5-6]。

目前，针对传统数值计算方法在处理复杂物理场时的效率瓶颈问题，主要通过两种途径来提升计算效率：(1)依赖大量实验结果或高保真仿真结果的数据驱动方法；(2)基于物理驱动的模型降阶方法。数据驱动方法与物理驱动方法的一个核心区别在于是否直接依赖于系统的控制方程。前者通过大量数据的训练与预测，避免了对控制方程的依赖。在众多数据驱动方法中，神经网络因其出色的非线性描述能力和灵活的映射能力，已在许多领域的快速重构和预测问题中成功应用[7-8]。文献[9]利用 U-net 卷积神经网络进行了磁场分布快速预测。文献[10-11]基于 U-net 神经网络训练的快速计算方法，迅速获得了变压器绕组温度和热点预测。文献[12]使用融合卷积神经网络(convolutional neural network, CNN)和长短期记忆(long short-term memory, LSTM)网络的多分支深度学习模型实现了动态磁场的加速计算。尽管这些方法显著提高了物理场计算速度，但也面临两大挑战：(1)作为一种黑盒模型缺乏可解释性；(2)数据量庞大导致网络训练开销巨大。鉴于这些问题，本征正交分解(proper orthogonal decomposition, POD)和深度神经网络(deep neural network，DNN)在流体力学、热传导等领域被结合应用，这种结合利用 POD 方法进行预降阶处理，以高效实现流场、热场等高维数据的重构[13-14]。

POD 作为一种高效的模型降阶方法，其优点在于能够从数据中提取系统行为的主要模态，从而降低系统方程的阶数和计算量[15]。这些模态通常与系统的物理现象直接相关，赋予了 POD 在大多数情况下良好的物理可解释性。在电、磁、热领域，有学者引入了 POD 及其改进算法，以开展更高效的快速计算研究[16]。例如：文献[17]提出了基于 POD 法求解换流变阀侧套管极性反转暂态电场的有限元快速计算方法。文献[18]基于 POD 与超降阶方法的结合来减少计算时间，并应用于鼠笼式感应电机。文献[19-20]基于 POD 与离散经验插值法变体结合的方法，分别实现了非线性热电耦合与绕组瞬态温升的快速计算。在改进 POD 法的应用方面，文献[21]将 Gappy POD 法用于具有非线性材料特性的涡流问题，以增加处理此类问题的鲁棒性。上述方法在计算效率方面有所改进，但由于其依赖于控制方程，且非线性项的计算复杂度较高，整体计算时间仍受到限制。因此，有学者采用自适应 POD 或分层 POD 与径向基插值相结合的非侵入式方法，用于处理非线性磁场问题[22-23]。也有研究基于 Twin Builder 构建 POD 和响应面模型实现变压器磁场及损耗的快速计算[24]。然而，现有非侵入式降阶模型(reduced-order model, ROM)更适用于小规模设备的静态磁场快速计算。

因此，针对大规模瞬态磁场计算，还需解决以下问题：1）传统 POD 方法通常需要采集整个求解域内所有网格节点的数据作为快照，其中包含大量变化微小、对主导模态贡献有限的区域，导致计算与存储负担加重。同时，为捕捉瞬态特性，快照矩阵需包含多个完整周期的时变磁场数据，使矩阵的维度极其庞大，在计算资源受限时，难以满足实际需求。2）当前神经网络在三维瞬态磁场计算中仍存在适配性不足的问题。如 POD 与 DNN 结合等方法更适用于稳态问题；而在处理具有时序性和多特征的预测时，传统 LSTM 通常仅使用最后一个时间单元的隐藏状态作为输出，不仅忽略了中间时间单元的隐藏状态信息，导致时序信息丢失，还会引起多特征间的相互干扰，限制模型在复杂瞬态场景中的表现。

综上所述，本文提出一种基于聚类增强 POD (cluster-enhanced proper orthogonal decomposition, CPOD)与时步级多分支双向 LSTM (stepwise multi-branch bidirectional LSTM，SMB-BiLSTM)网络的电工设备三维非线性瞬态磁场快速计算方法。首先，采用多阶段 K-means 聚类策略，在保持关键区域节点完整性的同时，降低数据存储需求和计算成本，

优化 POD 的输入数据结构。其次，建立 SMB-BiLSTM 网络，学习不同激励波形与各分量时序系数向量之间的映射，最终实现了电工设备非线性瞬态磁场的快速计算。本文选取国际标准问题 TEAM 24 以及 1 台 1 000 kVA 非晶合金配电变压器作为测试案例，验证所提方法的有效性。

1 基本问题与原理

1.1 非线性瞬态磁场问题

考虑 A-φ-A 法求解通过绕组施加电流密度源的三维复杂磁场问题，求解域包含 3 部分，V_1 为源电流区，V_2 为导体区，V_3 为非导体区，通过罚函数施加库伦规范，其控制方程为：

$$V_1与V_3区域：\nabla\times(\nu\nabla\times\boldsymbol{A})=\boldsymbol{J}_{\mathrm{s}} \tag{1}$$

$$V_2区域：\begin{cases}\nabla\times(\nu\nabla\times\boldsymbol{A})+\sigma\dfrac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}+\sigma\nabla\varphi=0\\ \nabla\cdot\sigma\left(-\dfrac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}-\nabla\varphi\right)=0\end{cases} \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{A}$ 为矢量磁位；φ 为标量电位；$\boldsymbol{J}_{\mathrm{s}}$ 为源电流密度；σ 和 ν 分别为电工材料的电导率和磁阻率。采用伽辽金有限元法对式(1)、式(2)进行空间离散，对时间导数项 $\partial\boldsymbol{A}/\partial t$ 采用后向欧拉法离散 $\partial\boldsymbol{A}/\partial t\approx(\boldsymbol{A}^t-\boldsymbol{A}^{t-1})/\Delta t$，对称化处理后得到：

$$\begin{cases}\dfrac{\sigma}{\Delta t}\displaystyle\int_{V_2}\boldsymbol{A}^t\cdot\boldsymbol{N}_i\mathrm{d}\Omega+\int_{V_1+V_2+V_3}\nu\nabla\times\boldsymbol{A}^t\cdot\nabla\times\boldsymbol{N}_i\mathrm{d}\Omega+\\ \sigma\displaystyle\int_{V_2}\nabla\varphi^t\cdot\boldsymbol{N}_i\mathrm{d}\Omega=\frac{\sigma}{\Delta t}\int_{V_2}\boldsymbol{A}^{t-1}\cdot\boldsymbol{N}_i\mathrm{d}\Omega+\int_{V_1+V_3}\boldsymbol{J}_{\mathrm{s}}\cdot\boldsymbol{N}_i\mathrm{d}\Omega\\ \sigma\displaystyle\int_{V_2}\boldsymbol{A}^t\cdot\nabla\psi_i\mathrm{d}\Omega+\sigma\Delta t\int_{V_2}\nabla\varphi^t\cdot\nabla\psi_i\mathrm{d}\Omega=\sigma\int_{V_2}\boldsymbol{A}^{t-1}\cdot\nabla\psi_i\mathrm{d}\Omega\end{cases} \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{N}_i$ 与 ψ_i 分别表示伽辽金加权余量法中矢量磁位 $\boldsymbol{A}$ 和标量电位 φ 的权函数；t 为时间步；i 为节点号。将矢量磁位 $\boldsymbol{A}^t$ 和标量电位 φ^t 用形状函数展开可表示为：

$$\boldsymbol{A}^t=\sum_{j=1}^{N_A}\boldsymbol{N}_j\boldsymbol{A}_j^t\ ,\ \varphi^t=\sum_{j=1}^{N_\varphi}\psi_j\varphi_j^t \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{A}_j^t$ 和 φ_j^t 分别为第 t 个时间步、第 j 个节点上的矢量磁位和标量电位；N_A 和 N_φ 分别为相应的节点总数。在变压器等电工设备中，V_2 导体区通常为铁磁材料，其磁阻率 ν 与磁场呈非线性关系，本构关系可表示为 $\boldsymbol{H}=\nu(\boldsymbol{B})\boldsymbol{B}$，因此单元及整体矩阵的构建依赖于矢量磁位 $\boldsymbol{A}$。

在非线性瞬态磁场问题中，传统 FEM 通常使用 Newton-Raphson 法求解。该过程需要在每个时间步内迭代更新并求解非线性方程组，每次迭代均需遍历所有离散化单元，直至满足收敛准则。因此，使用 FEM 求解非线性瞬态磁场问题的计算效率难以满足实时性要求，尤其是在对中、大型电工设备进行仿真分析时，包含大量自由度的求解及复杂迭代过程，使计算资源的需求和时间成本显著增加。

1.2 POD 降阶原理

POD 作为广泛使用的降阶方法，通过提取数据的主要模态，利用模态的线性组合来近似表示原始数据[25]。

构建由数值计算数据组成的快照矩阵 $\boldsymbol{X}=[\boldsymbol{x}_1\ \boldsymbol{x}_2\ \cdots\ \boldsymbol{x}_M]\in\mathbf{R}^{N\times M}$，$N$ 为网格节点数，M 为瞬态模拟中不同参数化工况的总时间步数。一般来说，FEM 仿真中的网格节点数远大于时间步或工况的数量，因此快照矩阵的行数远大于列数。POD 法可以通过对快照矩阵 $\boldsymbol{X}$ 进行奇异值分解(singular value decomposition，SVD)来实现：

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{U}_{N\times N}\boldsymbol{\Sigma}_{N\times M}\boldsymbol{V}_{M\times M}^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 分别为正交的左、右奇异矩阵，其中 $\boldsymbol{U}$ 的每一列对应一个 POD 模态；$\boldsymbol{\Sigma}$ 为对角矩阵，其前 M 个对角元素为奇异值 σ_i，其余为零。根据 SVD 特性，前 r 个较大奇异值对应的模态承载了数据的主要能量特征，可近似表示原始数据。通过截断保留前 r 项，可构建表征能量保持的计算式如下：

$$W_{\mathrm{e}}(r)=\sum_{i=1}^{r}\sigma_i^2\Big/\sum_{i=1}^{M}\sigma_i^2 \tag{6}$$

若能量保持函数 $W_{\mathrm{e}}(r)$ 满足表征条件，则快照矩阵 $\boldsymbol{X}$ 可通过以下低维形式 $\hat{\boldsymbol{X}}$ 近似表示：

$$\boldsymbol{X}\approx\hat{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{\Sigma}_r\boldsymbol{V}_r^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{C} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{x}_i\approx\hat{\boldsymbol{x}}_i=\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{c}_i \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{U}_r\in\mathbf{R}^{N\times r}$ 为前 r 个主导模态；$\boldsymbol{\Sigma}_r\in\mathbf{R}^{r\times r}$；$\boldsymbol{V}_r^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{r\times M}$；$\boldsymbol{C}=[\boldsymbol{c}_1\ \boldsymbol{c}_2\ \cdots\ \boldsymbol{c}_i\ \cdots\ \boldsymbol{c}_M]\in\mathbf{R}^{r\times M}$ 为 POD 的模态系数矩阵；$\boldsymbol{c}_i$ 为对应 $\boldsymbol{x}_i$ 的模态系数向量。

因此，在瞬态磁场计算中，当获得新激励波形对应的时序模态系数向量时，可通过将该系数向量与预先计算得到的主导模态进行线性叠加，快速重构出对应的全场近似解。

2 基于 CPOD 与 SMB-BiLSTM 的降阶模型

本文提出的基于 CPOD 与 SMB-BiLSTM 降阶模型的整体架构如图 1 所示。

2.1 聚类增强 POD 方法

在电工设备的磁场计算中，由于铁磁材料的非

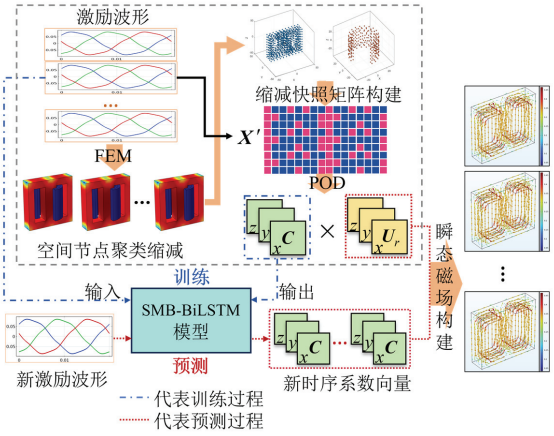


图 1　降阶模型整体架构

Fig.1　Overall architecture of reduced order model

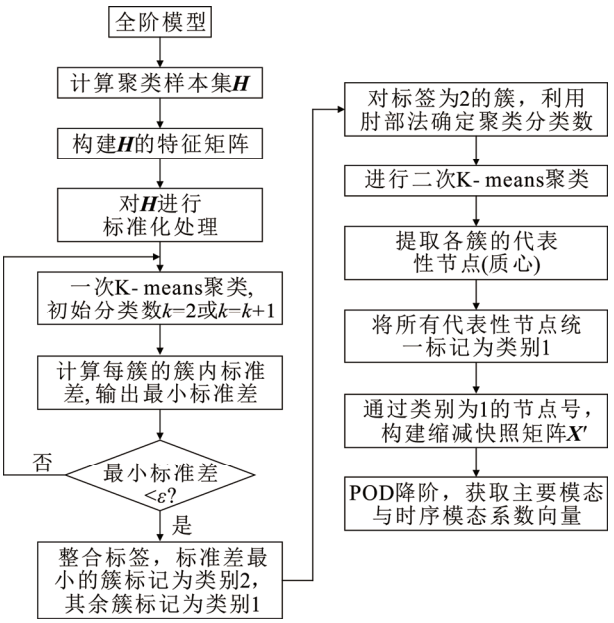


图 2　CPOD 方法数值实现流程图

Fig.2　Numerical implementation of suggested CPOD

线性磁特性，磁场分布在整个求解时空中呈现空间非均匀性和时变性。然而，求解域中有大量冗余节点，对主要模态贡献极小，却显著增加数据存储需求与计算成本。此外，关键区域的节点与周围空气域之间往往缺乏清晰边界，使得在保留重要部分的同时剔除冗余数据尤为困难。

本文提出一种聚类增强 POD 方法，采用多阶段 K-means 聚类策略对空间节点进行缩减，优化 POD 输入数据结构，提升特征提取的效率。该方法能够在高效剔除冗余节点的同时，精准保留铁芯、气隙等磁场关键区域的节点，降低数据存储需求和计算成本。CPOD 实现流程如图 2 所示。

K-means 聚类本质上是通过量化特征相似性将数据分组，确保簇内样本有较高的相似性，而簇间样本差异显著[26]。在非线性瞬态磁场分析中，铁芯、绕组和空气域等不同区域表现出显著差异的磁场分布特征(如非线性饱和、涡流-趋肤效应等)，这种区域特异性难以通过单一指标准确区分。因此，可将每个节点的瞬态场值构建为能够全面表征其物理行为的多维特征向量，并利用聚类算法自动聚合具有相似物理特性的空间节点，在特征空间中形成物理意义明确的簇群，避免人工划分的主观性。该方法具体步骤如下：

1）利用全阶模型计算聚类样本集 $\boldsymbol{H}$，聚类样本集需包含磁路从非饱和状态过渡至饱和状态的完整过程。聚类样本集由一个完整周期内全局节点的各时刻场值构建。

2）构建聚类样本集 $\boldsymbol{H}$ 的多维特征矩阵 $\boldsymbol{F}=[\boldsymbol{f}_1\ \boldsymbol{f}_2\ \cdots\ \boldsymbol{f}_d]\in\mathbf{R}^{N\times d}$，$d$ 为特征数量。本文以各节点场量时间序列的均值、标准差、最大值和最小值、极差作为多维特征矩阵中的 5 个关键特征，全面捕捉各节点的动态响应特性。将 $\boldsymbol{F}$ 中的各特征进行式(9)的标准化处理。

$$f'=\frac{f-\mu(f)}{s(f)} \tag{9}$$

式中：f 为原始特征数据；$\mu(f)$ 为该特征的均值；$s(f)$ 为该特征的标准差；f' 为标准化后的值。

3）簇内标准差是衡量簇内样本离散程度的核心指标。由于不同模型的数据分布特性存在差异，统一的聚类数难以保证稳定的缩减效果。本文以最小簇内标准差作为聚类缩减质量的评估指标。将归一化后的多维特征矩阵 $\boldsymbol{F}'$ 作为 K-means 聚类的输入，并计算 k 个簇下的最小簇内标准差。若最小簇内标准差低于预设阈值 ε，执行基于质心的节点缩减操作。将簇内标准差最小的簇标记为类别 2，作为节点简化区域；其余簇标记为类别 1，作为节点保留区域。对于拥有 n_k 个节点的第 k 个簇的特征矩阵 $\boldsymbol{F}'_k\in\mathbf{R}^{n_k\times d}$，计算簇内标准差 $\overline{s}_k$：

$$s_{k,j}=\sqrt{\frac{1}{n_k}\sum_{i=1}^{n_k}(F'_{k,i,j}-\mu_{k,j})^2},\ j=1,2,\cdots,d \tag{10}$$

$$\mu_{k,j}=\frac{1}{n_k}\sum_{i=1}^{n_k}F'_{k,i,j},\quad \overline{s}_k=\frac{1}{d}\sum_{j=1}^{d}s_{k,j} \tag{11}$$

式中：$s_{k,j}$ 表示第 k 个簇的第 j 维特征的样本标准差；n_k 为第 k 个簇的样本数量；$F'_{k,i,j}$ 为第 k 个簇中第 i 个节点的第 j 维特征值；$\mu_{k,j}$ 为第 j 维特征的簇内均值。

4）对类别为 2 的簇进行二次聚类，以选出数个代表性节点替代其余节点。通过肘部法确定二次聚类最小簇数，聚类后，通过计算每个样本点到各聚类中心的欧氏距离，确定距离每个聚类中心最近的原始数据点作为该类的代表性节点。并将代表性节点加入类别 1。肘部法通过分析误差平方和(sum of squared error, SSE)随簇数变化的趋势确定 K-means 聚类算法中合适的簇数。e_{SSE} 为每个数据点到其所属簇中心的距离的平方和：

$$e_{\mathrm{SSE}}=\sum_{i=1}^{k}\sum_{p\in G_i}\left\|p-q_i\right\|^2 \tag{12}$$

式中：G_i 为第 i 个簇中的所有样本点；p 为聚类 G_i 中的一个样本点；q_i 为聚类 G_i 的质心。

5）基于类别 1 中的节点，构建缩减快照矩阵 $\boldsymbol{X}'\in\mathbf{R}^{N'\times M}$，其中 $N'\ll N$ 为缩减后的保留节点数。随后对 $\boldsymbol{X}'$ 执行 POD 法，通过 SVD 提取缩减空间的主导模态和时序模态系数向量。

2.2 SMB-BiLSTM 网络

本文使用神经网络来确定新激励波形对应的模态时序系数向量。

1）网络结构。针对电工设备在给定激励波形下的非线性瞬态问题，需要构建能够同时处理非线性时序依赖关系和多维特征输出的预测模型。LSTM[27]因其出色的时序建模能力，成为理想选择。考虑到在电磁场瞬态计算中，当前时刻的磁场状态不仅取决于历史时刻的系统状态，同时也会影响未来时刻的磁场分布，本文采用双向 LSTM 作为网络基础结构。

在三维场矢量分析中，为精确表征各方向磁场分量的独立特性变化，快照矩阵需按 x、y、z 方向分别降阶。该过程将产生 3 组独立的模态系数矩阵，分别对应 3 个方向的磁场特征模态，且每组模态系数矩阵的列向量保持原始瞬态场的时序演化规律。所以在网络训练过程中，应使各方向的磁场分量互不干扰，并保持时序一致性。然而，传统 LSTM 方法通常使用最后一个时序的隐藏状态作为全连接层的输入，但这会导致时序信息丢失和特征间的相互干扰。

本文提出一种基于时步级多分支特征解耦的双向 LSTM 架构，如图 3 所示。结构包含输入层、双向层、全连接层以及各输出分支，对于每一个时间步 t，模型接收各时刻激励 $\boldsymbol{I}$ 作为输入，其隐藏状态表示由向量 □ 表示，l 为时间步数量。该结构在

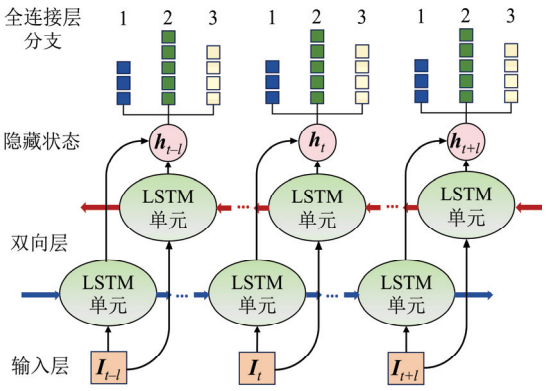


图 3 SMB-BiLSTM 网络结构

Fig.3 Structure of SMB-BiLSTM network

每个 LSTM 单元输出隐藏状态后连接相互独立的全连接层分支，为每种特征单独创建一个处理路径。首先，输入序列经过 Bi-LSTM 层处理。对于每个时间步，Bi-LSTM 会产生一个包含正向和反向信息的输出，为组合后的隐藏状态。然后，每个时间步的隐藏状态作为该时步下每个全连接层分支的输入，分别学习隐藏状态与各特征间的映射。最后，每个分支输出不同维度的特征，即 3 组时序系数向量。

2）损失函数。本文采用式(13)的 Huber 损失函数 L_{Huber} 作为网络优化目标。均方误差(mean square error, MSE)损失函数的光滑性有助于算法快速收敛，但对大误差的不成比例放大会牺牲正常数据点的预测精度。相比之下，Huber 损失函数通过引入阈值参数 δ，在小误差时保持 MSE 的特性，在大误差时切换为平均绝对误差(mean absolute error, MAE)，从而降低异常点的影响。

$$L_{\mathrm{Huber}}(\boldsymbol{y},\hat{\boldsymbol{y}})=\begin{cases}\dfrac{1}{2}(\boldsymbol{y}-\hat{\boldsymbol{y}})^2, & |\boldsymbol{y}-\hat{\boldsymbol{y}}|\le\delta\\ \delta\left(|\boldsymbol{y}-\hat{\boldsymbol{y}}|-\dfrac{1}{2}\delta\right), & |\boldsymbol{y}-\hat{\boldsymbol{y}}|\le\delta\end{cases} \tag{13}$$

式中：$\boldsymbol{y}$、$\hat{\boldsymbol{y}}$ 分别为单分支预测值和目标值向量。则总损失函数 L_{total} 如下，其中 b 为分支的数量。

$$L_{\mathrm{total}}=\sum_{i=1}^{b}L_{\mathrm{Huber}}(\boldsymbol{y}_i,\hat{\boldsymbol{y}}_i) \tag{14}$$

3）数据预处理。由于神经网络对输入数据范围较敏感，直接使用未归一化的数据可能导致训练效率降低，并影响预测结果的准确性。因此，需要进行数据归一化。为避免验证集和测试集的信息泄露到训练过程中，在归一化之前，首先将原始数据集分割为训练集、验证集与测试集。在采用 Min-Max 对训练集上进行归一化，并基于训练集得到的统计量对验证集和测试集归一化。

在完成数据集的划分与归一化之后，采用滑动窗口技术将各数据集的时间序列转换为样本集合，如图 4 所示。假设数据的时序长度为 n，窗口长度为 3，滑动步长为 1，可通过窗口滑动将原始时间序列划分为多个样本，每个样本包含连续的激励波形输入及对应输出。

4）网络训练。本文利用 Adam 优化器对整体网络进行训练，需要调整的超参数为批量大小、学习率等。本文使用早停策略，在训练过程中每轮训练结束后，使用验证集评估模型对未见数据的表现，计算损失值。经连续数轮训练损失值未能下降触发早停，提前结束训练，防止模型过拟合。同时，在 Bi-LSTM 层内部应用 Dropout，使网络在训练阶段随机丢弃部分神经元，在每次训练过程中都会有不同的结构，防止模型过于依赖于某些特定的神经元，减少过拟合风险。

5）模型预测。本文采用基于滑动窗口的多轮预测策略，并对重叠时间点上的预测值进行加权平均处理。将待预测的时序数据按照窗口长度和适当的滑动步长进行分段处理，窗口长度与训练设置保持一致，一般满足窗口长度小于待预测的时序长度，形成的每段子序列在输入模型后生成对应的预测结果。由于相邻窗口存在重叠区域，各时间点会获得多个预测值，最终将同一时间点的多个预测值取平均，得到该时间点的最终预测结果。这种方法能够有效提升预测的稳定性和平滑性，且可处理任意有限长度的时序。

2.3 降阶模型构建

降阶模型的构建主要包含时序样本集准备、CPOD 特征提取、SMB-BiLSTM 网络构建与训练以及磁场整合重构等步骤。

1）时序样本集准备。针对三维非线性瞬态磁场问题，构建有限元全阶模型，并通过施加不同的激励波形获取相应的瞬态磁场计算结果。各激励波形的时间序列将作为输入特征，各瞬态磁场计算结果将用于空间节点缩减和构建缩减快照矩阵 $\boldsymbol{X}'$。

2）CPOD 特征提取。基于 2.1 节所述多阶段 K-means 空间节点缩减策略将全局节点划分为节点保留区域与节点简化区域，以此构建缩减快照矩阵 $\boldsymbol{X}'$，并对矩阵 $\boldsymbol{X}'$ 进行 POD 降阶。

3）SMB-BiLSTM 网络构建与训练。使用 2.2 节所述的 SMB-BiLSTM 网络学习包含时序信息的模态系数矩阵 $\hat{\boldsymbol{C}}(t_1,t_2,\cdots,t_n)$：

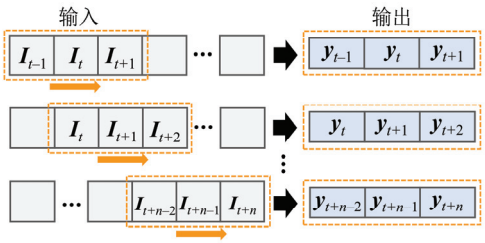


图 4 滑动窗口

Fig.4 Sliding window

$$\hat{\boldsymbol{C}}(t_1,t_2,\cdots,t_n)\approx f_{\text{SMB-BiLSTM}}(\boldsymbol{I}(t_1,t_2,\cdots,t_n),\boldsymbol{\theta}_{\text{SMB-BiLSTM}}) \tag{15}$$

式中：$f_{\text{SMB-BiLSTM}}$ 为由 SMB-BiLSTM 网络构建的非线性映射函数；$\boldsymbol{I}(t_1,t_2,\cdots,t_n)$ 为表示在时间窗口 $(t_1,t_2,\cdots,t_n)$ 的输入时序激励；$\boldsymbol{\theta}_{\text{SMB-BiLSTM}}$ 为网络的权重和偏置项集合。

4）磁场整合重构。将 SMB-BiLSTM 模型输出的各区域时序系数向量，分别与模态矩阵 $\boldsymbol{U}_r'$ 进行线性组合，获得时间窗口 $(t_1,t_2,\cdots,t_n)$ 内预测的节点保留区域的场结果 $\hat{\boldsymbol{X}}'(t_1,t_2,\cdots,t_n)$：

$$\hat{\boldsymbol{X}}'(t_1,t_2,\cdots,t_n)=\boldsymbol{U}_r'\hat{\boldsymbol{C}}(t_1,t_2,\cdots,t_n) \tag{16}$$

通过聚类分析确定节点简化区域的代表性节点，其结果被赋予所在簇内的所有节点，从而实现全域瞬态磁场的预测。

在完成降阶模型构建后，系统将不再依赖 1）和 2），可直接基于降阶模型实现高效预测。该方法适用于百万量级网格节点的工程问题，能够在保持非线性瞬态场的时变特性的同时，大幅减少对计算资源的需求。

3 TEAM 问题数值算例分析

本章选取 TEAM 问题 24 验证所提降阶模型对于非线性瞬态磁场计算的有效性，分析阶跃电压激励下的磁场变化。在后续算法验证中，使用单时间步平均绝对误差 e_{MAE}、单时间步平均相对误差 (mean relative error, MRE) e_{MRE} 作为评估指标，整体误差通过在时间维度上对上述瞬时误差取平均获得。评估指标计算式为：

$$e_{\text{MAE}}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left|x_{t,i}-\hat{x}_{t,i}\right| \tag{17}$$

$$e_{\text{MRE}}=\frac{\left\|\boldsymbol{x}_t-\hat{\boldsymbol{x}}_t\right\|_2}{\left\|\boldsymbol{x}_t\right\|_2}\times 100\% \tag{18}$$

式中：$x_{t,i}$ 和 $\hat{x}_{t,i}$ 分别表示第 t 个时间步、第 i 个节点的全阶 FEM 模型与降阶模型的计算结果；$\boldsymbol{x}_t$ 与 $\hat{\boldsymbol{x}}_t$

分别为测试样本在第 t 个时间步的全阶 FEM 模型与降阶模型的计算结果。算法基于 Python 实现，训练和测试环境为：处理器 Intel core i9-12900K，主频为 3.2 GHz，内存为 64 GB。

3.1 TEAM 24 问题

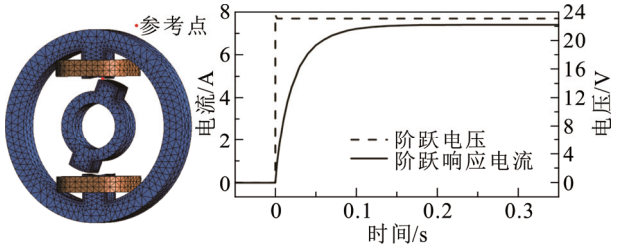
TEAM 24 几何模型由定子和转子部分以及围绕定子磁极的 2 个线圈组成，定转子电导率为 4.54×10^6 S/m，线圈匝数为350匝，轴向长度为25.4 mm。转子安装在非磁性不锈钢转轴上，以 22°的角度固定。TEAM 24 问题的三维结构模型及网格剖分如图 5(a)，模型采用 10 节点四面体单元，共 108 271 个节点，80 106 个单元。阶跃电压与阶跃响应电流波形如图 5(b)。该基准问题可用来测试三维非线性磁场模拟方法的计算效率。

3.2 TEAM 24 降阶模型

对于 TEAM 24 的全阶有限元模型，计算 20 个不同幅值的阶跃电压激励下的瞬态响应。获得各激励下每个时间步的电流值及其对应的磁场解，用于构建神经网络输入特征及缩减快照矩阵。此外，使用全阶模型求解正弦周期内的瞬态响应，涵盖磁路从非饱和过渡至饱和状态的完整过程，所得的瞬态解用于构建聚类样本集。

在多阶段 K-means 空间节点缩减策略中，为确定阈值 ε 范围的合理取值，本文分析了聚类簇数 k 与最小簇内标准差 $\overline{s}_{k,\min}$、空间分辨率比例以及重构精度之间的关系，结果如图 6 所示。

可以看出，随着簇数 k 的增加，空间分辨率比例增加，$\overline{s}_{k,\min}$ 越小，平均误差越低。当 $\overline{s}_{k,\min}>0.1$ ($k=2,3,4$) 时，平均相对误差高达 0.8%~2.6%，此时聚类不够精细，保留的节点无法满足高精度计算；当 $\overline{s}_{k,\min}$ 在 0.05~0.1 区间(k 取 5~9)时，$\overline{s}_{k,\min}$ 已经明显下降，平均相对误差稳定在 0.3%～0.4%，说明模型精度已较高；当最



(a) 几何模型 (b) 阶跃电压与响应电流

图 5 TEAM 24 模型及激励

Fig.5 Simulation model and excitation of TEAM 24

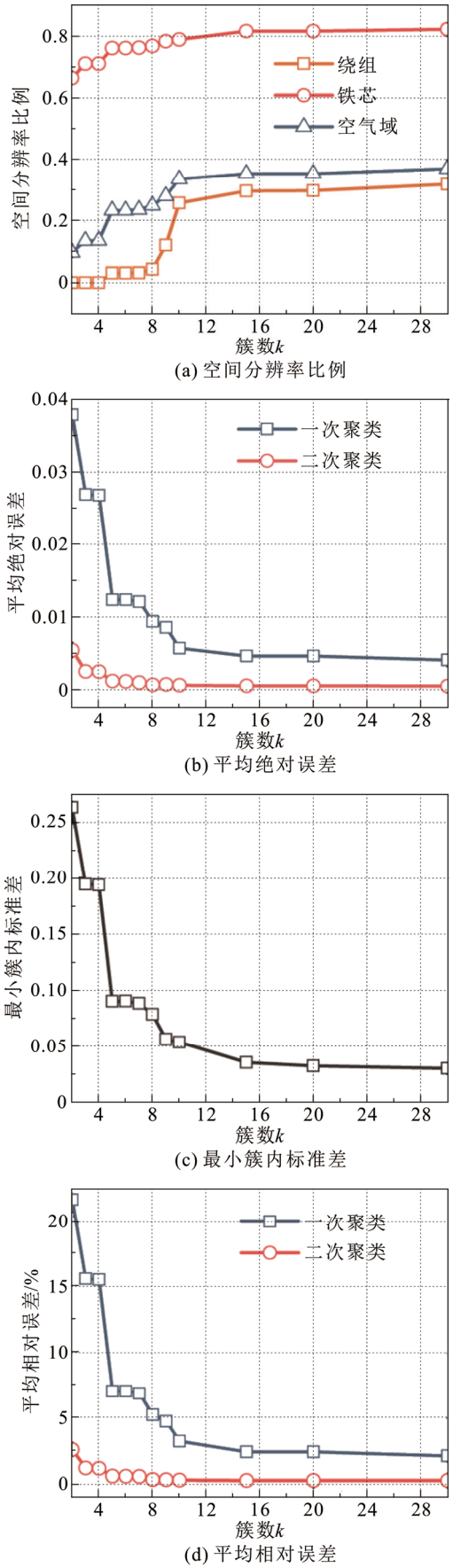


图 6 簇数 k 对聚类性能指标的影响

Fig.6 Impact of cluster number k on clustering performance metrics

$\overline{s}_{k,\min}<0.05$ (k=10)时，虽然误差进一步减小，但簇数增加可引发过拟合。因此，本文选择 ε<0.1 作为一次聚类中簇数选择的参考阈值。

图 7 展示了一次聚类中各簇内标准差及节点数量分布，其中第 3 簇具有最小标准差和最大节点规模，对应求解域中空气与绕组的主体区域，根据聚类结果将第 3 簇作为节点简化区域，其余簇作为节点保留区域。针对节点简化区域，结合图 8 所示的肘部图分析，确定最小聚类簇数为 5。在此基础上对该区域进行二次聚类，提取各子簇的质心节点，并将其加入节点保留区域，以表征其所属子簇参与 POD 计算。最终，基于节点保留区域构建缩减快照矩阵 $\boldsymbol{X}'$，使模型空间节点数量较全局快照矩阵减少 41.28%，缩减后的快照矩阵行数为 63 574 行。

各区域节点分布如图 9 所示，节点保留区域涵盖了定转子铁芯、部分绕组、气隙以及邻近空气域中的关键节点，剔除了对整体性能影响较小的非关键节点。

使用 POD 提取矩阵 $\boldsymbol{X}'$ 的各分量特征，并根据能量占比选取主要模态。图 10 为不同阶数模态的总信息能量占比，为确保各分量能量累积占比达到 99.9%以充分保留数据的主要特征，最终确定的各分量模态截断阶数分别为：3、3、8。通过提取每个时间步电流值对应的各分量模态系数向量，构建时序特征数据集，作为 SMB-BiLSTM 的样本数据，用于实现模型训练与瞬态磁场预测。

SMB-BiLSTM 模型以时序电流波形为输入特征，各分量的时序模态系数向量为输出特征。本文对网络结构配置包括滑动窗口长度、BiLSTM 层数和隐藏状态维度，超参数包括学习率、批量大小、Dropout 率进行优化选取。图 11 为不同网络结构配置下的损失值分布散点图。

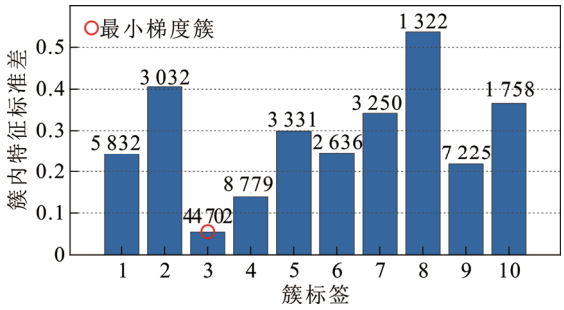


图 7 各簇特征标准差对比

Fig.7 Comparison of standard deviation in clusters

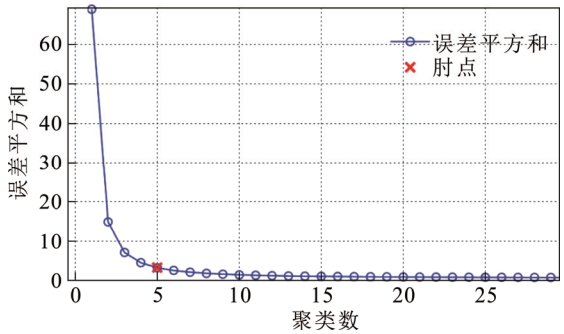


图 8 二次聚类肘部图

Fig.8 Elbow diagram of secondary clustering

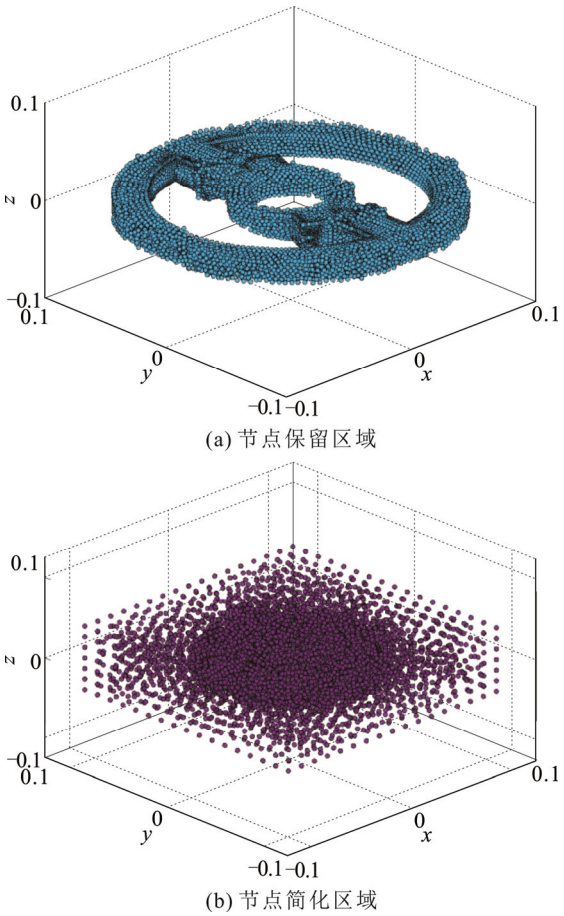


图 9 各区域节点分布

Fig.9 Distribution of nodes in various regions

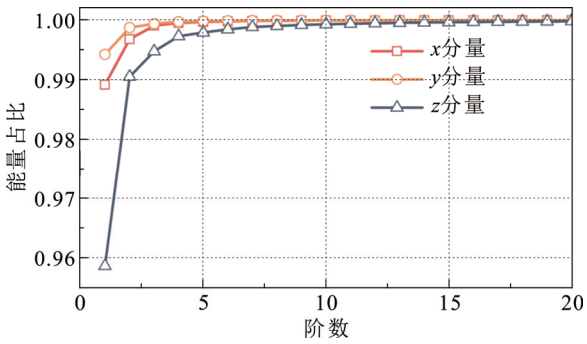


图 10 信息能量占比

Fig.10 Proportion of information energy

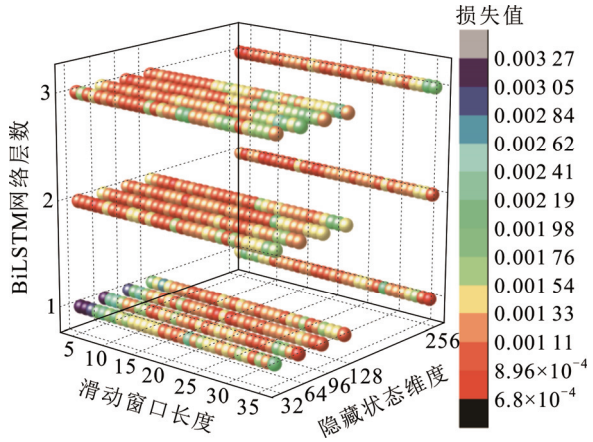


图 11 不同网络结构配置下的损失值分布

Fig.11 Loss comparison of different network configurations

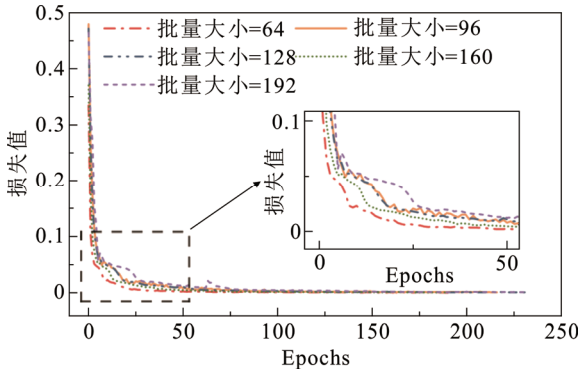


图 12 不同批量大小的损失对比

Fig.12 Loss comparison of different batch sizes

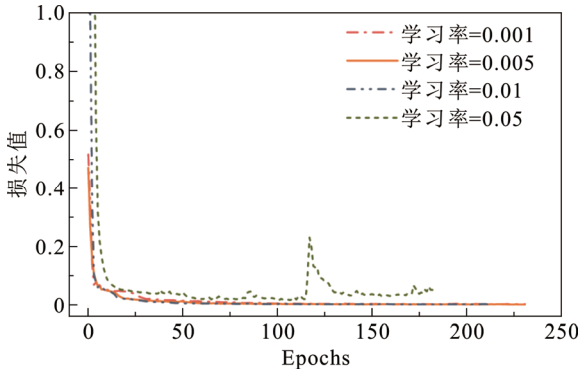


图 13 不同学习率的损失对比

Fig.13 Loss comparison of different learning rates

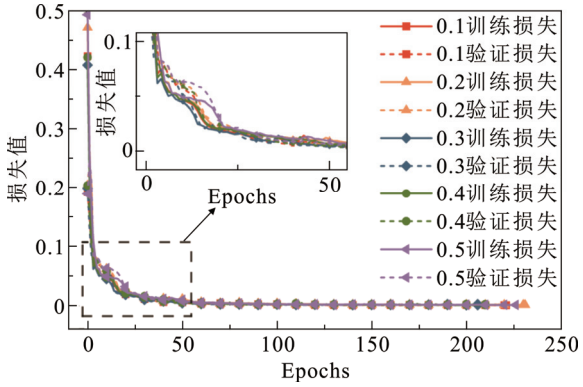


图 14 不同 Dropout 率的各损失对比

Fig.14 Loss comparison of different Dropout rates

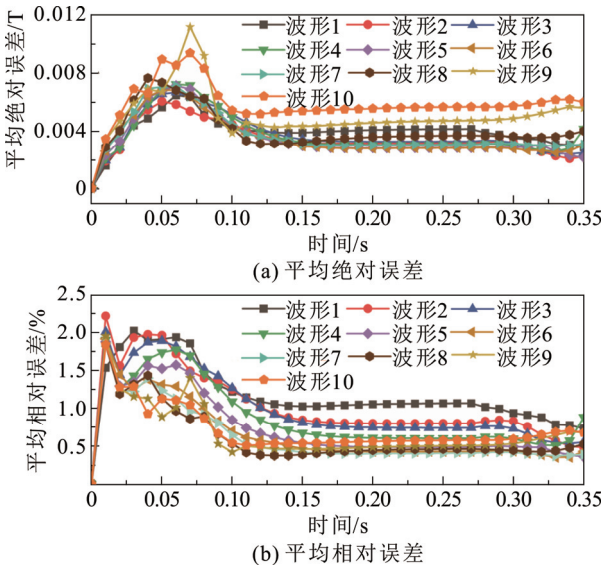
在网络层数为 2、滑动窗口长度为 5~20 时，基本能保证较好预测性能，滑动窗口长度和网络层数对模型性能影响较大。最终，设置滑动窗口长度为 9，滑动步长为 1，网络层数为 2，隐藏状态维度为 256。在不打乱时序数据顺序的前提下，滑动窗口在时序数据集上按固定步长移动，每次截取固定长度的时序片段作为样本。每一个时间窗口内的数据均来自同一个电压激励下的电流响应。最终从时序数据集中提取共计 560 个样本，按 7:2:1 的比例划分训练集、验证集和测试集。

不同批量大小、学习率和 Dropout 率下的损失值收敛情况对比见图 12—图 14，其中横坐标 Epoch 表示遍历一次全数据集的训练轮次。最终，设置批量大小为 160、学习率为 0.005、Dropout 率为 0.1。在网络模型构建完成后，即可对新时序电流的时序模态系数向量进行预测，再将预测结果与保留的各阶模态线性组合可实现瞬态磁场的快速计算。

3.3 结果分析

为验证模型的有效性，使用所提降阶模型计算 TEAM 24 中 10 组不同阶跃电压下的瞬态过程(不包含在时序数据集中)，并与全阶模型计算结果进行对比。本文对降阶模型的计算准确度进行分析，图 15 展示了在 10 组不同激励波形条件下，全阶有 FEM 模型与降阶模型计算所得磁通密度分布的平均绝对误差及平均相对误差。整体来看，磁密分布的最大平均绝对误差为 0.011 T，最大平均相对误差为 2.21%。随电流增大，铁芯会经历从初始磁化阶段到接近磁饱和阶段的变化。在初始磁化阶段，磁场强度逐渐增强导致磁导率呈现显著的非线性变化特征，此阶段降阶模型的计算误差相对较大。相比之下，当铁芯接近磁饱和状态时，材料磁特性变化趋于平稳，模型预测精度显著提高。在非线性明显的初始磁化阶段，计算模型的相对误差仍能控制在 1.0%左右，表明现有模型对不同磁化阶段都具有良好的表征能力。

对 TEAM 24 问题中施加阶跃电压 23.1 V 的磁场降阶结果进行可视化，同时对比了参考点处的磁



(a) 平均绝对误差

(b) 平均相对误差

图 15　10 组波形激励下降阶模型的计算误差

Fig.15　Calculation error of reduced order model under 10 excitation waveforms

通密度随时间的变化。图 16 和图 17 分别为 0.02 s 和 0.3 s 的全阶 FEM 模型计算结果 B_{FEM} 与降阶模型计算结果 B_{ROM}。表明降阶模型与全阶模型计算的磁密分布具有良好的一致性。特别是在 0.02 s，定子铁芯边角处磁密略高，同时铁芯表面因涡流和集肤效应呈现较高的磁密分布。

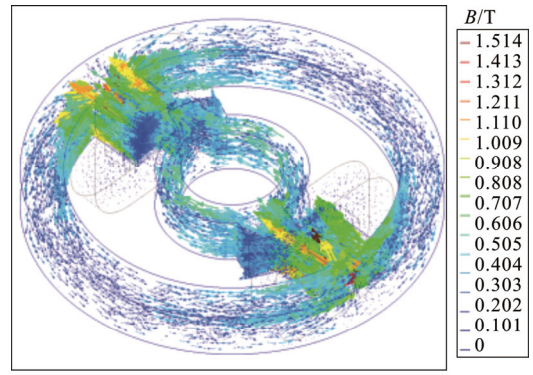
图 18 为全阶 FEM 模型与所提降阶模型在参考点(位于气隙)处计算的磁通密度随时间变化曲线，模型计算结果的最大绝对误差不超过 0.01 T。

为直观对比所提降阶模型的性能，本文额外构建了 POD-LSTM、CPOD-LSTM 和 POD-CNN 模型。表 1 汇总了各模型的构建时间、处理长度为 36 的电流序列所需的计算时间、加速比及整体平均相对误差。其中，模型构建时间为特征提取阶段和网络训练阶段的总用时，网络训练阶段包括超参数优化和模型训练。TEAM 24 样本集的计算时间为 13.3 h。为准确评估各网络的训练效率，对每个网络架构均独立运行 3 次完整的训练流程，取算数平均值为最终训练时间。

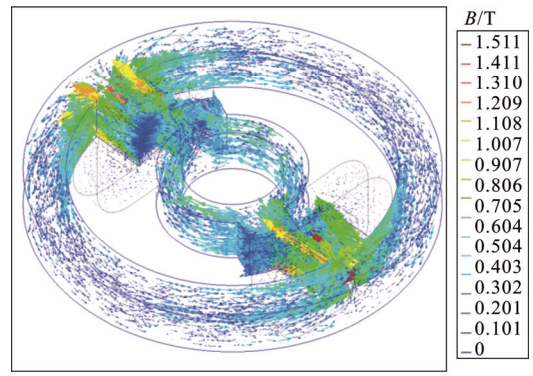
将 FEM 模型计算时间 T_{FEM} 与降阶模型计算时间 T_{ROM} 之比定义为模型的加速比 S_{p}：

$$S_{\mathrm{p}} = \frac{T_{\mathrm{FEM}}}{T_{\mathrm{ROM}}} \tag{19}$$

表 2 为分别使用 CPOD 与传统 POD 作为 TEAM 24 问题的特征提取方法的对比分析。结果表明，所提降阶模型在计算速度、精度及存储需求方面均有



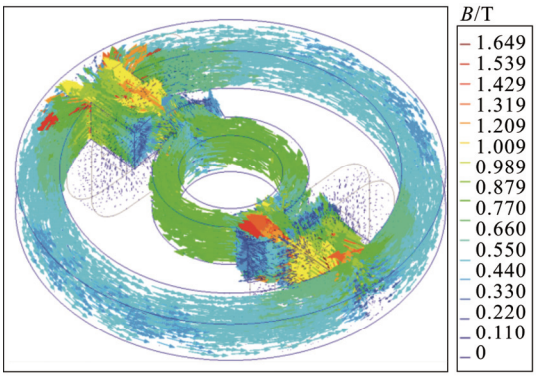
(a) B_{FEM}



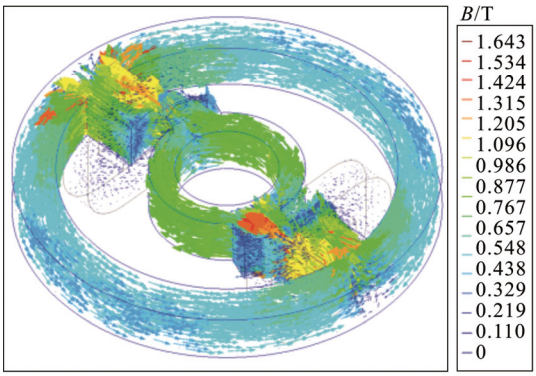
(b) B_{ROM}

图 16　0.02 s 磁通密度分布

Fig.16　Distribution of magnetic flux density at 0.02 s



(a) B_{FEM}



(b) B_{ROM}

图 17　0.3 s 磁通密度分布

Fig.17　Distribution of magnetic flux density at 0.3 s

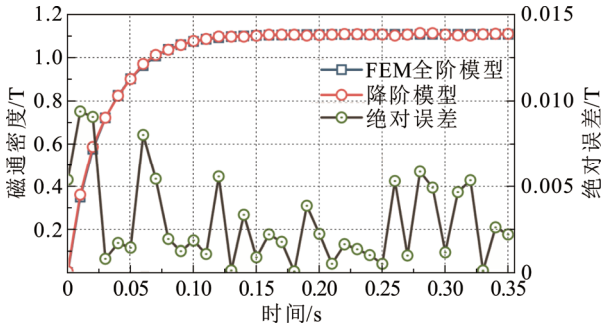


图 18 参考点处磁通密度对比

Fig.18 Comparison of magnetic flux density at reference points

明显优势。虽然当前十万级节点规模下的内存和存储优势相对有限，但随着节点规模扩大，方法优越性将更加凸显。

4 变压器应用实例

4.1 快速计算模型构建

本章对 1 台 1 000 kVA 非晶合金变压器进行空载磁场分析。变压器高压侧额定电压为 10 kV，低压侧额定电压为 0.4 kV，高低压匝数比为 591/13，额定频率为 50 Hz。图 19(a)为变压器铁芯及绕组的模型及网格剖分情况，共 1 487 307 个节点，1 113 408 个单元。图 19(b)为非晶合金材料 B-H 曲线。

本文通过 FEM 模型计算了变压器在不同工况下的瞬态响应，分别建立了基础工况(空载运行)和非正常复杂工况(工频过电压、直流偏磁)的变压器数据库。这些运行工况会因铁芯非线性特性导致磁饱和，从而显著改变变压器磁场的空间分布特征。其中，空载运行工况的激励电压幅值为额定电压的 0.5~1.2 倍；工频过电压工况为额定电压的 1.0~1.6 倍；直流偏磁工况的直流分量为 1~10 A。本文提取每个时间步的三相电流值及相应的磁场解，分别用作神经网络模型的输入特征以及快照矩阵的构建数据。

该模型包含百万级网格节点，若采用传统 POD 法直接构建全局快照矩阵进行特征提取，将带来较大的计算负担。因此，本文基于 CPOD 法对变压器瞬态磁场进行特征提取。其中，经多阶段 K-means 空间节点缩减够构建的快照矩阵行数为504 308 行，较全局快照矩阵行数减少 66.09%，各区域节点分布如图 20 所示。该阶段基础工况保留各分量模态阶数为 5、6、5，非正常复杂工况保留模态阶数为 7、14、5。

表 1 TEAM 24 各降阶模型性能对比

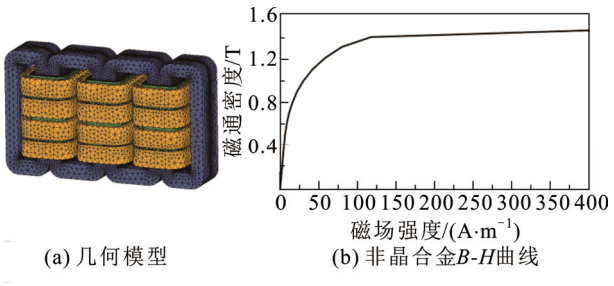
Table 1 Performance comparison of ROM for TEAM 24

模型	构建时间/s	计算时间/s	加速比	平均相对误差/%
FEM 模型	—	1 596	—	—
所提降阶模型	2 533.12	0.08	19 950	0.79
POD-LSTM	6 242.27	0.09	17 733	1.82
CPOD-LSTM	6 138.23	0.08	19 950	1.93
POD-CNN	4 604.05	2.43	656.71	5.69

表 2 TEAM 24 模型 CPOD 与传统 POD 对比

Table 2 Comparison between CPOD and traditional POD for TEAM 24

指标	CPOD	传统 POD
分解计算时间/s	1.57	4.17
存储空间/MB	468	1 080



(a) 几何模型 (b) 非晶合金*B-H*曲线

图 19 变压器模型及 B-H 曲线

Fig.19 Transformer model and B-H curve

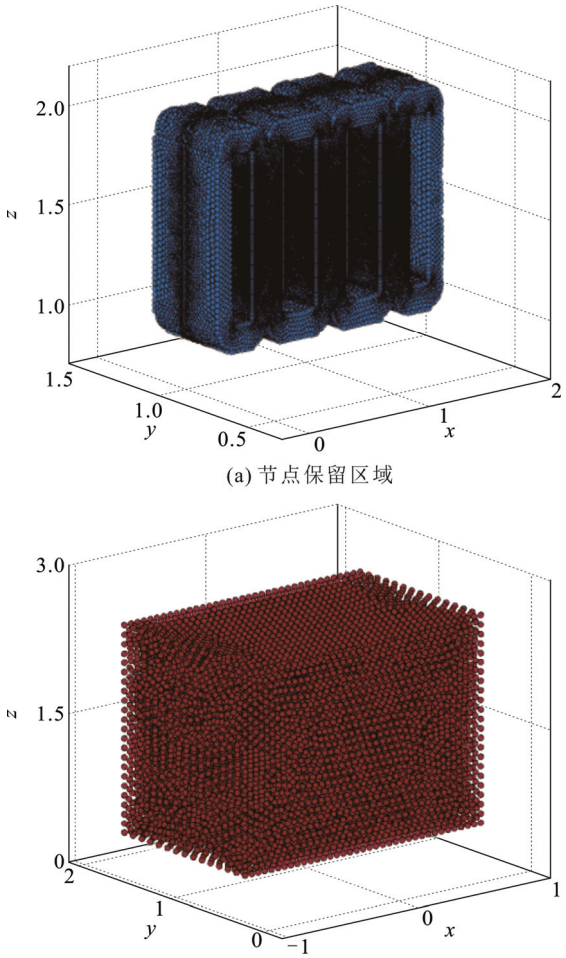
在模态系数向量预测阶段，采用贝叶斯优化获取网络的最佳超参数及网络配置。基础工况下，设置网络滑动窗口长度为 5，BiLSTM 层数为 2，隐藏状态大小为 128；批量大小为 128，学习率 0.007，Dropout 率 0.4。非正常工况下，设置网络滑动窗口长度为 27，BiLSTM 层数为 3，隐藏状态大小为 160；批量大小为 160，学习率 0.002，Dropout 率 0.3。

为系统评估 SMB-BiLSTM 网络在应对非正常复杂工况下的准确性与适用性，本文采用平均绝对误差 E_{abs}、均方误差 E_{sq} 和拟合优度(R-Square, R^2)作为评价指标，并与传统 LSTM 和 CNN 网络进行对比。各项指标计算式如下：

$$E_{\text{abs}}=\frac{1}{S}\sum_{i=1}^{S}|\hat{y}_i-y_i| \tag{20}$$

$$E_{\text{sq}}=\frac{1}{S}\sum_{i=1}^{S}(\hat{y}_i-y_i)^2 \tag{21}$$

$$R^2=1-\frac{\sum_{i=1}^{S}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{S}(y_i-\bar{y})^2} \tag{22}$$



(a) 节点保留区域

(b) 节点简化区域

图 20　各区域节点分布

Fig.20　Distribution of nodes in various regions

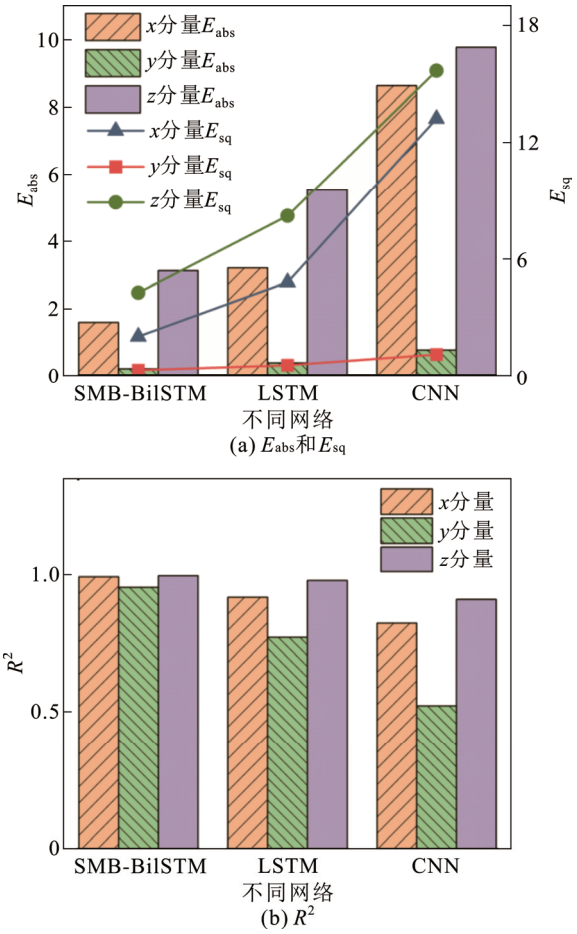


图 21　不同网络评价指标对比

Fig.21　Comparison of evaluation indicators for different networks

式中：S 为测试集的样本数；$\hat{y}_i$ 为表示网络模型计算的第 i 个值；y_i 为测试集的第 i 个真实值，即各分量模态系数向量；$\bar{y}$ 为测试集真实值的平均值。所有网络模型评估指标均基于反归一化后的预测值与真实值进行计算。图 21 为不同网络的评价指标对比，所提 SMB-BiLSTM 网络在各分量模态系数向量的预测中的 E_{abs} 和 E_{sq} 皆最小，R^2 最接近于 1，显示出更好的预测效果。

图 22 绘制了非正常复杂工况下的所提网络的损失值收敛曲线，图中训练集和验证集的损失值在初期快速收敛，后期稳定维持在较低水平，表明模型训练效果良好且未出现过拟合。

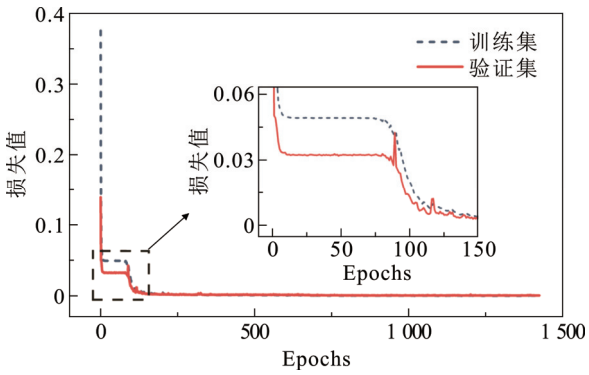


图 22　损失函数收敛曲线

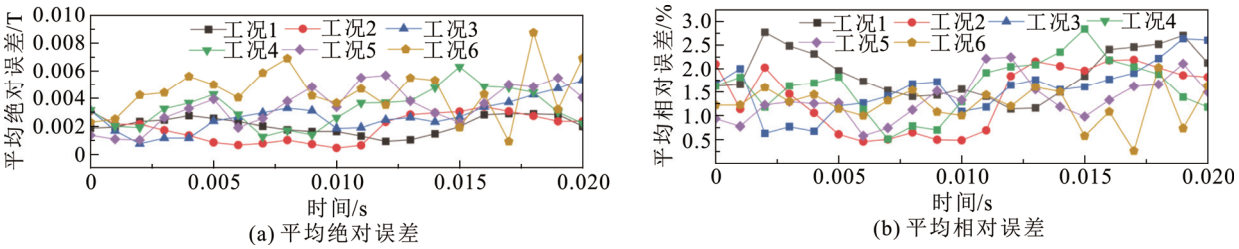
Fig.22　Convergence curve of loss function

4.2　结果分析

4.2.1　基础工况计算结果

本文计算了 6 组基础测试工况的变压器瞬态磁场分布。图 23 为降阶模型与全阶 FEM 模型在 6 组测试工况下的计算误差，最大平均绝对误差为 0.008 7 T，最大平均相对误差为 2.83%。

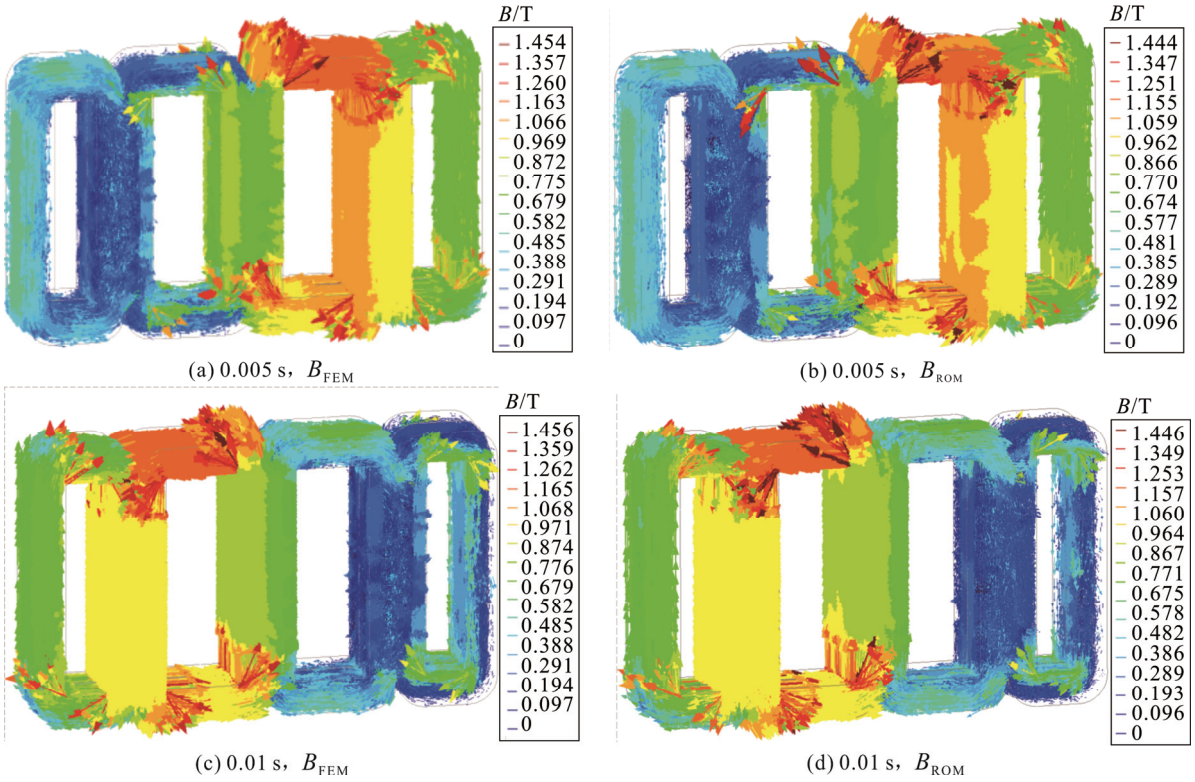
本文以测试工况 4，98%额定电压下的空载电流波形作为输入波形，对相应的磁场分布进行可视化。图 24 为变压器在 0.005 s 和 0.01 s 时刻的磁场分布。可以看出，两个模型的瞬态磁场变化和铁芯各部分的饱和程度基本一致。



(a) 平均绝对误差 (b) 平均相对误差

图 23 6 组测试工况下降阶模型的计算误差

Fig.23 Calculation error of reduced order model under 6 test conditions



(a) 0.005 s，B_{FEM} (b) 0.005 s，B_{ROM}

(c) 0.01 s，B_{FEM} (d) 0.01 s，B_{ROM}

图 24 测试工况 4 下的磁通密度分布

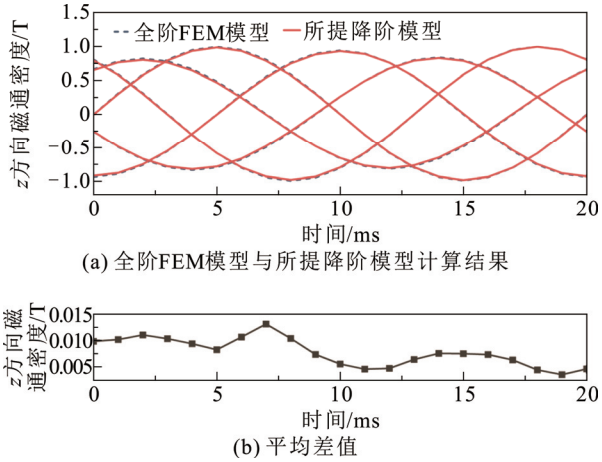
Fig.24 Magnetic flux density distribution under test condition 4

图 25 为测试工况 4 下，变压器铁芯 A、B、C 三相心柱及两个边柱的几何中心点处的瞬态磁通密度波形。可以看出，所提降阶模型计算结果与全阶 FEM 模型计算结果基本一致，各铁芯柱的主磁通密度波形保持为正弦波形。

4.2.2 复杂工况计算结果

本文建立了适用于过电压和直流偏磁等非正常工况的降阶模型，通过对多种测试工况下瞬态磁场分布的计算，验证其与全阶 FEM 模型计算结果的一致性。

图 26 为 1.27 倍过电压和 1.47 倍过电压的电流波形。在过电压工况下，铁芯磁通随初级绕组电压的升高而增大。当磁通超过饱和点时，电流会呈现明显的高幅值尖峰波形，在 1.47 倍过电压的情形下，



(a) 全阶FEM模型与所提降阶模型计算结果

(b) 平均差值

图 25 测试工况 4 下参考点处的磁通密度对比

Fig.25 Comparison of magnetic flux density at reference point under test condition 4

这种现象更为突出。图 27 展示了相应情况下的 B 相主磁通密度波形。当电压增加时，主磁通密度仍基本保持随时间近似正弦变化的规律，由于饱和程度加深，其幅值增大。其中，最大绝对误差为 0.016 T，最大相对误差为 2.89%。

图 28 为直流偏磁工况下的次级绕组电流波形，中性点流入的直流偏置量为 2.2 A 和 5.2 A。可以看出，直流分量增大时，相电流波形呈现明显不对称性，正半周幅值减小，负半周幅值增大。5.2 A 时负半周波形顶部出现明显尖峰。图 29 为相应情况下的 B 相主磁通密度波形。随着直流分量增大，主磁通密度呈现明显的工作点偏移，正负半周幅值不对称度显著增加，全阶 FEM 模型与降阶模型的计算结果基本重合。

本文所提降阶模型在空载运行、过电压和直流偏磁复杂工况下均表现出良好的计算精度，平均相

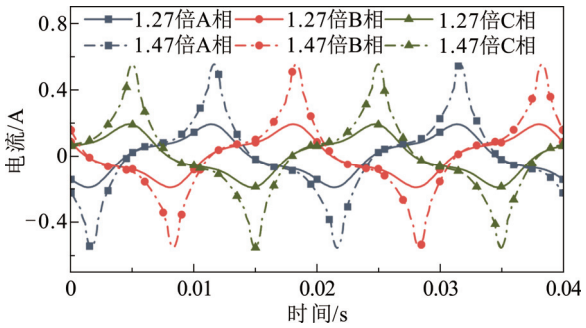


图 26 过电压电流波形

Fig.26 Overvoltage current waveforms

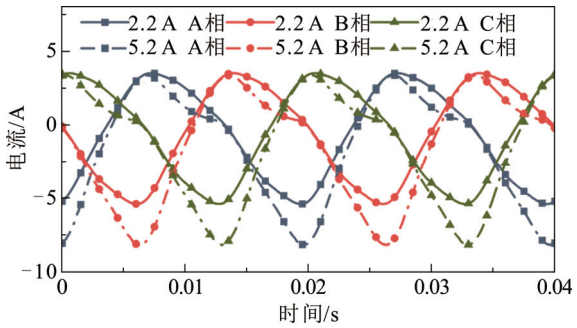


图 28 直流偏磁下的电流波形

Fig.28 Current waveforms under DC bias

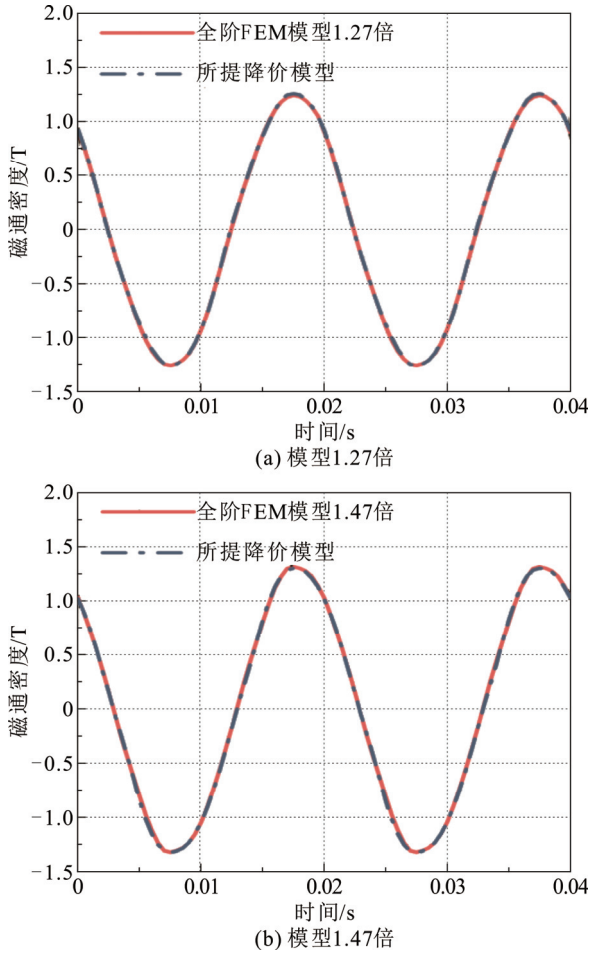


图 27 过电压主磁通密度

Fig.27 Main magnetic flux density of overvoltage

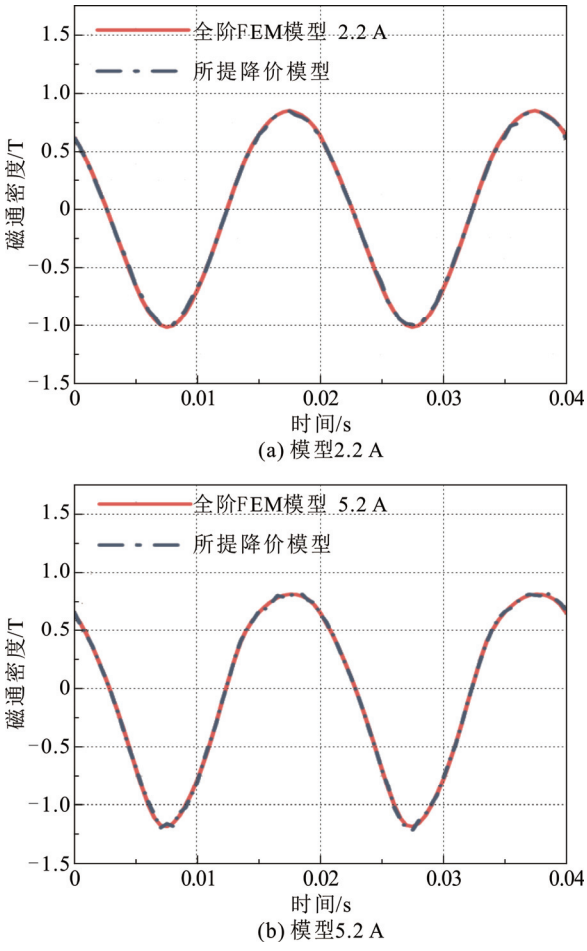


图 29 直流偏磁下的主磁通密度

Fig.29 Main magnetic flux density under DC bias

对误差为 1.72%。表 3 和表 4 分别展示了各模型的性能对比，以及采用 CPOD 与传统 POD 方法在计算时间和存储空间上的差异。结果表明，本文所提降阶模型在模型构建阶段用时最短，并在保持较低平均相对误差的同时，达到了极高的加速比。其主要原因是 CPOD 方法有效缩短了特征提取所需时间，而 SMB-BiLSTM 网络更适用于三维瞬态问题的预测。由表 4 可见，与 POD 方法相比，CPOD 方法在分解计算时间上缩短了 76.21%，存储空间减少了 66.13%。

表 3 变压器各降阶模型性能对比

Table 3 Performance comparison of reduced order model for transformer

模型	构建时间/s	计算时间/s	加速比	平均相对误差/%
FEM 模型	—	54 720	—	—
所提降阶模型	4 702.85	0.37	147 891	1.72
POD-LSTM	7 655.35	0.23	237 913	5.12
CPOD-LSTM	5 316.51	0.37	147 891	5.46
POD-CNN	8 259.55	11.95	4 579	10.84

表 4 变压器模型 CPOD 与传统 POD 对比

Table 4 Comparison between transformer model CPOD and traditional POD

指标	CPOD	传统 POD
分解计算时间/s	7.26	30.47
存储空间/MB	3 151.50	9 304.32

5 结论

本文提出一种基于聚类增强 POD 与时步级多分支 Bi-LSTM 网络降阶的三维非线性瞬态磁场快速计算方法。通过标准问题和变压器实例验证了所提方法的有效性，得出结论如下：

1）本文提出的 CPOD 特征提取方法基于多阶段 K-means 空间节点缩减策略，根据多特征指标，将全局节点分为节点保留区域和节点简化区域，并提取节点简化区域的数个质心表征所属簇的其他节点，与节点保留区域一同参与 POD 计算。该方法能够在优化 POD 输入数据结构的同时，降低大规模电工设备快速计算模型构建时的数据存储需求和计算成本。

2）本文基于三维瞬态磁场特性，提出了一种时步级多分支 Bi-LSTM 网络模型，用于预测新激励波形对应的模态时序系数向量。该模型在每个 LSTM 单元输出隐藏状态后连接相互独立的全连接层分支，为每种特征单独创建一个处理路径，能够在精确表征各磁场分量独立特性变化的同时，保持原始瞬态场的时序演化规律，适用于时序性多特征的预测问题。此外，本文通过早停策略和 Dropout 技术避免模型过拟合，并在预测阶段使用滑动窗口的多轮预测策略，可处理任意有限长度的时序。

3）所提降阶模型使用 CPOD 方法进行特征提取，获得各阶模态与时序系数向量，并将截断后的低维时序系数向量作为 SMB-BiLSTM 模型的输入。相较于直接采用神经网络处理高维节点数据的数据驱动方法，本方法显著减少了网络训练时间和计算成本。与传统 POD 结合插值代理模型的方法相比，该方法无需依赖大量的插值计算，并且能够学习时序关系，在处理大规模瞬态磁场问题时更具优势。

4）本研究通过 TEAM 标准问题和实际变压器案例对所提模型降阶方法进行了验证。计算结果表明，降阶模型与全阶 FEM 模型相比，2 个算例的平均相对误差分别为 0.79%和 1.72%。为进一步评估模型性能，本文还与多种降阶模型进行了对比分析，结果表明所提方法在瞬态预测精度方面具有显著优势。在模型构建用时和存储需求方面，所提降阶模型的构建时间最短，存储需求较传统 POD 法减少超过 50%，且 2 个算例的多时步计算时间与全阶 FEM 模型相比，加速比分别达到 19 950 和 147 891，非常适用于对响应速度和计算效率要求较高的场景。

参考文献 References

[1] 杨 帆，吴 涛，廖瑞金，等. 数字孪生在电力装备领域中的应用与实现方法[J]. 高电压技术，2021，47(5)：1505-1521.
YANG Fan, WU Tao, LIAO Ruijin, et al. Application and implementation method of digital twin in electric equipment[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(5): 1505-1521.

[2] 廖瑞金，罗 豪，成 立，等. 面向数字孪生变压器的计算机辅助运维(CAM+)构架与关键技术[J]. 高电压技术，2024，50(3)：924-940.
LIAO Ruijin, LUO Hao, CHENG Li, et al. Computer aided maintenance (CAM+) framework and key technologies towards digital twin transformers[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(3): 924-940.

[3] 薛邵锴，秦文萍，张东霞，等. 基于模型数据混合驱动的大规模双馈风电场并网数字孪生建模[J]. 高电压技术，2024，50(3)：1025-1033.
XUE Shaokai, QIN Wenping, ZHANG Dongxia, et al. Digital twin modeling for grid-connected large-scale doubly fed wind farms based on model-data hybrid drive[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(3): 1025-1033.

[4] ZHU X S, WANG Y Y, MENG R X, et al. Fast electrothermal coupling calculation method for supporting digital twin construction of electrical equipment[J]. High Voltage, 2023, 8(2): 390-400.

[5] 刘云鹏，刘一瑾，刘 刚，等. 电力变压器智能运维的数字孪生体构想[J]. 中国电机工程学报，2023，43(22)：8636-8651.
LIU Yunpeng, LIU Yijin, LIU Gang, et al. Digital twin conception of intelligent operation and maintenance of power transformer[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(22): 8636-8651.

[6] 任卓翔，闫 帅，陈志福，等. 电工装备低频电磁仿真中若干关键问题研究现状及趋势[J]. 高电压技术，2024，50(3)：905-923.
REN Zhuoxiang, YAN Shuai, CHEN Zhifu, et al. State of the art and trend of several key issues in low frequency electromagnetic simulation of electrical equipment[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(3): 905-923.

[7] KHAN M F I, HOSSAIN Z, HOSSEN A, et al. High-fidelity reconstruction of 3D temperature fields using attention-augmented CNN autoencoders with optimized latent space[J]. IEEE Access, 2024, 12(1): 188307-188324.

[8] 倪子瞻，盛戈皞，张立静，等. 基于多物理场仿真和神经网络算法相结合的油浸式变压器热点温度动态反演方法[J]. 高电压技术，2023，49(6)：2466-2477.
NI Zizhan, SHENG Gehao, ZHANG Lijing, et al. Dynamic inversion method of hot spot temperature of oil-immersed transformer based on combination of multiphysics simulation and neural network algorithm[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(6): 2466-2477.

[9] 张宇娇，赵志涛，徐　斌，等. 基于 U-net 卷积神经网络的电磁场快速计算方法[J]. 电工技术学报，2024，39(9)：2730-2742.
ZHANG Yujiao, ZHAO Zhitao, XU Bin, et al. Fast calculation method of electromagnetic field based on U-net convolutional neural network[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2024, 39(9): 2730-2742.

[10] 刘云鹏，高艺倩，刘　刚，等. 基于 U-net 神经网络的油浸式变压器绕组流-热耦合快速计算[J]. 中国电机工程学报，2024，44(7)：2897-2909.
LIU Yunpeng, GAO Yiqian, LIU Gang, et al. Fast calculation of flow-thermal coupling model of oil-immersed transformer windings based on u-net neural network[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(7): 2897-2909.

[11] 刘云鹏，高艺倩，刘　刚，等. 基于 U-net 神经网络的 35 kV 油浸式变压器绕组温度快速计算[J]. 高电压技术，2024，50(6)：2716-2725.
LIU Yunpeng, GAO Yiqian, LIU Gang, et al. Fast calculation of 35 kV oil-immersed transformer winding temperature based on U-net neural network[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(6): 2716-2725.

[12] 司马文霞，孙佳琪，杨　鸣，等. 计及铁心非线性的变压器空间动态磁场加速计算方法[J]. 电工技术学报，2025，40(5)：1559-1574.
SIMA Wenxia, SUN Jiaqi, YANG Ming, et al. Accelerated calculation method of space dynamic magnetic field of transformer considering core nonlinearity[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2025, 40(5): 1559-1574.

[13] 赵庆贤，刘云鹏，刘　刚，等. 基于 POD-DNN 降阶模型的油浸式变压器绕组稳态温升快速计算方法[J]. 中国电机工程学报，2025，45(6)：2423-2436.
ZHAO Qingxian, LIU Yunpeng, LIU Gang, et al. Fast calculation of steady temperature rise of oil-immersed transformer windings based on POD-DNN reduced order model[J]. Proceedings of the CSEE, 2025, 45(6): 2423-2436.

[14] PENG Q J, ZHENG Z Z, ZHU H W, et al. Magnetic field simulation of reactor based on deep neural networks[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2023, 38(3): 2224-2227.

[15] 蒋耀林. 模型降阶方法[M]. 北京：科学出版社，2010.
JIANG Yaolin. Model reduction methods[M]. Beijing, China: Science Press, 2010.

[16] 荆澜涛，董雪情，杨　超，等. 面向数字孪生应用的变压器温度场有限元降阶建模方法研究[J]. 高电压技术，2023，49(6)：2408-2419.
JING Lantao, DONG Xueqing, YANG Chao, et al. Research on finite element reduced order modeling method of transformer temperature field for digital twin application[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(6): 2408-2419.

[17] 王青于，楚智霖，程建伟，等. 换流变阀侧套管极性反转暂态电场模型降阶[J]. 高电压技术，2023，49(6)：2420-2431.
WANG Qingyu, CHU Zhilin, CHENG Jianwei, et al. Reduced order model of polarity reversal transient electric field of converter transformer valve-side bushing[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(6): 2420-2431.

[18] DELAGNES T, HENNERON T, CLENET S, et al. Comparison of hyper-reduction methods combined with POD: model order reduction of a squirrel cage induction machine in nonlinear case[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2024, 60(6): 7402010.

[19] 刘　刚，胡万君，郝世缘，等. 包含快照选择策略的 POD-QDEIM 油浸式变压器绕组瞬态温升降阶算法研究及其实验验证[J]. 中国电机工程学报，2024，44(12)：4998-5010.
LIU Gang, HU Wanjun, HAO Shiyuan, et al. Research and experimental verification of POD-QDEIM algorithm for transient temperature rise and reduced order of oil immersed transformer windings with snapshot selection strategy[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(12): 4998-5010.

[20] CHI C, YANG F, REN Z X. Reduced order model based on combined POD/LDEIM-Q for nonlinear thermoelectric coupling[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2022, 58(9): 7402304.

[21] HASAN M D R, MONTIER L, HENNERON T, et al. Stabilized reduced-order model of a non-linear eddy current problem by a gappy-POD approach[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2018, 54(12): 8001808.

[22] 刘禹彤，任自艳，迟连强，等. 基于自适应模型降阶的三维非线性磁场快速计算方法[J]. 电工技术学报，2025，40(1)：1-12.
LIU Yutong, REN Ziyan, CHI Lianqiang, et al. Fast calculation method of 3D nonlinear magnetic field based on adaptive model order reduction[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2025, 40(1): 1-12.

[23] LI R Y, CHENG P, LAN H. Surrogate modeling of field performance analysis and optimization via hierarchical proper orthogonal decomposition and adaptive sampling radial basis function[J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2024, 10(4): 7695-7708.

[24] 张重远，刘迪程，高成龙，等. 基于 Twin Builder 的 110 kV 油浸式变压器 3 维磁场降阶模型及损耗分析[J]. 高电压技术，2024，50(3)：941-951.
ZHANG Zhongyuan, LIU Dicheng, GAO Chenglong, et al. Three-dimensional magnetic field model order reduction and loss analysis of 110 kV oil-immersed transformer based on twin builder[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(3): 941-951.

[25] 杨　帆，张潋镪，何永胜，等. 基于场量梯度的快照分区 POD 降阶计算方法[J]. 高电压技术，2025，51(1)：31-39.
YANG Fan, ZHANG Lianqiang, HE Yongsheng, et al. Snapshot partition POD order reduction calculation method based on field gradient[J]. High Voltage Engineering, 2025, 51(1): 31-39.

[26] 冯　凯，贺东风，徐安军，等. 基于 Kmeans-BP 神经网络的 KR 工序终点铁水硫含量预测模型[J]. 工程科学学报，2023，45(7)：1187-1193.
FENG Kai, HE Dongfeng, XU Anjun, et al. End sulfur content prediction method of molten iron in KR based on Kmeans–BP neural network[J]. Chinese Journal of Engineering, 2023, 45(7): 1187-1193.

[27] 范志远，杜　江. 基于相关变分模态分解和 CNN-LSTM 的变压器油中溶解气体体积分数预测[J]. 高电压技术，2024，50(1)：263-273.
FAN Zhiyuan, DU Jiang. Prediction of dissolved gas volume fraction in transformer oil based on correlation variational mode decomposition and CNN-LSTM[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(1): 263-273.



刘禹彤
1995—，女，博士生
研究方向为电磁场理论及数值计算模型降阶技术
E-mail: xrdsliu@163.com

LIU Yutong
Ph.D. candidate



任自艳(通信作者)
1982—，女，博士，教授，博导
研究方向为电工装备的优化设计算法及电磁场数值分析与计算等
E-mail: zyren@sut.edu.cn

REN Ziyan
Ph.D., Professor
Corresponding author

收稿日期　2025-05-30　在线出版日期　2025-08-20　　编辑　卫李静