引文格式：王可,白林泽. 卫星轨道设计辅助火星中分辨率影像仿真[J]. 地理空间信息, 2024, 22(10): 9-13. doi:10. 3969/j.issn. 1672-4623.2024.10.003

卫星轨道设计辅助火星中分辨率影像仿真

王　可[1]，白林泽[2]
（1. 武汉大学遥感信息工程学院，湖北 武汉 430079；2. 浙江大学 地球科学学院，浙江 杭州 310058）

摘　要：提出了一种由卫星轨道根数计算影像外方位元素，进行中分辨率影像仿真的策略。首先设定卫星在短时间内的若干组飞行状态，由轨道动力学的定轨问题确定卫星的轨道根数。其次，由轨道根数计算影像的外方位元素，并进行影像仿真，通过光线追踪原理和火星全球DEM修正高程迭代计算，实现逐像素点的地面点精确定位。最终对火星全球影像数据重采样获得感兴趣区域的仿真影像。实验表明，该方法可顾及航向和旁向重叠度的要求，利用真实数据获得长时间段内感兴趣区域的多组仿真影像，为探测项目前期验证卫星轨道和相机参数提供支持。

关键词：火星；影像仿真；中分辨率；卫星轨道设计；卫星成像模型
中图分类号：P237　　**文献标志码：**B　　**文章编号：**1672-4623（2024）10-0009-05

Mars Moderate Resolution Image Simulation Aided by Satellite Orbit Design

WANG Ke[1], BAI Linze[2]
(1. School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, Wuhan 430079, China;
2. School of Earth Sciences, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: In this paper, we proposed a simulation strategy which calculated the exterior orientations of simulation images from satellite orbital elements and then simulated Mars moderate resolution images. Firstly, we determined satellite orbital elements from the boundary value problem of aerodynamics by setting several initial states of the satellite's flight in a short period of time. And then, we calculated exterior orientation of each simulation image based on orbital elements, used ray-tracing principle in graphics and the corrected elevation calculated iteratively with Mars global DEM data to precisely locate ground points pixel by pixel. Finally, we obtained simulation image of region of interest by resampling from real Mars global image data. Experimental results show that this method can obtain multiple Mars simulation images of the region of interest over a long period of time, taking into account the requirements of side and fore-and-aft overlaps, which can support the verification of satellite orbits and camera parameters in the early stages of the detection project.

Key words: Mars, image simulation, moderate resolution, satellite orbit design, satellite imaging model

自1960年，人类已开展数十次火星探测项目，实现火星巡游车的着陆巡游。我国于2020年7月23日成功发射“天问一号”火星探测器，它由环绕器和着陆巡视器两部分组成[1]。目前的影像仿真研究大多是针对地球环境的。Verhoef[2]等使用耦合的生物物理和大气辐射传输模型进行了高光谱和多角度热红外辐射图像的模拟仿真；唐新明[3]等通过对低轨卫星的摄影姿态过程进行仿真，获取低轨卫星影像；岳庆兴[4]在光线追踪算法的基础上研究了TDI CCD光学遥感相机的动态积分成像仿真模型。而针对火星地表的影像仿真研究相对较少。

本文提出了一种由卫星轨道根数计算影像外方位元素，进行中分辨率影像仿真的策略。研究卫星轨道的设计方法，批量获得以飞行时间为索引的多组仿真影像外方位元素，对卫星相机的成像过程进行严密的几何建模，由火星全球影像数据和数字高程模型（digital elevation model，DEM）仿真获得祝融号着陆区附近的仿真影像区域网。

1　环火卫星轨道设计

环火卫星轨道设计的目的是基于航天动力学对卫星飞行规律的约束，定位卫星在感兴趣时刻（或飞临感兴趣区域上空时）的位置，进一步确定仿真影像的外方位元素。其基本思路是由一系列卫星飞行的状态参数计算卫星轨道，卫星飞行状态通常可由所研究的感兴趣区域自主给定或参考已有的影像数据确定。

1.1　限制性二体问题

仅考虑中心天体引力的情况下，卫星绕天体作圆

收稿日期：2023-05-28。
第一作者简介：王可（1998—），硕士研究生，研究方向为行星摄影测量，E-mail：wangke@whu.edu.cn。

锥曲线运动，通常为椭圆轨道，此类轨道称为二体轨道。将中心天体视为一个均质球体，其引力可等效为质量集中在天体质心的质点产生的引力。令中心天体和卫星的质量分别为 M_{star} 和 $M_{\text{satellite}}$，由于卫星质量远远小于中心天体质量，即有 $M_{\text{satellite}} \ll M_{\text{star}}$，可认为航天器绕中心天体的运动方程为：

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = -\frac{GM_{\text{star}}}{\boldsymbol{r}^3}\boldsymbol{r} \tag{1}$$

式中，$\boldsymbol{r}$ 为卫星在天体质心坐标系的位置矢量，$r = \|\boldsymbol{r}\|$ 为两质点间的距离。式（1）即为限制性二体运动方程，本文所采用的轨道确定方法均以其作为基础。

1.2 轨道根数

卫星的轨道根数是由二体问题运动方程转化的6个相互独立的代数积分而获得的一组积分常数，用于描述卫星轨道及其运动状态（表1），常用 σ 表示。

表1 轨道根数的物理意义

名称	物理意义
长半轴（a）	椭圆轨道的长半轴
偏心率（e）	椭圆轨道的偏心率
轨道倾角（i）	升交点处由赤道平面至轨道平面的二面角
升交点赤经（Ω）	赤道平面上由 X 轴至天体质心指向升交点方向的角度
近星点幅角（ω）	轨道平面上由天体质心指向升交点至天体质心指向近星点方向的角度
真近点角（f）	轨道平面上由天体质心指向近星点至天体质心指向卫星方向的角度

经典轨道根数一般为 $\sigma=(a,e,i,\Omega,\omega,f)$ 6个根数[5]，各根数的物理意义如图1所示。本文将卫星环绕中心天体运行的轨道上距天体中心最近的一点称为“近星点”，具体地，对于火星卫星而言，该点称为“近火点”。此外，真近点角 f 常用平近点角 M 或偏近点角E代替，本文实验所确定的轨道根数中此项采用 M 表示。

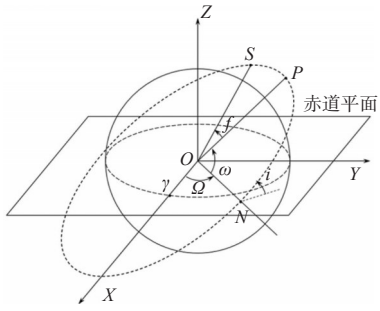


图1 轨道根数的物理意义

1.3 定轨方法

给定一系列卫星飞行的状态参数以计算卫星轨道根数。卫星的飞行状态包括其位置矢量、速度矢量及飞行时间等各类参数。常用的定轨方法主要有：

1）吉伯斯法[6]。给定卫星在3个时刻的位置矢量。其思路为先确定卫星在给定时刻的速度矢量，再由位置矢量和速度矢量计算轨道根数。由于角动量守恒的限制，轨道上的位置矢量须在同一平面内，卫星的速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 可由式（2）确定：

$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{\mu}{\boldsymbol{DN}}}\left(\frac{\boldsymbol{D}\times\boldsymbol{r}}{r} + \boldsymbol{S}\right) \tag{2}$$

式中，μ 为天体的引力常数；$\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{N}$、$\boldsymbol{S}$ 均为只由3个位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 计算所得的矢量；$\boldsymbol{DN}$ 分别是 $\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{N}$ 的模。再由 $\boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 依次计算各轨道根数。

2）兰伯特问题。给定卫星在2个时刻的位置矢量相对时间间隔[7]。兰伯特定理指出，对于二体的两点边值问题，轨道的转移时间仅与轨道半长轴、转移始端和终端到中心力源的距离之和，以及这两点的距离有关，如式（3）所示：

$$\sqrt{\mu}(t_2 - t_1) = F(a, \boldsymbol{r}_1 + \boldsymbol{r}_2, c) \tag{3}$$

式中，$\boldsymbol{r}_1$ 和 $\boldsymbol{r}_2$ 分别为2个时刻卫星位置矢量的模；c 为2个时刻卫星的距离。解算兰伯特方程即可确定卫星的轨道根数，其不存在解析解，只能通过迭代求解，常用的迭代方法有Gauss法[8]、Battin法[9]、Gooding法[10]等。

2 外方位元素确定

火星卫星的成像过程满足式（4）所示的严格几何模型，涉及多个空间系统的转换[11]。

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix} + \lambda \boldsymbol{R}_{\text{J2000}}^{\text{MBF}} \boldsymbol{R}_{\text{orbit}}^{\text{J2000}} \boldsymbol{R}_{\text{satellite}}^{\text{orbit}} \boldsymbol{R}_{\text{camera}}^{\text{satellite}} \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f_c \end{bmatrix} \tag{4}$$

式中，(x,y) 为影像上某一点在焦平面坐标系下的坐标；f_c 为测定的相机焦距；(X_S, Y_S, Z_S) 为经过精密定轨后某时刻卫星在火星地固坐标系下的坐标；(X,Y,Z) 为该像点对应的地面点在火星地固坐标系下的坐标；$\boldsymbol{R}_{\text{J2000}}^{\text{MBF}}$ 为J2000火心赤道坐标系至火星地固坐标系的旋转矩阵；$\boldsymbol{R}_{\text{orbit}}^{\text{J2000}}$ 为卫星轨道面坐标系至至火心赤道坐标系的旋转矩阵，通常由卫星所搭载的恒星敏感器所测定的卫星姿态数据描述[12]；$\boldsymbol{R}_{\text{satellite}}^{\text{orbit}}$ 为卫星本体坐标系至恒星敏感器的旋转矩阵；$\boldsymbol{R}_{\text{camera}}^{\text{satellite}}$ 为相机与卫星本体之间的安装矩阵，后两者在卫星设计及制造过程中确定；λ 为变换系数。在影像重叠度等约束下，确定卫星飞临各摄站点的飞行时间，各仿真影像的外方位元素可按线元素和角元素分别确定。

2.1　线元素的确定

线元素通过定位卫星在轨运行的位置获得。由轨道根数计算卫星在轨道面坐标系中的坐标 (X', Y', Z')：

$$\begin{cases} X^{'} = r\cos f \\ Y^{'} = r\sin f \\ Z^{'} = 0 \end{cases} \tag{5}$$

式中，f 为该时刻卫星在轨道中的真近点角。将其按式（6）转换为火星地固坐标系下的坐标，得到仿真影像的外方位元素。

$$\begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix} = \boldsymbol{R}_{\mathrm{J2000}}^{\mathrm{MBF}} \boldsymbol{R}_{\mathrm{orbit}}^{\mathrm{J2000}} \begin{bmatrix} X^{'} \\ Y^{'} \\ Z^{'} \end{bmatrix} \tag{6}$$

2.2　角元素的确定

角元素即相机在火星地固坐标系下的姿态参数，由相机坐标系至火星地固坐标系的旋转矩阵分解获得。定义旋转矩阵 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{all}}$，并分解为3个正交矩阵的内积：

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{all}} = \boldsymbol{R}_{\mathrm{J2000}}^{\mathrm{MBF}} \boldsymbol{R}_{\mathrm{orbit}}^{\mathrm{J2000}} \boldsymbol{R}_{\mathrm{satellite}}^{\mathrm{orbit}} \boldsymbol{R}_{\mathrm{camera}}^{\mathrm{satellite}} = \boldsymbol{R}_{\varphi} \boldsymbol{R}_{\omega} \boldsymbol{R}_{\kappa} \tag{7}$$

则 $(\varphi, \omega, \kappa)$ 为仿真影像的角元素。

3　中分辨率影像仿真

对仿真影像进行逐像点的地面点精确定位，并在火星全球影像数据上进行灰度值重采样，赋值给目标像点，从而获得火星中分辨率仿真影像。

3.1　仿真影像的内定向

影像的内定向是将影像上像点的坐标从影像坐标系转换至以像主点为原点的焦平面坐标系的过程，对于数字影像而言，像点的影像坐标系通常以扫描行坐标的形式表示。影像的内定向分以下几步进行：①扫描行坐标系至以相片中心为原点的相片坐标系的转换；②相片坐标系至以像主点为原点的焦平面坐标系的转换；③相机的光学畸变差校正[13]。

3.2　地面点的精确定位

像点对应的地面点可抽象为空间中直线与椭球面的交点，依据光线追踪原理，将其转化为求直线与单位球面的交点，再恢复为原始直线与椭球面的交点。采用齐次式表示椭球面至单位球面的变换矩阵 $\boldsymbol{M}$ 为：

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & E_x \\ 0 & 1 & 0 & E_y \\ 0 & 0 & 1 & E_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 & \hat{b}_1 & \hat{c}_1 & 0 \\ \hat{a}_2 & \hat{b}_2 & \hat{c}_2 & 0 \\ \hat{a}_3 & \hat{b}_3 & \hat{c}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} \|a\| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \|b\| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \|c\| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{T} \times \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{S} \tag{8}$$

式中，$\boldsymbol{T}$、$\boldsymbol{R}$、$\boldsymbol{S}$ 分别为平移、旋转、缩放变换矩阵；(E_x, E_y, E_z) 为椭球体的中心点的坐标；$\|a\|$、$\|b\|$ 和 $\|c\|$ 分别为椭球体自身轴方向的向半径长度；$\hat{a}_1, \hat{a}_2, \cdots, \hat{c}_3$ 为旋转矩阵参数。

由直线和单位球面的参数方程可计算二者的交点参数，如式（9），再由原始直线的参数方程可确定其与椭球面的交点。

$$\begin{cases} \boldsymbol{L}_{(t)}^{'} = \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{L}_{(t)} = \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{S}_0 + \boldsymbol{M}^{-1}t\boldsymbol{v} \\ \|\boldsymbol{P} - \boldsymbol{O}\|^2 = 1, \boldsymbol{O} = \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{E} \end{cases} \tag{9}$$

式中，$\boldsymbol{L}_{(t)}$ 和 $\boldsymbol{L}_{(t)}^{'}$ 分别为原始直线与变换后直线的参数方程；$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{O}$ 分别为椭球面和单位球面中心的位置矢量；$\boldsymbol{P}$ 为单位球面上一点的位置矢量；$\boldsymbol{v}$ 为原始直线的方向向量。

为实现精确定位，利用火星全球DEM数据迭代计算，获得各像点对应地面点的精确坐标。其步骤为：①由获得的地面点初始坐标 (X_0, Y_0, Z_0)，在全球DEM数据上内插出该点的高程 H_0；②根据 H_0 对火星地表面的方程进行修正，获取新的地面点坐标 (X_1, Y_1, Z_1)；③重复上述步骤，直至连续2次的高程值之差小于给定阈值。最终获取精确的地面点坐标。迭代过程的高程变化如图2所示，其中水平方向的线表示每次迭代过程中修正后的火星表面。

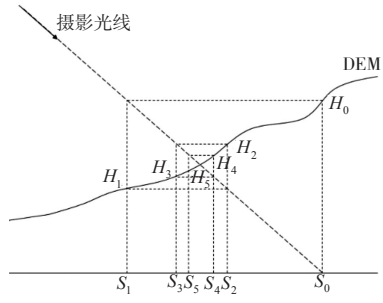


图2　迭代过程中的高程变化示意

3.3　重采样

为了获得不位于影像数据整像素点上的值，需进行重采样处理。中分影像仿真过程中，重采样的主要应用为：①在火星DEM数据中内插得到每次迭代中地面点的高程信息；②在火星全球影像数据上内插得到精确定位后的地面点处的像素灰度值。常见的重采样方法有最近邻元法、双线性内插法、双三次内插法以及sinc函数法等。本文采用双三次内插法进行重采样，依次对影像在水平方向和垂直方向上使用三次样条函数进行处理。使用待采样点周围的16的像元进行计算，充分考虑了4个直接邻点灰度值的直接影响以及各个相邻像元之间灰度值变化率的间接影响。其卷积核为：

$$w(x)=\begin{cases}1-2|x|^2+|x|^3 & 0\le|x|\le1\\ 4-8|x|+5|x|^2-|x|^3 & 1<|x|\le2\\ 0 & |x|>2\end{cases} \tag{10}$$

4 实验与分析

4.1 实验数据

实验所采用的数据包括火星全球影像数据和DEM数据两部分。火星全球影像数据是由美国地质调查局发布的火星数字图像模型（mars digital image model，MDIM），其在赤道上的分辨率约为231 m/pixel；火星DEM数据由美国国家航空航天局的MOLA（Mars Orbiter Laser Altimeter）测量数据和欧州航天局的HRSC（High Resolution Stereo Camera）相机数据联合生成，其分辨率约200 m/pixel。

选取祝融号火星车的着陆区附近作为感兴趣区域。着陆区在火星北半球乌托邦平原上，这是火星上最大的平原，直径3 000 km以上，其中心区域的经纬度坐标为49.7°N，118°E。祝融号着陆地的坐标为25.1°N，109.9°E。

4.2 轨道设计实验

实验设定的起始时间为2019年1月1日24：00时，表2是所确定的临近祝融号着陆区上空的卫星轨道根数，图3是该轨道与火星的位置关系，图中火星地面上的标点即为祝融号着陆区的位置，可以看出，该轨道上的卫星能在某一时刻飞临祝融号着陆区上空，对着陆区进行成像。轨道近火点轨道高度约401.541 km，远火点轨道高度约1 189.556 km，轨道倾角 $i<90°$，为顺行轨道。轨道周期约8 239.585 s，在一个火星日内，卫星绕火星运行约10.758圈，每日内在火星赤道上的星下点总体呈现向西的移动趋势。卫星的回归周期约为25个火星日，在此周期内，卫星绕火飞行269圈后，其星下点轨迹重新回到最初的位置附近，此时卫星对该地区再次成像。

表2 临近祝融号着陆区上空的轨道根数设计结果

a/m	e	i/(°)	Ω/(°)	ω/(°)	M/(°)
4 191 738.403	0.093 99	53.784	241.638	31.678	0.021 57

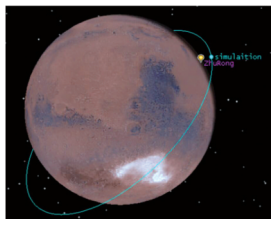


图3 临近祝融号着陆区上空的卫星轨道

4.3 影像仿真实验

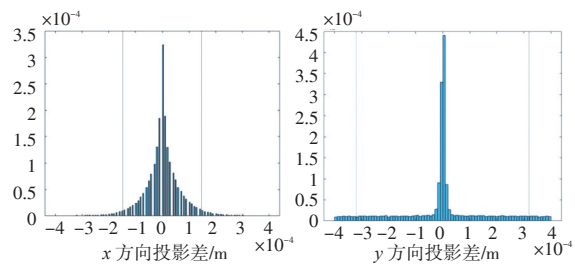
在顾及影像重叠度的情况下，得到了2条相邻航带下的各7张框幅式影像，其中每张影像下的第一个数字表示其所在航带。仿真影像的地面分辨率约98 m，2条航带的旁向重叠度为30%~40%，航向重叠度为50%~55%。结果表明，本文方法可模拟长时间段内的卫星飞行状态，利用真实数据获取符合立体测图需求的感兴趣区域内多组仿真影像。

4.4 基于仿真影像的摄影测量处理

对仿真影像所构成的区域网进行光束法平差处理，以评价仿真影像的结果。首先对影像进行稀疏特征点提取与匹配处理，获得稀疏特征点对，作为平差模型的连接点参与光束法平差解算，获得仿真影像的外方位元素和连接点对应的地面点坐标。将部分特征点作为检查点，计算其反投影差的大小以间接反映平差模型的精度。

表3 反投影差统计

方向	反投影差均值/m	反投影差标准差/m
x	1.754×10^{-5}	7.397×10^{-5}
y	9.023×10^{-5}	1.159×10^{-4}



a x 方向反投影差直方图　　b y 方向反投影差直方图

图4 反投影差分布统计

表3是 x 和 y 方向上的反投影差统计结果，图4中a和b分别是 x 和 y 方向上的反投影差分布直方图，其中的竖线表示二倍标准差。可以看出，2个方向上的反投影差均大量分布于二倍标准差以内，且集中于均值附近，符合置信的分布，基于仿真影像的区域网平差精度较好。

为进一步验证影像仿真结果，对仿真影像进行密集格网点匹配，由光束法平差解算的影像外方位元素经前方交会计算密集格网点对应的地面坐标，获得该区域内的密集点云。图5为密集点云经构网、色彩渲染等处理后所得的该区域表面模型，其中点P即为祝融号着陆区。图6为MOLA DEM与本文所得的表面模型中2条线段的剖面处的高程信息，可以看出，二者在整体上趋近一致，验证了仿真影像所覆盖的地面区域确为所选感兴趣区域。研究人员可在仿真影像的基础上进一步研究

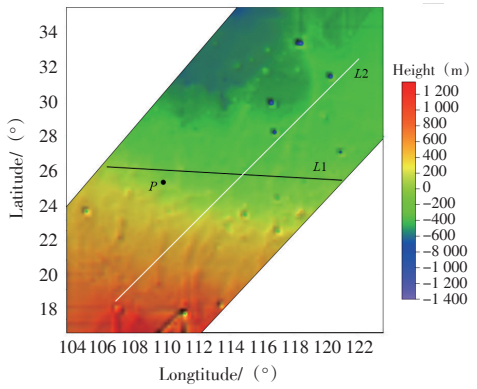
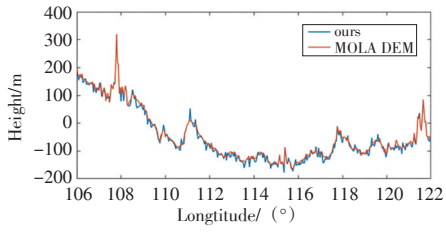
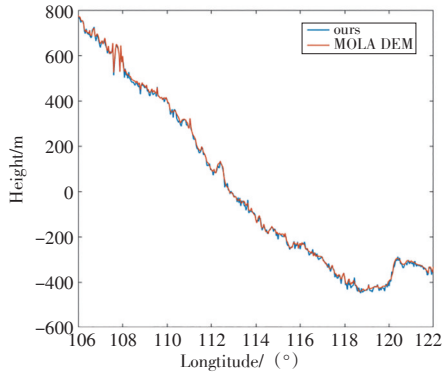


图5　仿真影像区域重建模型示意



a 沿黑色线段 L_1 的剖面高程信息



b 沿白色线段 L_2 的剖面高程信息

图6　表面模型和DEM剖面高程信息示意

感兴趣区域成像对卫星轨道和相机参数的要求，为相关参数的设计、验证与优化提供支持。

5　结　语

本文提出了一种由卫星轨道根数计算影像外方位元素，进行中分辨率影像仿真的策略。引入航天动力学的卫星运动模型约束，构建卫星飞行时相机成像的严密几何模型，实现在轨卫星的定位定姿，以及逐像点的地面点精确定位，进行中分辨率影像的仿真。实验利用MDIM火星全球影像数据和MOLA DEM数据，针对临近祝融号着陆区上空的卫星轨道进行设计，最终获得两条航带共14张仿真影像。结果表明，该方法能够针对感兴趣区域设计卫星轨道，模拟长时间段内的卫星飞行规律，从而获得满足影像重叠度要求的多组影像外方位元素，利用真实数据实现火星中分辨率影像仿真，仿真结果更接近火星表面真实情况。在本文方法及影像仿真结果的基础上，可进一步研究感兴趣区域成像对于卫星轨道和相机参数的要求，在实际探测项目的前期设计提供支持。

参考文献

[1] Yu G, Liu E, Liu G, et al. Moderate Resolution Imaging Camera(MoRIC) of China's First Mars Mission Tianwen-1[J]. Earth and Planetary Physics,2020,4(4):364-370

[2] Verhoef W, Bach H. Simulation of Hyperspectral and Directional Radiance Images Using Coupled Biophysical and Atmospheric Radiative Transfer Models[J]. Remote Sensing of Environment,2003,87(1):23-41

[3] 唐新明，张过，黄文超，等. 低轨卫星影像仿真方法: CN201210492407. 1[P]. 2013

[4] 岳庆兴. 卫星三线阵TDI CCD相机成像仿真研究[D]. 武汉:武汉大学,2011

[5] 高凡，王彦良，陈富强，等. 基于SuperMap的卫星虚拟仿真系统设计与实现[J]. 地理空间信息,2022,20(9):77-80

[6] 柯蒂斯,周建华,徐波,等. 轨道力学[M]. 北京科学出版社,2009

[7] 吴其昌，张洪波. 兰伯特问题解法数值仿真与性能分析[C]// 中国系统仿真技术及其应用学术年会,2018

[8] 赵文策. 人造地球卫星轨道理论及应用[M]. 北京：机械工业出版社,2021

[9] Battin R H. An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics, Revised Edition[M]. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc. New York,1999

[10] Gooding R H . A Procedure for the Solution of Lambert's Orbital Boundary-value Problem[J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy,1990,48(2):145-165

[11] 刘林,赵玉晖,张巍,等. 环火卫星运动的坐标系附加摄动及相应坐标系的选择[J]. 天文学报,2010,51(4):412-421

[12] 徐青,耿迅,蓝朝桢,等. 火星地形测绘研究综述[J]. 深空探测学报,2014,1(1):28-35

[13] Zhang Z. A Flexible New Technique for Camera Calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,2000,22(11):1 330-1 334