引文格式：王宇翔,沈月千,臧光勇,等. 基于二重积分的滑坡量计算方法研究[J]. 地理空间信息, 2024, 22(10): 91-95. doi:10. 3969/j.issn. 1672-4623.2024.10.022

基于二重积分的滑坡量计算方法研究

王宇翔[1,2]，沈月千[1,2*]，臧光勇[1]，杨　旭[1]
（1. 江苏省地质工程环境智能监控工程研究中心，江苏 南京 210041；2. 河海大学 地球科学与工程学院，江苏 南京 211100）

摘　要：近年来高速发展的激光雷达技术为滑坡监测提供了新的思路，DEM 比较法将格网内的点归算至同一高程面，导致获取的滑坡量不够准确。为解决这一问题，提出一种基于二重积分的滑坡量计算方法。首先利用 ICP 算法对不同时期的点云进行配准，然后将滑坡区域体素化，以体素为单元，通过主成分分析方法计算各体素内不同测期点云的法向量和拟合平面，最后利用拟合函数通过二重积分计算各体素内的体积变化量。以两期滑坡点云为例进行实验分析，分别采用 0.5、1、1.5、2 m 分辨率进行测试分析，实验结果表明，所提方法相比于 DEM 比较法计算的误差在上述分辨率情况下分别减少了 150、153、69、142 m^3，为同类应用提供了理论基础和应用参考。

关键词：激光雷达；滑坡；体素；主成分分析；二重积分
中图分类号：P231.12　　**文献标志码：**B　　**文章编号：**1672-4623（2024）10-0091-05

Research on the Calculation Method of Landslide Volume Using Double Integration

WANG Yuxiang[1,2], SHEN Yueqian[1,2], ZANG Guangyong[1], YANG Xu[1]
(1. Jiangsu Geological Engineering Environment Intelligent Monitoring Engineering Research Center, Nanjing 210041, China;
2. School of Earth Sciences and Engineering, Hohai University, Nanjing 211100, China)

Abstract: The LiDAR technology has been developed rapidly in recent years, which provides new ideas for landslide monitoring. The use of DEM comparison method to adjust the points within the grid to the same elevation may result in less accurate measurement of landslide volume. To address this issue, we proposed a landslide volume calculation method using double integration. Firstly, we used ICP algorithm to register the point clouds between different epochs. And then, the landslide area was voxelized using predefined voxel size. Taking the voxel as the unit, we used PCA to estimate the normal vector and the fitted plane of each voxel. Finally, we calculated the volume change within each voxel between two epochs through double integration. We used two sets of landslide point clouds with resolutions of 0.5 m, 1 m, 1.5 m and 2 m to conduct experimental analysis, respectively. The results show that compared with the DEM comparison method, the landslide volume calculation errors of the proposed method are reduced by 150 m^3, 153 m^3, 69 m^3 and 142 m^3 under the above resolutions, respectively, providing a theoretical basis and application reference for similar applications.

Key words: LiDAR, landslide, voxel, PCA, double integration

近年来高速发展的激光雷达技术突破了传统的单点测量模式，具有高效、高分辨率、高精度、非接触等优势[1]，为滑坡监测提供了新的思路。不少学者开展了基于多时相点云的滑坡变形提取研究，取得了一些成果，主要包含如下三类方法：①通过点云直接比较获取变形量[2-4]；②基于深度学习的 F2S3 算法[5]等；③通过点云地面模型比较的算法主要有 Digital Image Correlation （DIC）算法[6]、DEM 比较法[7-8]等算法。

然而，点云直接比较法只能获得点的位移，无法获取滑坡量；DIC 算法可以得到滑坡的三维位移，但无法计算变形过大的滑坡区域； DEM 比较法可以求得滑坡量的变化，但在计算过程中将 DEM 格网内的点归算至同一高程面，计算结果的准确性受制于格网大小，当格网太大时存在较大的误差，对局部细节的反映较差[9]。针对上述问题，利用三维平面能更好地拟合滑坡体表面的优势，本文开展基于二重积分的滑坡体积量估算方法研究，通过建立体素对各期点云进行分块，采用主成分分析（principal component analysis， PCA）[10-11]计算各体素内不同测期点云的法向量以获取点云的平面拟合函数，对相应体素进行二重积分计算，从而更准确地获取滑坡体积变化量。

1　研究方法及原理

本文研究采用的技术路线如图 1 所示，主要包

收稿日期：2023-04-07。
项目来源：国家自然科学基金青年基金资助项目（41801379）；江苏省地质工程环境智能监控工程研究中心开放基金资助项目（2021-ZNJKJJ-06）。
第一作者简介：王宇翔（2000—），硕士研究生，主要研究方向为激光雷达变形监测应用，E-mail：1099030125@qq.com。
通信作者：沈月千（1988—），博士，副教授，主要研究方向为激光雷达数据处理与应用，E-mail：y.shen_lidar@hhu.edu.cn。

括：①两期点云配准；②滑坡体素化；③基于主成分分析的法向量计算；④基于二重积分的滑坡体积量计算。

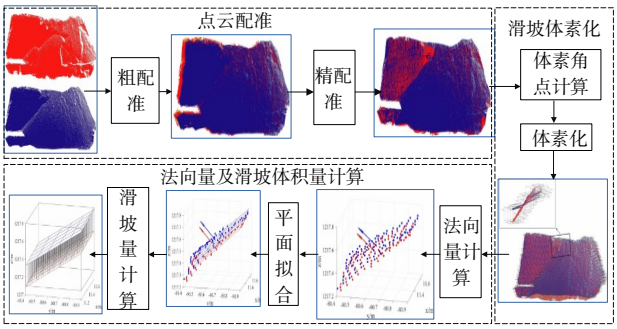


图1 基于二重积分的滑坡量计算流程图

1.1 配 准

不同测期点云配准分为粗配准和精配准。粗配准通过三对及以上的同名点为不同点云提供初始变换参数，减小不同点云之间的距离[12]，在此基础上根据ICP（Iterative Closest Point）[13]算法对不同点云进行精配准。

1.2 滑坡体体素化

假定滑坡体区域 x 和 y 坐标的最大值和最小值分别为 $x_{\max}$、$x_{\min}$、$y_{\max}$、$y_{\min}$，体素边长在 x 和 y 方向上的长度均为 d，据此可按下式计算体素的行列数 m 和 n：

$$m=\text{floor}\left(\frac{x_{\max}-x_{\min}}{d}\right) \tag{1}$$

$$n=\text{floor}\left(\frac{y_{\max}-y_{\min}}{d}\right) \tag{2}$$

根据 m、n 大小可计算各个体素的平面坐标边界 x_{ij}^0、y_{ij}^0、x_{ij}^1、y_{ij}^1，公式如下：

$$\begin{pmatrix}x_{ij}^0\\y_{ij}^0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_{\min}+i\times d\\y_{\min}+j\times d\end{pmatrix} \tag{3}$$

$$\begin{pmatrix}x_{ij}^1\\y_{ij}^1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_{\min}+(i+1)\times d\\y_{\min}+(j+1)\times d\end{pmatrix} \tag{4}$$

式中，$i=0,1\cdots m-1$，$j=0,1\cdots n-1$。

根据体素平面搜索体素内的点，获取 z 坐标最小值和最大值，两者差值为体素在Z方向上的长度，据此，滑坡场景体素化完毕。

1.3 基于主成分分析的法向量计算

DEM比较法是利用两期滑坡点云生成的DEM作差获取高差不为零的区域，根据DEM单元估算滑坡发生的体积量。然而，上述方法的精度受制于DEM分辨率大小，且在计算过程中将DEM格网认为是水平面，而实际情况下，DEM格网内点形成的面状区域多数是不平行于 XOY 平面的，因此，本文利用滑坡体的平面拟合函数通过二重积分计算每个体素内的滑坡量，首先利用主成分分析法计算各体素内两期点集的法向量，具体步骤如下：

1）获取各体素内点的三维坐标。

2）设置体素内最小点数阈值 n_0，剔除点数过少的体素。

3）采用主成分分析法计算各体素内两期点集的法向量分别为 n_1 和 n_2。

对任意体素内的体积变化可通过两期数据在该体素内的平面拟合函数进行二重积分求得。由上述步骤获得的平面方程可表达为：

$$Ax+By+Cz+D=0 \tag{5}$$

式中，$D=-(Ax_0+By_0+Cz_0)$，(x_0,y_0,z_0) 为体素内点坐标的均值，则：

$$f(x,y)=z=-\frac{1}{C}(Ax+By+D) \tag{6}$$

假设节1.3求得的两期数据在某一对应体素内点集的坐标均值分别为 (x_1,y_1,z_1)、(x_2,y_2,z_2)，法向量分别为 (A_1,B_1,C_1)、(A_2,B_2,C_2)，由式（6）可求得其拟合平面分别为：

$$f_1(x,y)=z_1=-\frac{1}{C_1}(A_1x+B_1y+\mathrm{D}_1) \tag{7}$$

$$f_2(x,y)=z_2=-\frac{1}{C_2}(A_2x+B_2y+\mathrm{D}_2) \tag{8}$$

式中，D_1、D_2 为常数项，$\mathrm{D}_1=-(A_1x_1+By_1+C_1z_1)$、$\mathrm{D}_2=-(A_2x_2+B_2y_2+C_2z_2)$。二重积分的几何意义是二元函数在空间上的积分，本质是求解曲顶柱体的体积，因此可以通过 $f_1(x,y)$ 和 $f_2(x,y)$ 的二重积分差求解该体素内两期数据的体积变化量 ΔV，如公式（9）所示。

$$\Delta V=\int_{x_0}^{x_1'}d\int_{y_0}^{y_1'}(f_2(x,y)-f_1(x,y))dy \tag{9}$$

式中，x_0'、y_0'、x_1'、y_1' 为体素的平面角点坐标值。

2 实例分析

2.1 数据采集及预处理

实验区域位于贵阳某居民区施工现场，采用FARO Focus Plus350扫描仪对该滑坡塌陷区进行定期扫描，两期扫描间隔时间为5 d。测区范围较小，架设一站即可完成对测区表面点云数据的获取，如图2所示。测区周边有建筑物，选择建筑物上易识别特征点完成两期点云的粗配准，然后采用ICP配准算法实现两期点云的精配准。

选择该滑坡体两测期对应区域作为本文实验区域，如图2所示，其中第1期滑坡数据的点数为535 157个，

第2期滑坡数据点数为476 903个。

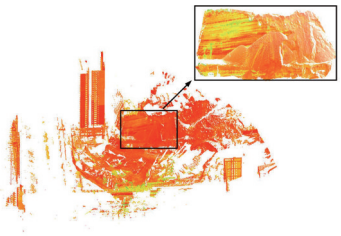


图2　实验区域扫描点云示意图

2.2　变形提取及分析

采用1.2节所述方法对滑坡区域体素化，体素水平分辨率设置为0.5 m，根据角点坐标搜索各体素内的点，图3为两期点云滑坡区域体素化示意图，其中红色点为第一期数据，蓝色点为第二期数据，共5 648个体素。

由于部分山体的遮挡，点云中存在一些空洞区域，这些空洞区域的具体地形特征无法准确获得。为了更准确地验证本文所提算法的有效性和可行性，设定体素内最小点数阈值为10，即点数量小于10的体素不进行计算。根据1.4节的方法计算各体素单元的体积变化，所有体素体积变化之和为第2期相对第1期该滑坡的体积变化总量。结果显示，该滑坡体第2期相比第1期体积增加了3 080.033 m^3，即第2期滑坡体体积发生明显改变，可能出现了山体滑坡活动，导致山体土方量增大。为进一步探究滑坡体变形的局部信息，根据滑坡体所有体素的体积变化量绘制体素体积变化直方图，如图3所示。

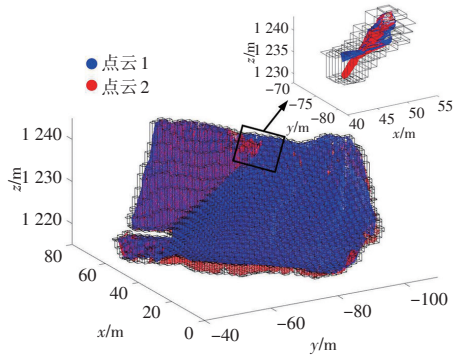


图3　场景体素化示意图

由图3可发现，大部分体素的体积差值分布在（−1，2）m^3内，存在少量体素体积差值偏大。所有体素中，体积增大最大值为5.165 m^3，减小最大值为−16.265 m^3为进一步分析体素体积变化异常区域的可能原因，本文计算所有体素变化均值 $\mu=0.545\ m^3$，标准差 $\sigma=0.517\ m^3$。根据概率统计理论，$(\mu-2\sigma,\mu+2\sigma)$ 为95%的置信区间，因此，将体积差在（−0.488，1.579）区间外的体素视为异常体素，检测出异常体素共58个，占总体素个数比例较小。

为进一步探索体素变化异常的原因，对这些异常体素进行逐个检查，存在2种情况使该算法实施效果偏差，具体为：

1）由于激光几何的原因，地面激光雷达获取的点云在竖直面上密度较大，但水平面上的点云稀疏，这种密度不均匀性会造成平面拟合的误差，从而造成体积计算的误差，具体误差产生过程如图4所示。

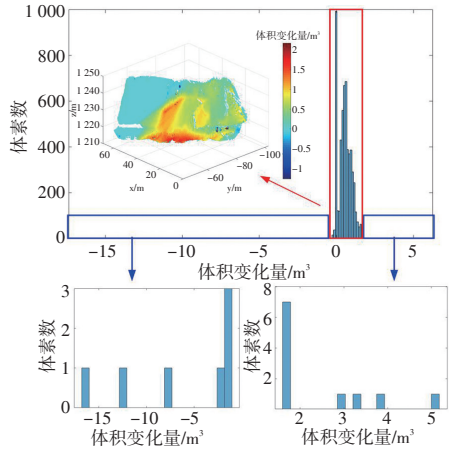


图4　体素体积变化直方图

2）由积分计算原理可知，积分计算的体积是拟合面之下的部分，自然山体中通常存在一些内凹的区域，这部分区域的真实体积应在拟合面之上，因此通过积分计算体积的算法只对外凸的山体适用，对于内凹型山体区域，积分计算的体积并不是该部分山体真实的体积。

考虑上述2种情况对积分计算结果造成的影响，对异常点区域按以下方法进行处理，步骤如下：

1）根据95%置信区间将所有体素分为异常体素和正常体素，考虑到自然地形在实际情况下的连续性，使用10 m的搜索窗口搜索每个异常体素附近的正常体素。

2）对任意一个异常体素，通过PCA计算异常体素附近搜索到的正常体素上拟合平面的法向量 $\{v_i=(x_i,y_i,z_i)|i=1,2,\cdots,n\}$，若 $z_i<0$，则令 $v_i=-v_i$，获得附近正常体素的法向量平均值 (a_1,b_1,c_1)，则该值在水平面投影为 $n_1=(a_1,b_1)$，认为 n_1 为异常山体的凸出方向。

3）以步骤2）中相同方法计算异常体素的法向量在水平面的投影 $n_2=(a_2,b_2)$。按照式（10）计算 n_1、n_2 的夹角 θ，若 $\theta<90°$，则认为该部分异常山体是外凸山体，否则为内凹山体。

$$\theta=\arccos\frac{n_1\times n_2}{|n_1|\times|n_2|} \tag{10}$$

4）对点云密度不均匀问题，按照式（11）计算异常体素上各点到拟合平面的离差 d，计算所有点离差的期望值 μ 和标准误差 σ，建立95%的置信区间 $(\mu-2\sigma,\mu+2\sigma)$，认为离差在区间外的点为平面点，其

余为斜面点，可获得斜面点坐标的 x 和 y 的最大值和最小值 x_{max} 、 x_{min} 、 y_{max} 、 y_{min} 。以（x_{max},y_{max}）、（x_{max},y_{min}）、（x_{min},y_{max}）、（x_{min},y_{min}）为角点，建立斜面的水平投影区域 D_1 ,体素剩余区域为 D_2 。

$$d=\frac{Ax+By+Cz+D}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \tag{11}$$

式中， A 、 B 、 C 、 D 分别为拟合平面系数，(x,y,z) 为点的坐标值。

5）由步骤3）中计算出来的 θ 可判断山体的凹凸性，对凹凸性不同的山体，分别按以下方法计算体积。

① 对于外凸山体，直接通过式（12）求得体积 V 。

$$V=\iint_{D_1} f(x,y)+\bar{h}\times S_{D_2} \tag{12}$$

② 对于内凹山体，可通过式（13）求得体积 V 。

$$V=z_{max}\times S_{D_1}-\iint_{D_1} g(x,y)+\bar{h}\times S_{D_2} \tag{13}$$

式中， $f(x,y)$ 是为倾斜点的拟合平面中 x 、 y 相对 z 的函数； $\bar{h}$ 为体素内所有的点的高度平均值； S_{D_1} 、S_{D_2} 分别为 D_1 、 D_2 区域的面积； z_{max} 为所有倾斜点 z 坐标最大值； $g(x,y)$ 为所有倾斜点减去倾斜点中最低点高度后所拟合平面中 x 、 y 相对 z 的函数。

按上述异常体素处理步骤分别求出每个异常体素上两期数据的体积 V_1 、 V_2 ，令 $\Delta V=V_2-V_1$ ，为每个异常体素赋予新的体积变化量 ΔV 代替原有体积变化量数据并与正常体素数据合并，可计算得到改正前后数据的变化如表1所示。

表1 改正前后的体积变化量/m³

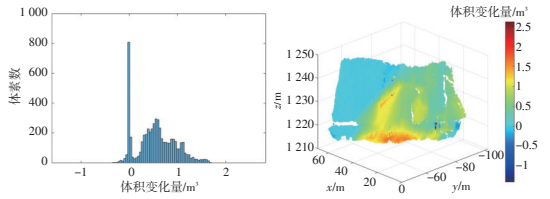
改正前后	体积变化量	体积增加最大值	体积减少最大值
改正前	3 080.033	5.165	−16.265
改正后	3 111.722	2.620	−1.394

可以发现，改正后的数据总体积差较之前有所增加，但是体积增加最大值和体积减小最大值均较之前明显减小，说明改正过程减小了异常山体对计算结果的影响。改正后的所有体素体积差直方图和山体变化热力图如图5所示。

由直方图可发现，体积差在0 m³和0.5 m³附近出现峰值，说明滑坡发生在山体局部，且滑坡的体积变化量大部分集中于0.5 m³附近。结合体积变化热力图可以观察到山体左侧未发生明显变形，主要变形区域集中于山体的中部和右侧区域，该区域可能发生了山体滑坡事故，并且中部山体变形更为严重，山体滑坡活动可能最为剧烈。

2.3 体素分辨率对变形提取结果影响分析

对同一区域的点云数据，体素大小与滑坡体积量



a 体积变化直方图 b 体积变化热力图

图5 山体变化图

计算结果有关，越小的体素越能准确的将山体的复杂表面分解成一个个积分平面，而大的体素对山体的分解比较粗略，误差也较大。从微分的原理看，当体素的分辨率足够高时，计算出来的山体体积将无限接近于山体的真实体积。然而，体素分辨率过高直接导致计算效率急速下降。此外，由于点云的离散性，高分辨率的体素在某些点云稀疏的位置的计算准确性可能并不如低分辨率体素。因此对体素水平分辨率的选择，需要结合问题实际和实地数据特点来决定。本文采用0.5、1、1.5 m和2 m 4种大小的水平分辨率分别进行处理，结果如表2所示。

表2 不同分辨率体素的计算结果

体素分辨率/m	运行时间/s	体积变化量/m³
0.5	669	3 111.722
1	141	3 298.475
1.5	73	3 534.659
2	45	3 566.739

由表2可知，随着体素水平分辨率的降低，体积变化相应增加，这是由于较低分辨率的体素会囊括更多空洞区域和边缘空白区域，实际计算面积比高分辨率体素大，误差也更大，2 m分辨率的计算结果相比0.5 m分辨率增加了约450 m³；此外，随着体素分辨率的降低，数据处理时间大幅下降，2 m分辨率的计算时间只有0.5 m分辨率的1/15，效率大幅增加。因此，在体素水平分辨率的选择上，应根据实际工程对精度和时间的需求灵活选择。

2.4 与DEM直接比较法的对比分析

理论上，当分辨率足够高时，滑坡量计算结果将无限接近于真值。因此，为验证本文算法的正确性，采用0.2 m分辨率下DEM比较法获取的体积变化结果3 054.624 m³作为近似真值。比较不同分辨率下本文所提方法与DEM比较法结果差异，如表3所示。

表3 本文所提方法与DEM比较法计算误差对比

体素分辨率/m	误差/m³	
	DEM方法	二重积分法
0.5	207.928	57.098
1	397.645	243.851
1.5	549.611	480.035
2	654.401	512.115

由表3可知，不同分辨率下，本文提出的体素二重积分算法的计算误差都优于传统的DEM比较法，这也进一步验证了本文算法的准确性和可用性。

3 结 论

本文利用地面激光雷达技术获取山体高密度点云，探求滑坡体积高精度计算方法，提出一种基于体素二重积分的滑坡量计算方法。通过实测数据的处理和分析，发现2种山体区域不能直接适用该算法，因此提出了相应解决方案，同时深入分析了不同分辨率对算法的影响。相较于传统DEM比较法，本文所提方法在同一分辨率条件下获得的结果更加准确，但在空洞区域的处理上，仍没有较好的方法解决。对于空洞区域较多的点云数据，本文算法的误差较大，但对于高密度点云以及山体坡度不是很大的情况下，本文算法适用性和可靠性较强。

参考文献

[1] 张国龙,王同合,纪思源. 三维激光扫描测量技术在滑坡整体监测中的应用 [J]. 工程勘察,2017,45(7): 54-58

[2] Huang H, Ye Z, Zhang C, et al. Adaptive Cloud-to-Cloud (AC2C) Comparison Method for Photogrammetric Point Cloud Error Estimation Considering Theoretical Error Space [J]. Remote Sensing,2022,14(17):4 289

[3] 徐杨青,孙杰,吴伟进,等. 基于激光雷达数据的隧道变形监测方法评估 [J]. 地理空间信息,2019,17(2):1-5,9

[4] Lague D, Brodu N, Leroux J. Accurate 3D Comparison of Complex Topography with Terrestrial Laser Scanner: Application to the Rangitikei Canyon (N-Z) [J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing,2013,82:10-26

[5] Gojcic Z,Zhou C,Wieser A. F2S3: Robustified Determination of 3D Displacement Vector Fields Using Deep Learning [J]. Journal of Applied Geodesy,2020,14(2):177-189

[6] Berg N,Hori T,Take W A. Calculation of 3D Displacement and Time to Failure of an Earth Dam Using DIC Analysis of Hillshade Images Derived from High Temporal Resolution Point Cloud Data [J]. Landslides,2020,17(3):499-515

[7] Kasperski J,Delacourt C,Allemand P,et al. Application of a Terrestrial Laser Scanner (TLS) to the Study of the Séchilienne Landslide (Isère,France) [J]. Remote Sensing,2010,2(12): 2 785-2 802

[8] SchüRch P,Densmore A L,Rosser N J,et al. Detection of Surface Change in Complex Topography Using Terrestrial Laser Scanning: Application to the Illgraben Debris-flow Channel [J]. Earth Surface Processes and Landforms,2011,36(14): 1 847-1 859

[9] Claessens L,Heuvelink G B M,Schoorl J M,et al. DEM Resolution Effects on Shallow Landslide Hazard and Soil Redistribution Modelling [J]. Earth Surface Processes and Landforms,2005,30(4):461-477

[10] 高扬,李艳,黄小赛,等. 基于主成分分析法的城市建筑物变化检测 [J]. 地理空间信息,2018,16(4):105-106

[11] Yang J,Zhang D,Frangi A F,et al. Two-dimensional PCA: a New Approach to Appearance-based Face Representation and Recognition [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,2004,26(1):131-138

[12] 戴静兰,陈志杨,叶修梓. ICP算法在点云配准中的应用 [J]. 中国图象图形学报,2007(3): 517-521

[13] 黄莉,张厚禄. 基于ICP配准算法的三维激光扫描桥梁变形提取 [J]. 地理空间信息,2019,17(10): 65-68

（上接第78页）

[11] Hoppe H. Progressive Meshes[C]//Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques,1996: 99-108

[12] 李少卿,霍亮,沈涛,等. 顾及角度误差的三维建筑模型边折叠简化算法[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2021,46(8):1 209-1 215

[13] Garland M, Heckbert P S. Surface Simplification Using Quadric Error Metrics[C]//Proceedings of the 24th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques,1997:209-216

[14] Hoppe H.Smooth View-dependent Level-of-detail Control and Its Application to Terrain Rendering[C]//Proceedings Visualization'98 (Cat. No. 98CB36276). IEEE,1998:35-42

[15] Gailly J, Adler M. Zlib Compression Library [J]. 2004. https://Zlib.Org Google Scholar:256-263

[16] 缪玉周. 消费级无人机倾斜摄影测量技术在构建城市真三维模型中的应用研究[D]. 南昌:东华理工大学,2018

[17] 三维地理信息模型数据产品规范:CH/T 9015-2012[S].