引文格式:李伯钊,廖成,翁宝凤,等.一种基于车载图像的异常轨迹检测与预校正方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2026,51(5):1036-1047.DOI:10.13203/j.whugis20240116

Citation: LI Bozhao, LIAO Cheng, WENG Baofeng, et al. A Method for Abnormal Trajectory Detection and Pre-correction Based on Vehicle-Borne Images[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2026, 51(5): 1036-1047. DOI: 10.13203/j.whugis20240116

一种基于车载图像的异常轨迹检测与预校正方法

李伯钊[1] 廖 成[1] 翁宝凤[2] 蔡忠亮[1] 韦瀚植[1]

1 武汉大学资源与环境科学学院,湖北 武汉,430079

2 浙江省测绘科学技术研究院,浙江 杭州,311100

摘 要:众包是实现高精地图实时更新的必要途径,也是高精地图未来的应用形态。低成本众包设备使得轨迹数据普遍存在位置偏移和属性记录异常等情况,进而影响高精地图更新的精度。地图匹配算法可以根据轨迹与道路之间的时空特征将存在位置偏移的轨迹点垂直匹配到车辆行驶的道路上,但是平行于道路方向的较大位置偏移与异常的行驶角度仍会影响轨迹位置校正的精度。鉴于众包数据中的车载图像能够反映车辆的行驶环境与姿态变化,利用计算机视觉技术和隐马尔可夫模型构建了异常轨迹数据的检测与预校正方法,实现了轨迹数据的异常角度校正和整体位置纠偏。以湖北省武汉市为研究区域,以30条带有车载图像的轨迹数据为研究对象,通过综合实验验证了所提方法在提升轨迹数据质量方面的有效性,并进一步与地图匹配算法结合,证明了轨迹质量增强能够有效提升轨迹位置校正的精度,为推动高精地图众包更新的应用落地提供了相应的技术支撑与方法参考。

关键词:车载图像;轨迹纠偏;角度校正;高精地图;众包数据

中图分类号:P237 **文献标识码**:A **收稿日期**:2025-01-15

DOI:10.13203/j.whugis20240116 **文章编号**:1671-8860(2026)05-1036-12

A Method for Abnormal Trajectory Detection and Pre-correction Based on Vehicle-Borne Images

LI Bozhao[1] *LIAO Cheng*[1] *WENG Baofeng*[2] *CAI Zhongliang*[1] *WEI Hanzhi*[1]

1 School of Resources and Environmental Sciences, Wuhan University, Wuhan 430079, China

2 Zhejiang Academy of Surveying and Mapping, Hangzhou 311100, China

Abstract: **Objectives**: Trajectory data obtained from low-cost crowdsourcing devices often suffer from overall positional offsets and abnormal attribute records, failing to meet the accuracy requirements for high-definition map updates. Given that onboard images in crowdsourcing data can capture changes in the driving environment and vehicle orientation, this paper aims to explore correction methods for overall trajectory position offsets and abnormal driving angles based on continuous onboard images. The goal is to provide high-quality trajectory data that enhances the accuracy of subsequent position correction methods. **Methods**: This study first employs structure-from-motion technology to estimate the pose of the onboard camera, followed by the detection and correction of abnormal driving angles based on the estimated pose information. Next, the study identifies key trajectory points located at intersections and other critical locations using semantic information extracted from onboard images. The corrected angle values and hidden Markov model are then utilized to match these key trajectory points with nodes, enabling the detection and correction of overall trajectory position offsets. Finally, Wuhan city is selected as the research area, and 30 sets of trajectory data accompanied by onboard images are used to validate the effectiveness of the proposed method.

基金项目:国家自然科学基金(42301532);中国博士后科学基金(2022M722442);自然资源部数字制图与国土信息应用重点实验室开放研究基金(ZRZYBWD202409)。

第一作者:李伯钊,博士,副研究员,主要从事高精地图和众包数据更新等方面的研究。libozhao@whu.edu.cn

通信作者:蔡忠亮,博士,教授。zlcai@whu.edu.cn

Results: The difference between the estimated driving angle and the true driving angle of the vehicle is within 30°, meeting the accuracy requirements of map-matching algorithms. The overall position correction accuracy of the trajectory is within 30 meters, with potential sub-meter accuracy at best. This performance is primarily influenced by the quality of road network data, highlighting that the proposed method relies on high-quality road network data to effectively address abnormal trajectory data with significant positional offsets. The high-quality trajectory data obtained after pre-correction can significantly enhance the accuracy of map-matching algorithms, resolving issues related to incorrect matches and relative positional deviations. **Conclusions:** The proposed innovative method effectively detects and corrects abnormal driving angles and overall trajectory offsets, significantly enhancing the quality of crowdsourced trajectory data. This improvement further aids in increasing the accuracy of trajectory position correction in map-matching algorithms. Additionally, it offers valuable technical support and methodological guidance for advancing the application of high-definition map crowdsourcing updates.

Key words: vehicle-borne images; trajectory position correction; abnormal angle correction; high-definition map; crowdsourcing data

高精地图是自动驾驶必不可少的基础设施之一，是实现自动驾驶的必要条件，在辅助环境感知、精准定位与决策规划等任务中具有不可替代的关键作用[1-3]。众包是高精地图实现实时更新的必要途径，也是业内公认的高精地图生产和应用的未来形态[4-5]。基础的众包数据通常由低成本GPS模块采集的车辆轨迹以及单目车载相机采集的车载图像或车载视频构成。其中，轨迹数据能够确定车辆行驶的大致位置，而车载图像则可以在辅助车辆定位的基础上实现静态道路要素的提取与变化监测。将车载图像中提取的语义信息与位置信息相结合，即可确定静态道路要素的大致位置，再通过与高精地图现有道路要素的匹配和融合，进而实现高精地图静态道路要素的缺失新增、冗余剔除和变化更新[6]。

受车辆行驶环境与GPS信号传输等多种因素的影响，轨迹数据普遍存在不同程度的位置抖动。为解决这一问题，地图匹配算法成为了研究的热点。作为一种轨迹数据的位置校正方法[7]，地图匹配算法能够根据轨迹与城市道路之间的距离、速度、角度差以及相邻轨迹点与其候选点之间的连通性等时空特征，将存在位置偏移的轨迹点垂直匹配到最为可能的路段或节点上[8]。该技术在在线地图导航和离线轨迹挖掘中扮演着关键角色[9]，并已成为高精地图众包更新中常用的基础算法之一。然而，质量参差不齐的低成本众包设备普遍存在信号不良或延滞以及设备未精确校准等问题[10]，使得多路径效应、接收机内部噪声、通道延迟等误差无法消除[11]，导致轨迹数据出现较为明显的整体位置偏移，并伴随着行驶方向等关键属性信息的异常突变。由于地图匹配算法无法校正平行于道路方向的位置偏移，且易受到轨迹点异常行驶角度的影响[12]，从而可能将轨迹点匹配到错误的路段，甚至是与实际行驶方向相反的路段上，极大影响轨迹位置校正与高精地图众包更新的精度。

车载图像作为众包数据的重要组成部分，能够反映车辆的行驶环境与姿态变化[13]，常用于车道线检测与提取[14]、路标牌检测与识别[15]、障碍物检测与识别[16]、车辆检测与跟踪[17]、测距定位与构图[18]、动态目标检测与识别[19]以及道路要素采集与更新[20]等方面，部分研究证明了车载图像用于区分复杂道路场景的能力[21]与全景图像中的视觉道路特征用于轨迹定位的有效性[22]，但是利用单目车载图像实现轨迹数据的异常角度校正和整体位置纠偏尚存在研究空白。鉴于此，本文提出了一种基于车载图像的异常轨迹检测与预校正方法，通过修复轨迹数据中属性与位置异常，为地图匹配算法提供高质量的轨迹数据，最终达到提升轨迹数据位置校正精度的目的。

1　异常轨迹检测与预校正方法

本文提出的异常轨迹检测与预校正方法，通过从连续车载图像中估计车辆位姿信息，实现异常行驶角度的检验与校正，并据此进一步实现轨迹整体位置纠偏，进而为地图匹配算法提供高质量的轨迹数据，以提升轨迹数据位置校正的精度，为高精地图的低成本众包更新提供稳定定位信息支撑。

1.1　轨迹异常角度校正方法

轨迹属性中的行驶方向是地图匹配算法筛

选道路的关键特征之一。然而,受GPS模块与行车环境的影响,轨迹属性记录中常见行驶角度异常的情况,具体表现为两大显著问题:其一,GPS信号暂时中断时,系统可能默认行驶方向角度为0°,导致方向信息缺失;其二,车辆快速切换车道或遭遇GPS信号延迟时,记录的行驶方向角度与实际道路数据之间出现显著夹角偏差。异常的车辆行驶角度会严重影响地图匹配算法的精度与效率,使得轨迹点被匹配到错误的路段甚至是行驶方向相反的路段上,导致相邻轨迹点之间的连通性无法保证,进而影响高精地图众包更新的精度。本文通过连续车载图像与单目视觉技术估计车载相机的位姿,并借助每个轨迹点的视觉方向角,实现轨迹数据中异常行驶角度的检测与校正,进而为轨迹整体位置纠偏和地图匹配算法提供可靠的行驶方向角信息。

1.1.1 车载相机位姿估计

由于车载相机的摆放位置及姿态相对固定,因此由车载相机拍摄的连续车载图像能够反映车辆的姿态变化。运动推断结构(structure from motion, SfM)是一种根据一组连续的二维图像进行三维场景重建的摄影测量成像技术,能够在二维图像三维重建的同时实现相机内、外参数的估计[23]。

现阶段SfM算法根据实现方式的不同,分为全局式、增量式和混合式等不同类型。全局式SfM能够一次性处理全部图像并得出所有相机的姿态和场景点结构,并在所有图像位姿估计和三角化后执行一次光束平差法(bundle adjustment,BA),因此其效率较高、鲁棒性较差,更加适用于三维模型的建模[24];增量式SfM则以一对图像作为初始目标,在添加新图像的同时求解新图像的相机位姿,并在执行三角化和P*n*P(perspective-*n*-points)算法的同时执行局部BA,因此其效率较低、鲁棒性较强[25];混合式SfM结合了全局式和增量式SfM算法的优势,在全局式SfM初步解算所有轨迹点的相机位姿之后,使用增量式SfM中的BA算法进行全局优化,以此确保最终结果的精准与稳健[26]。考虑到车载图像之间的时空关系较为连续,且与增量式SfM的过程相对一致,本文采用抗噪性更强、执行效率相对较高的增量式SfM进行车载相机的位姿估计。

本文中众包数据中的轨迹点与车载图像是一一对应的,且轨迹点的采样频率相对较高。然而,当车辆进行大角度转弯时,相邻车载图像之间的重叠度较低,匹配的特征点对也相对较少,会影响轨迹数据的位姿估计结果。为此,本文提出以特征点匹配稀缺处为分割节点,将连续的轨迹数据智能划分为多个独立段进行处理。此举不仅有效提升了位姿估计的精确度,还显著优化了增量式SfM算法的执行效率,实现了效率与精度的同步提升。车载图像增量式SfM算法流程图如图1所示。

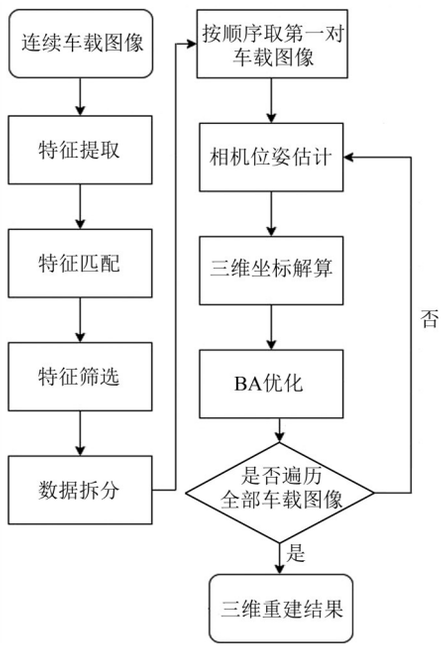


图1 车载图像增量式SfM算法流程图

Fig. 1 Flowchart of Incremental SfM Algorithm for Vehicle-Borne Images

首先,采用方向梯度直方图算法(histogram of oriented gradients,HOG),从每张车载图像中提取特征点,包括表示道路场景下静态要素位置的关键点和描述关键点周围像素信息的描述子。然后,采用随机K-D树算法计算两个描述子之间的相似性程度,将相邻车载图像之间的特征点进行匹配,并采用随机采样一致性(random sample consensus, RANSAC)算法对错误匹配的特征点对进行筛选和剔除。如果一对车载图像之间所有特征点对的相似性程度较低,则从这两个车载图像之间的位置拆分数据集;选取各数据集中的第一对车载图像,采用对极几何和八点法估计相机位姿,并采用三角测量方法解算特征点的三维坐标;最后依次添加其他车载图像来增长现有重建结果,分别采用P*n*P和三角测量方法求解相机位姿信息,解算特征点的三维坐标,并对解算的三维坐标点和估计的位姿信息进行BA优化,直到所有图像对解算完毕,即可得到三维重建的稀

疏点云和车载相机在各轨迹点的位姿信息。在实施层面，本文采用OpenSfM框架实现了连续车载图像的三维重建和车载相机的位姿估计。此外，前后轨迹点的经纬度信息将作为OpenSfM框架三维重建的地理参考，用于重建结果的全局移动与对齐，以此使重建的结果能够顾及GPS的绝对尺度。

1.1.2　异常行驶角度校正

相机位姿估计结果为相机外参矩阵$[\boldsymbol{R},\boldsymbol{t}]$，其中$\boldsymbol{t}$为$3\times1$的平移向量，$\boldsymbol{R}$为$3\times3$的旋转矩阵，表示从世界坐标系转为相机坐标系的刚性变换。因此，根据旋转矩阵$\boldsymbol{R}$即可求出相机在世界坐标系的方位角。将第一个轨迹点所在的位置定义为世界坐标系的原点，根据其角度即可确定世界坐标系的方向，再由增量式SfM算法得到每张图片的旋转矩阵，进而求得每个轨迹点的视觉方向角。OpenSfM默认使用的是罗德里格斯旋转向量，假设其求解的结果为：

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \tag{1}$$

则方位角的计算式为：

$$\gamma=\mathrm{mod}\left(\deg(\arctan\frac{r_{13}}{r_{23}})+360,360\right) \tag{2}$$

式中，deg为弧度转角度的函数；mod为取余数的函数。

将视觉方向角与轨迹行驶角度进行对比，即可识别异常的行驶角度，随后借助视觉方向角来校正异常的行驶角度。需要注意的是，由于视觉方向角可能存在一定的精度偏差，因此无法完全由视觉方向角来取代车辆的行驶角度。故本文仅当识别到行驶角度存在明显异常之后，再尝试采用视觉方向角。

1.2　轨迹整体位置纠偏方法

低成本GPS模块，尤其是使用时间较长的低成本GPS模块，通常存在校准精度差等问题，加之GPS模块的信号接收可能存在延迟，使得众包轨迹数据中普遍存在整体位置偏移现象。由于地图匹配算法无法校正平行于道路方向的轨迹位置偏移，致使轨迹位置校正存在精度瓶颈，这也制约了低成本轨迹数据的多样化应用与可靠性。本文在轨迹异常行驶角度校正的基础上，基于车载图像中蕴含的道路场景信息进一步对轨迹数据的整体位置偏移进行检测与校正，技术路线如图2所示。首先，根据车载图像反映的道路场景语义信息，在轨迹数据中识别位于特殊场景下的轨迹点；其次，提取能够代表当前道路场景的关键轨迹点，并通过隐马尔可夫模型实现关键轨迹点与城市道路节点的匹配；然后，计算所有关键轨迹点与匹配位置在经度与纬度上的偏移均值作为偏移因子；最后，将偏移因子应用到所有轨迹点，即可实现轨迹数据的整体位置纠偏。

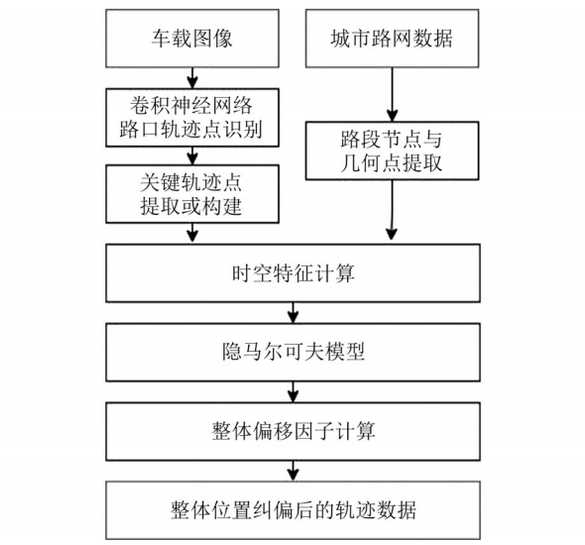


图2　轨迹整体位置纠偏技术路线图

Fig. 2　Technology Flowchart of Trajectory Overall Position Correction

1.2.1　关键轨迹点提取

在关键轨迹点的识别与构建方面，本文认为路网数据中表示路口和多条道路汇合口与分岔口的节点能够辅助轨迹点实现精准定位。因此，本文将车载图像的道路场景语义信息分为路口、汇入口、分岔口与其他场景4类，并利用卷积神经网络来实现车载图像的场景分类。

图像分类是计算机视觉领域里一个经典的监督学习问题。目前主流的卷积神经网络模型，如VGG、ResNet等，已被证明在道路场景分类等应用中的有效性[21]。为了提高模型的鲁棒性，需要进行大规模的人工样本收集与精细标注，这也增加了训练数据集的构建成本。然而，迁移学习则可以通过预训练模型来显著降低目标数据集的构建成本，同时降低模型的训练难度。值得注意的是，预训练过程中采用的数据集即便与目标任务不直接相关，其蕴含的通用视觉特征，如边缘、纹理、形状等，在新任务中依然能发挥关键作用。

微调是一种常用的迁移学习方法，其实现过程包括以下4个步骤：(1)在其他数据集上训练得到预训练模型；(2)创建一个新的卷积神经网络模型，复制预训练模型中除了全连接层以外的所

有结构和参数到目标模型;(3)根据当前任务设计目标模型的全连接层结构,并随机初始化全连接层的模型参数;(4)在目标数据集上进行训练,得到该任务场景的网络模型。

为了进行道路场景语义信息的提取,采用在ImageNet数据集上训练好VGG-16和ResNet-50模型作为本文的预训练模型,并在自主标注的道路场景分类数据集上进行模型微调,最终得到道路场景分类器。

在现实道路场景中,车辆行驶在路口内或通过分岔口和汇入口时是一个连续的过程,因此会有多个连续轨迹点的车载图像被分类为特定道路场景。为了在特定场景下仅保留唯一的轨迹点与路网节点进行匹配,本文进行了关键轨迹点提取与虚拟关键轨迹点的构建,如图3所示。

1)如果连续轨迹点的道路场景被视为汇入口,则取连续轨迹点下一个被识别为其他场景的轨迹点作为关键轨迹点(图3(a));

2)如果连续轨迹点的道路场景被视为分岔口,则取连续轨迹点的第一个轨迹点作为关键轨迹点(图3(b));

3)如果连续轨迹点的道路场景被视为路口,则取驶入路口的首个轨迹点和驶出路口的首个轨迹点构建虚拟关键轨迹点。虚拟关键轨迹点是算法构建的用于与候选节点匹配的轨迹锚点,如果出入路口的两个轨迹点的行驶方向接近,则取轨迹点对连线的中点作为虚拟关键轨迹点(图3(c));否则以这两个轨迹点以及其行驶方向分别构建直线,并取直线的交点作为该路口的虚拟关键轨迹点(图3(d))。

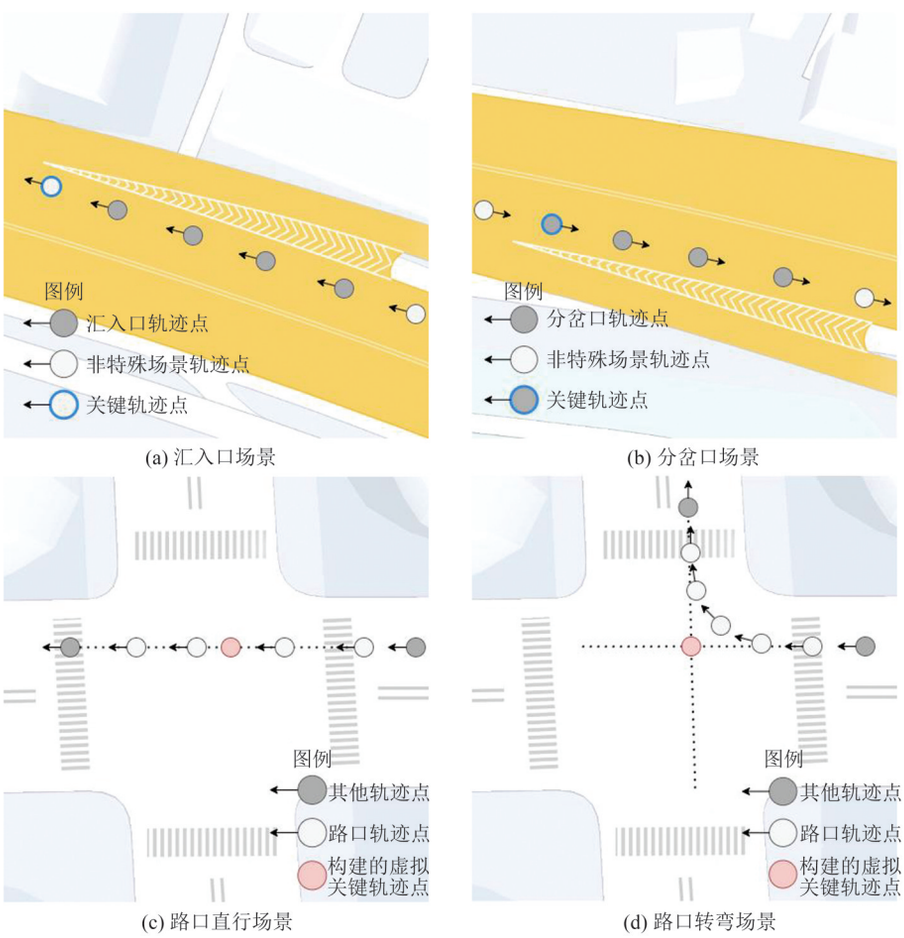


图3 关键轨迹点提取

Fig. 3 Extraction of Key Trajectory Points

在关键轨迹点提取之后,需要获取第一个进入该道路场景和第一个离开该道路场景的轨迹点的行驶角度,并将其分别作为驶入和驶出方向角记录在关键轨迹点中;在将关键轨迹点与路网节点匹配时,通过对比关键轨迹点的驶入和驶出方向以及候选节点连接道路的出入方向对候选节点进行初步筛选。在确定关键轨迹点的道路场景时,如果连续轨迹点中同时包含多个不同的道路场景,则以出现频率最高的道路场景为主;如果轨迹数据采样频率相对较高,且轨迹数据中

存在不连续的轨迹点被识别为路口、汇入口、分岔口等道路场景时,那么这些轨迹点可以直接被算法忽略,以此来保证轨迹整体位置纠偏方法的精度。

1.2.2　整体位置纠偏

在关键轨迹点提取之后,先按顺序依次将其匹配到更为可能的道路节点上,再计算所有关键轨迹点的平均偏移量并赋予所有轨迹点,即可实现轨迹整体位置偏移的校正。轨迹整体位置纠偏方法的技术路线如图4所示。

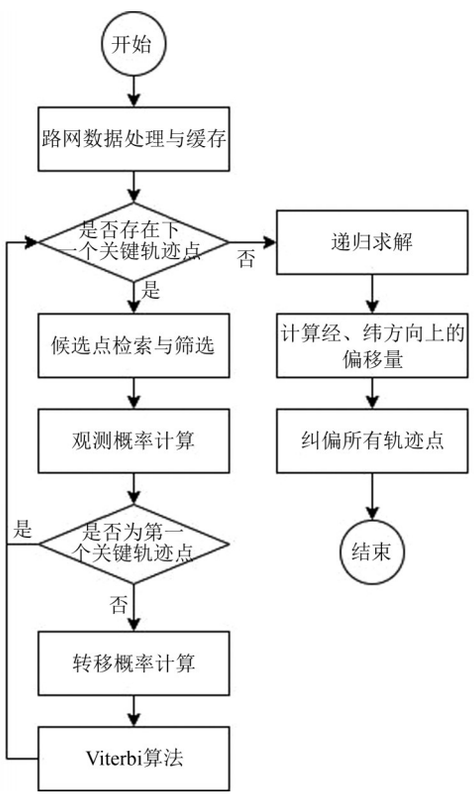


图4　关键轨迹点匹配技术路线图

Fig. 4　Technology Flowchart of Key Trajectory Points Matching

轨迹整体位置纠偏方法具体包括以下6个步骤:

1)从路网数据中提取节点数据,并提取与每个节点连接的路段数据,根据其行驶方向和坐标信息,计算节点每条入边和出边的方位角(双向路则将其同时视为入边和出边)。随后采用R树索引,缓存所有节点,以提高后续候选节点空间检索的效率。

2)依次遍历所有关键轨迹点。在每次计算过程中,以当前的关键轨迹点为圆心,以阈值r为半径,从R树索引中检索该半径范围内的节点作为候选节点,并计算其入度d_{in}和出度d_{out},根据关键轨迹点的类型对候选节点进行初步筛选。其中,汇入口场景的关键轨迹点需要获取周围所有$d_{\text{in}}\geqslant 2$且$d_{\text{out}}\geqslant 1$的候选节点;分岔口场景的关键轨迹点则需要获取周围所有$d_{\text{out}}\geqslant 2$且$d_{\text{in}}\geqslant 1$的候选节点;路口的虚拟关键轨迹点则仅需要保留$d_{\text{out}}+d_{\text{in}}\geqslant 3$的节点作为其候选节点。随后,根据关键轨迹点的驶入和驶出方向角以及候选点的入边和出边方向角对候选点进行再次筛选。其中,路口场景中候选节点的筛选以及汇入口和分岔口场景中候选节点需要分别满足以下约束条件:

$$|a_{\text{in}}-a'_{\text{in}}|<a_t\text{且}|a_{\text{out}}-a'_{\text{out}}|<a_t \tag{3}$$

$$|a_{\text{in}}-a'_{\text{in2}}|<a_{t2} \tag{4}$$

$$|a_{\text{out}}-a'_{\text{out2}}|<a_{t2} \tag{5}$$

式中,a_{in}和a_{out}为关键轨迹点的驶入和驶出方向角;a'_{in}和a'_{out}为候选节点中分别与关键轨迹点的入、出方向角最为接近的入边和出边的方向角;a'_{in2}和a'_{out2}为候选节点中分别与关键轨迹点的入、出方向角第二接近的入边和出边的方向角;a_t和a_{t2}分别为最接近和第二接近方向角的阈值。

3)计算关键轨迹点与各候选节点之间的时空特征,以此定义隐马尔可夫模型的观测概率。计算关键轨迹点的驶入和驶出方向与候选节点中方向角最为接近的入边和出边之间的角度差,以保证候选节点与关键轨迹点的出入角度尽可能相似。相关研究成果[12]认为,出、入的角度差均应服从高斯(正态)分布:

$$F_a(c_t^i)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_a}\mathrm{e}^{-\frac{(x_a-\mu_a)^2}{2\sigma_a^2}} \tag{6}$$

式中,x_a为关键轨迹点p_t与候选点c_t^i之间出边或入边之间的角度差;μ_a和σ_a分别为角度差的均值和方差。

根据上述指标,各候选点的观测概率定义为:

$$O(c_t^i)=F_a^{\text{in}}(c_t^i)\cdot F_a^{\text{out}}(c_t^i) \tag{7}$$

4)计算当前关键轨迹点的各候选节点与上一时刻关键轨迹点的各候选节点之间的时空特征,并以此定义隐马尔可夫模型的转移概率。如果当前处理的是整个轨迹的第一个关键轨迹点,则可跳过此步骤。

计算前后候选节点之间的直线距离及其对应的关键轨迹点之间的直线距离,考虑两个距离之间的相似性,确保相邻关键轨迹点在匹配到候选节点之后,直线距离不存在较大差异。公式为:

$$F_s(c_{t-1}^s\rightarrow c_t^i)=\frac{\min(\mathrm{dis}(p_{t-1},p_t),\mathrm{dis}(c_{t-1}^s,c_t^i))}{\max(\mathrm{dis}(p_{t-1},p_t),\mathrm{dis}(c_{t-1}^s,c_t^i))} \tag{8}$$

式中,dis、min和max分别为求欧氏投影距离、取

最小和取最大的函数。

采用A*算法计算前后候选节点之间的最短路径,并在算法中考虑轨迹点之间的时间差。假设车辆在城市中的最大运行速度为120 km/h,当A*算法遍历的节点路径长度超过了车辆在这个时间内可能行驶的最大距离,则直接认为最短路径求解失败,以此确保候选节点之间的连通性,提高A*算法的求解效率。在转移概率中进一步考虑候选节点之间的最短路径长度和关键轨迹点之间直线距离的相似性,确保连通性越好的候选点对之间的转移概率越大。公式为:

$$F_p(c_{t-1}^s \to c_t^i)=\frac{\min(\mathrm{dis}(p_{t-1},p_t),p(c_{t-1}^s,c_t^i))}{\max(\mathrm{dis}(p_{t-1},p_t),p(c_{t-1}^s,c_t^i))} \tag{9}$$

式中,p为求解候选点之间最短路径长度的函数。

根据Viterbi算法的思想,每个候选点都会保存使其具有最高总概率的前一候选点。因此,每个候选点均可表示一条从第一个关键轨迹点到当前关键轨迹点的候选路径。为了确保所有关键轨迹点选择的候选节点的相对方位尽可能一致,可以分别计算当前候选路径中所有候选节点与关键轨迹点之间经度与纬度差的方差,方差的概率计算式可以表示为:

$$F_c(c_{t-1}^s \to c_t^i)=\mathrm{e}^{-k\sigma_c^2} \tag{10}$$

式中,σ_c^2为经度或纬度差的方差;k为缩放系数。

根据上述3种指标,相邻候选点之间的转移概率定义为:

$$T(c_{t-1}^s \to c_t^i)=F_s(c_{t-1}^s \to c_t^i)\cdot F_p(c_{t-1}^s \to c_t^i)\cdot F_c^x(c_{t-1}^s \to c_t^i)\cdot F_c^y(c_{t-1}^s \to c_t^i) \tag{11}$$

5)按照轨迹中关键轨迹点的顺序,在每个关键轨迹点中选择一个候选节点即可构成一条候选路径。在所有路径中找到一条概率最大的路径,即为最终的匹配结果。任一候选路径的概率计算式为:

$$F=O(c_1^{i_1})\cdot\prod_{t=2}^{n}T(c_{t-1}^{i_{t-1}} \to c_t^{i_t})\cdot O(c_t^{i_t}) \tag{12}$$

式中,n为关键轨迹点的个数;$c_t^{i_t}$为t时刻的关键轨迹点选择的第i_t个候选点。

由于本问题在隐马尔可夫模型中为预测问题,因此可以借助Viterbi算法的动态规划思想来降低计算的复杂度,即每个候选点仅记录一个使其具有最高整体概率的前一时刻候选点,在所有关键轨迹点遍历完成之后,从最后一个时刻中找到总体概率最大的一个候选节点,通过不断递归其前一时刻的候选节点,来获取轨迹所有关键轨迹点的匹配结果。

6)根据各关键轨迹点与其匹配的候选节点,计算出经度和纬度方向上的平均偏移量,随后将所有轨迹点均加上该偏移量,即可完成轨迹整体位置偏移的校正工作。

2 实验与分析

2.1 研究区域与实验数据

本文以武汉市为研究区域,以容易获取的导航路网数据作为轨迹整体位置纠偏实验的真值参考。相对于高精地图而言,导航路网的精度较差、特征点较少,但可以肯定的是,如果提出的方法在导航路网上可以获得较好的精度,那么其在高精地图上获得的精度只会更高。因此,本文采用导航路网进行实验验证,不仅可以方便实验的复现,且在真实应用场景中,能够避免直接将轨迹数据与高精地图进行匹配,以此提高轨迹位置校正的效率。

本文使用的导航路网数据由当地导航公司提供,涵盖武汉13个区,共包含351 733条道路、272 150个节点。众包数据为自主采集的30条带有车载图像的轨迹数据,轨迹点包含经过人工检查与校正的行驶方向和轨迹位置真值,数据空间分布如图5所示,统计指标详见表1。

2.2 异常角度校正

利用OpenSfM框架处理带有车载图像的轨迹数据,当相邻车载图像之间的鲁棒特征点数量小于50组或鲁棒匹配点占所有匹配点的比例小于70%时,在当前位置将轨迹拆分为两条子轨迹;设置用于匹配的两个图像之间的最大时间间隔为4个单位,即每个图像只与其相邻的前后各2个图像进行特征点匹配,以防止因场景相似而导致相隔较远的图像之间出现鲁棒的特征点对;设置允许利用相机的相似性变换来补偿GPS,以避免GPS抖动对位姿估计结果的影响。此外,本文还通过配置局部束半径和束间隔等参数来优化OpenSfM的性能。局部束半径设置为1,意味着在添加新图像时,只对新图像及其紧邻的图像进行BA优化;束间隔设置为9 999 999,表示在所有图像均添加完成之后再执行全局BA优化,以此尽可能地提高OpenSfM的执行效率。通过将位姿估计结果与轨迹数据中记录的车辆行驶方向以及轨迹所在道路的行驶方向进行对比,即可验证众包数据的连续车载图像在行驶角度估计上的有效性,实验结果见表2。

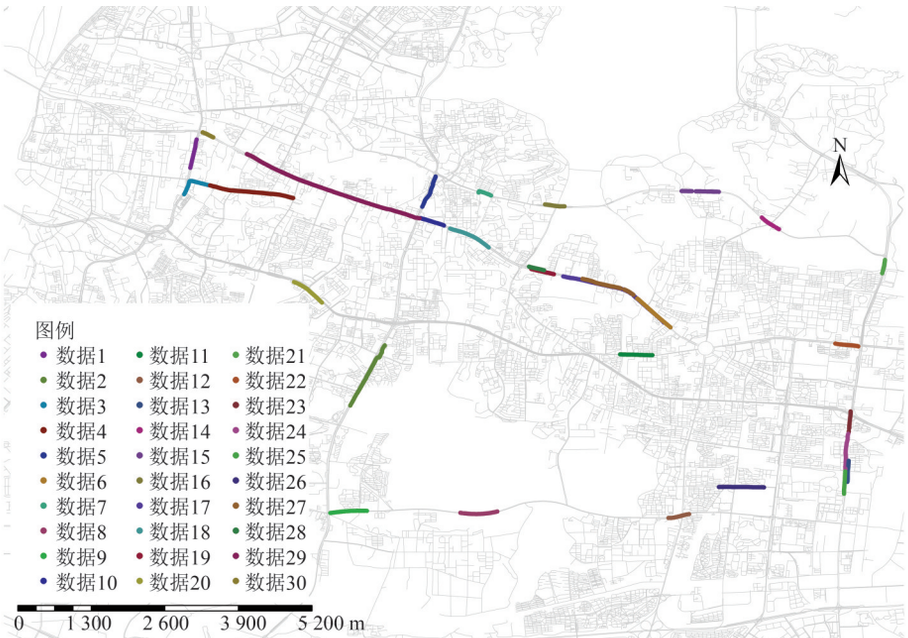


图 5　研究区域与实验数据

Fig. 5　Research Area and Experimental Data

表 1　实验数据统计表

Table 1　Statistics of Experimental Data

数据编号	记录数	里程/m	采样频率/s	数据编号	记录数	里程/m	采样频率/s	数据编号	记录数	里程/m	采样频率/s
1	38	591.37	1	11	48	574.30	2	21	30	280.54	2.5
2	124	1 404.77	1.5	12	34	375.78	4.5	22	36	410.84	1
3	56	633.72	1	13	37	434.01	1	23	32	420.77	1
4	156	1 522.06	1.5	14	35	389.84	3	24	60	731.91	1.5
5	63	674.17	1.5	15	47	660.09	1.5	25	38	457.67	1.5
6	69	835.29	2	16	37	347.20	1	26	100	799.97	2
7	42	265.87	1	17	189	2 095.15	1.5	27	94	971.17	1.5
8	36	660.16	1	18	99	796.71	1	28	35	277.02	1
9	70	652.05	2	19	42	412.38	1	29	285	3 346.66	1.5
10	49	440.22	1.5	20	48	655.53	1.5	30	30	217.39	1

实验结果显示,所有轨迹点的姿态估计值与车辆行驶方向、道路行驶方向的角度差均小于30°。由于常见地图匹配算法通常将轨迹点和候选路段之间的角度差限定在60°以内以获得较高的地图匹配精度[12],因此,增量式SfM算法与车载图像能够用于识别并校正车辆异常的行驶方向。具体应用时,可在角度估计值与车辆行驶方向的夹角超过90°时选择信任角度估计值。

普通的异常行驶角度检测方法通常采用相邻两个轨迹点之间的方位角作为前一个轨迹点行驶角度的参考值,这种方法仅适用于轨迹采样频率相对较高的场景下,且容易受到GPS抖动的影响,相邻轨迹点之间如果会出现与道路行驶方向完全相反的位置偏差,则会影响异常行驶角度检测的精度,无法满足实际应用的需求。普通异常行驶角度检测方法的实验结果见表3。

2.3　整体位置纠偏

在道路场景识别实验中,用于道路场景分类的样本数据爬取自百度全景,通过截取车辆行驶方向的局部全景图片来模拟行车图像。本文共计获取了9 484张局部全景图片,通过人工标注构建了道路场景训练样本数据集。由于路口、汇入口、分岔口等场景的样本数量相对较少,因此本文采用一定的图像增强方法对样本数据进行补充,数据集的统计结果以及采用的样本增强方法见表4。

本文将训练集与测试集的样本数量比例设为4∶1,且保证测试集与训练集之间不同时包含由同一图片增强出来的两张不同的样本数据。此外,在样本数据增强时,确保了汇入口和分岔口的样本在随机裁剪、随机旋转和随机擦除时不会完全剔除能够区分道路场景的隔离带特征。

表2 行驶角度估计结果统计表

Table 2 Statistics of Driving Angle Estimation Results

数据编号	与车辆行驶方向角度差/(°)			与道路行驶方向角度差/(°)			数据编号	与车辆行驶方向角度差/(°)			与道路行驶方向角度差/(°)		
	最大值	最小值	平均值	最大值	最小值	平均值		最大值	最小值	平均值	最大值	最小值	平均值
1	8.05	0.89	4.30	6.49	0.66	3.39	16	17.90	2.39	9.37	10.41	0.95	7.66
2	25.51	1.20	15.70	23.50	0.18	11.96	17	12.51	3.87	7.18	20.45	0.55	9.48
3	21.60	2.40	10.66	18.21	0.54	9.15	18	9.11	0.64	6.69	17.27	0.03	9.15
4	13.39	2.78	7.39	15.71	0.70	8.77	19	12.55	3.41	4.36	20.02	3.51	7.47
5	18.21	2.39	11.50	16.31	2.27	9.62	20	10.15	0.41	4.73	15.79	6.06	8.99
6	6.03	0.02	4.27	11.65	3.60	8.27	21	23.29	0.06	8.09	10.36	2.04	7.12
7	20.20	3.91	9.60	28.64	0.28	7.93	22	7.37	0.02	3.64	25.30	0.01	6.76
8	21.53	8.75	18.28	21.92	10.00	17.97	23	15.61	2.59	8.57	15.48	1.75	5.91
9	16.57	5.24	9.28	15.18	2.26	8.22	24	21.33	0.06	10.00	23.08	0.86	8.53
10	9.48	6.46	8.42	20.83	9.43	12.16	25	8.62	4.50	6.06	12.45	0.47	6.23
11	9.27	2.05	8.43	10.24	1.08	8.38	26	11.81	6.64	8.49	24.41	2.70	8.72
12	13.80	1.89	4.50	7.98	0.09	2.53	27	19.80	0.83	11.98	19.41	0.11	10.39
13	22.27	0.16	12.02	21.30	4.21	11.12	28	10.56	2.87	7.66	12.13	4.07	9.23
14	12.51	0.05	7.61	17.06	2.15	9.28	29	8.39	0.42	4.42	17.65	0.44	7.57
15	29.13	1.56	6.06	23.71	1.56	5.85	30	5.66	0.09	3.18	11.26	0.79	6.29

表3 普通异常行驶角度检测方法结果统计表

Table 3 Statistics of Ordinary Abnormal Driving Angle Detection Method

数据编号	与车辆行驶方向角度差/(°)			与道路行驶方向角度差/(°)			数据编号	与车辆行驶方向角度差/(°)			与道路行驶方向角度差/(°)		
	最大值	最小值	平均值	最大值	最小值	平均值		最大值	最小值	平均值	最大值	最小值	平均值
1	149.60	0.00	14.33	149.96	0.03	10.97	16	178.50	0.00	4.08	174.04	0.00	3.46
2	61.40	0.00	3.56	86.53	0.01	3.47	17	40.10	0.00	8.70	43.56	0.00	10.04
3	15.20	0.00	2.28	66.42	0.01	3.07	18	40.10	0.00	3.55	42.66	0.01	2.82
4	120.10	0.00	4.08	120.23	0.01	5.90	19	27.30	0.00	4.03	44.96	0.06	5.24
5	58.80	0.00	2.49	132.39	0.06	3.57	20	27.10	0.00	1.41	31.94	0.00	1.43
6	20.20	0.00	2.37	22.43	0.00	2.73	21	68.30	0.00	3.03	77.76	0.00	3.08
7	125.70	0.00	3.23	124.91	0.00	4.48	22	40.54	0.05	5.65	40.83	0.09	6.26
8	27.50	0.00	3.57	30.31	0.00	2.59	23	19.19	0.00	2.79	38.93	0.00	3.20
9	9.00	0.00	3.86	29.62	0.12	4.46	24	79.38	0.00	4.16	71.97	0.00	4.83
10	87.10	0.00	4.99	82.57	0.01	7.03	25	172.24	0.00	4.09	171.56	0.00	4.16
11	32.00	0.00	3.92	74.39	0.00	4.82	26	43.75	0.00	5.14	57.43	0.00	7.00
12	89.20	0.00	3.55	82.21	0.00	3.92	27	83.65	0.00	3.74	71.25	0.00	4.46
13	75.20	0.00	6.73	96.20	0.04	5.69	28	71.06	0.00	4.50	179.43	0.00	5.08
14	106.00	0.00	7.93	107.28	0.00	8.20	29	75.01	0.03	4.19	82.35	0.01	3.92
15	175.30	0.00	8.79	174.22	0.01	10.97	30	90.60	0.00	2.83	89.49	0.00	3.36

表4 道路场景样本数据及训练结果汇总表

Table 4 Summary of Road Scenes Sample Data and Training Results

道路场景	样本数量	增强方法	训练集数量	测试集数量	VGG-16查准率/%	VGG-16查全率/%
路口	1 727	随机裁剪 随机旋转	5 000	1 250	90.80	97.12
汇入口	360	随机水平翻转 随机擦除	5 000	1 250	96.58	88.08
分岔口	482	高斯滤波 颜色抖动	5 000	1 250	98.65	87.60
其他场景	6 250	不增强	5 000	1 250	88.68	99.13

本文选用AutoGluon框架进行图像分类任务训练，采用预训练好的VGG-16和ResNet-50模型为道路场景分类的骨干网络，在标注好的数据集上进行模型微调。实验结果表明，VGG-16模型的分类精度为93.14%，而ResNet-50模型的分类精度仅为88.84%。因此，本文最终选择表现更佳的VGG-16模型作为道路场景分类的网络模型，各道路场景的查准率与查全率见表4。

利用训练好的模型识别车载图像的道路场景，随后根据道路场景识别结果从轨迹数据中提取关键轨迹点。选择关键轨迹点数量大于1的轨迹数据，对轨迹数据的经纬度坐标进行随机的整体位置偏移，利用偏移后的轨迹数据进行轨迹整体位置纠偏实验，验证随机生成的偏移量和求解的纠偏因子之间的误差，以此验证整体位置纠偏算法的效果。

本文设置候选点的搜索半径r为200 m，高于轨迹数据可能的整体偏移量；关键轨迹点提取时的角度阈值a_t和a_{t2}依据经验被分别设置为30°和60°；在计算时空特征的概率时，角度差的均值μ_a和方差σ_a依据相关论文的经验被分别设置为0°和30°；在计算关键轨迹点与候选点之间经度或纬度差的方差时，缩放系数k依据经验被设置为300。本文提取了10条轨迹数据用于整体位置纠偏实验，轨迹数据在经度和纬度上的随机偏移距离均为[50, 100] m，每条轨迹随机偏移10次，实验统计结果如表5所示。

表5　轨迹整体位置纠偏实验结果

Table 5　Experimental Result of Trajectory Overall Position Correction

数据编号	关键轨迹点数量	纠偏后误差/m	数据编号	关键轨迹点数量	纠偏后误差/m
1	2	16.83	15	2	4.20
2	2	23.59	17	7	4.49
3	2	15.50	21	2	23.87
4	5	0.40	26	2	23.02
13	2	25.25	29	7	22.63

实验结果表明，所选数据在不同的随机偏移量下实验结果较为稳定，纠偏后的轨迹与原始轨迹之间的距离误差在30 m之内。以数据4为例，轨迹整体位置纠偏结果如图6所示。

由于本文使用的导航路网数据精度有限，且部分道路数据与真实道路在空间位置上存在相对误差，因此本文的纠偏误差仍存在下降空间。此外，道路场景连续识别异常与相似道路场景也可能会对轨迹整体位置纠偏算法的精度造成影响，因此关键轨迹点的提取和匹配逻辑也存在优化空间。

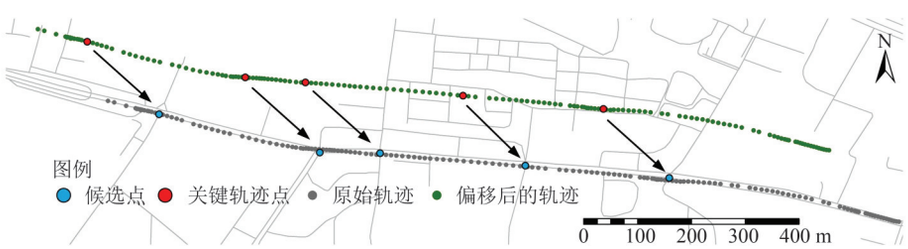


图6　轨迹整体位置纠偏结果

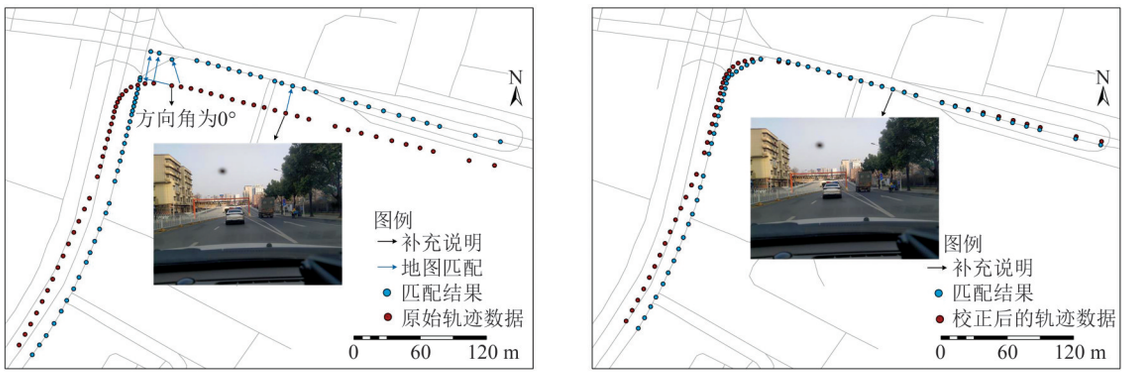
Fig. 6　Result of Trajectory Overall Position Correction

2.4　地图匹配效果对比

本文以带有异常角度和整体偏移的真实众包轨迹数据为例，对比轨迹质量增强前后的地图匹配效果差异。实验结果如图7所示，其中原始轨迹数据中存在方向角为0°的异常轨迹点，导致一系列轨迹点出现了错误匹配；同时，由于轨迹数据存在一定的整体位置偏移，导致地图匹配结果存在一定的位置偏差，路口点匹配到了距离道路分岔口约15 m的位置；经过异常属性校正和整体位置纠偏后的轨迹数据整体匹配结果明显好于未校正的数据，图示的路口点恰好匹配到了道路分岔口位置。地图匹配效果对比在一定程度上也反映了本文所提方法的有效性。

3　结　语

由低成本众包设备采集的轨迹数据普遍存在行驶方向异常和整体位置偏移，极大增加了轨迹位置校正的难度，进而影响高精地图众包更新的精度。针对此问题，本文提出一种基于车载图像的异常轨迹检测与预校正方法，首先基于增量式SfM算法识别并校正众包轨迹数据中的异常行驶角度值；然后基于高可信的轨迹行驶角度值，设计了基于隐马尔可夫模型的轨迹整体位置纠偏方法，实现了轨迹数据整体位置偏移校正；最后将预校正方法与地图匹配算法结合，验证了预校正方法对提升众包轨迹数据位置校正精度的有效性。



(a) 未校正的原始众包数据与匹配结果 (b) 校正后的众包轨迹数据与匹配结果

图7 地图匹配效果对比图

Fig. 7 Comparison of Map Matching Results

由于本文的实验场景有限,所提方法仍存在优化空间,后续可从以下几个方面开展研究:

1)在异常角度检测与校正方面,本文采集的实验数据未涉及道路拥堵场景,在动态目标较多且存在相对当前车辆的位置移动时,可能会对轨迹异常角度检测与校正方法产生影响,后续将进一步补充实验数据,并通过完善算法逻辑,提升轨迹异常角度检测与校正方法的精度和鲁棒性。

2)在轨迹整体位置纠偏方面,本文后续可从车载图像语义及轨迹时空特征等方面提取更多的关键轨迹点识别特征,设计相应的轨迹点匹配策略以及错误关键轨迹点的容错逻辑,并通过补充更多属于不同道路场景的众包数据,以此来进一步提升轨迹整体位置纠偏方法的鲁棒性。

3)在方法的验证和应用方面,本研究后续将在高精地图数据中进一步验证异常轨迹检测与预校正方法的有效性,并进一步尝试将本文方法用于高精地图众包更新等应用场景当中,在实践中优化和完善预校正方法,以此提升方法的精度和适用性。

参 考 文 献

[1] 李德仁,洪勇,王密,等. 测绘遥感能为智能驾驶做什么?[J]. 测绘学报,2021,50(11):1421-1431.
LI Deren, HONG Yong, WANG Mi, et al. What Can Surveying and Remote Sensing Do for Intelligent Driving? [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2021, 50(11): 1421-1431.

[2] 陈会仙,章炜,杨蒙蒙,等. 面向无人驾驶的高精地图公开应用趋势研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2024,49(4):537-545.
CHEN Huixian, ZHANG Wei, YANG Mengmeng, et al. Open Application Trend of High Definition Map for Unmanned Driving[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2024, 49(4): 537-545.

[3] 齐如煜,尹章才,顾江岩,等. 高精地图的知识图谱表达[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2024,49(4):651-661.
QI Ruyu, YIN Zhangcai, GU Jiangyan, et al. Knowledge Graph Expression of High Definition Map[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2024, 49(4): 651-661.

[4] 高小莉,王翰,蔡清华,等. 面向高效更新的地理信息要素属性众包获取机制研究[J]. 测绘标准化,2025,41(4):43-47.
GAO Xiaoli, WANG Han, CAI Qinghua, et al. Research on Crowdsourcing-Based Acquisition Mechanism for Geographic Information Feature Attributes Towards Efficient Updating [J]. *Standardization of Surveying and Mapping*, 2025, 41(4): 43-47.

[5] 李月华. 基于自动驾驶众包地图更新技术方法[J]. 北京测绘,2022,36(5):629-635.
LI Yuehua. Crowdsourcing Map Update Technology for Autonomous Driving[J]. *Beijing Surveying and Mapping*, 2022, 36(5): 629-635.

[6] 刘建平,郑阳,郑望晓. 高精度地图的应用和更新方案[J]. 汽车实用技术,2021(12):27-29.
LIU Jianping, ZHENG Yang, ZHENG Wangxiao. Application and Update Solution of High Definition Map [J]. *Automobile Applied Technology*, 2021(12): 27-29.

[7] 赵肄江,付金昊,刘毅志,等. 融合车辆轨迹和POI特征的多道路属性识别方法[J]. 测绘地理信息,2025,50(3):115-120.
ZHAO Yijiang, FU Jinhao, LIU Yizhi, et al. A Method of Multi-road Attribute Recognition Using Vehicle Trajectories and POI Characteristics [J]. *Journal of Geomatics*, 2025, 50(3): 115-120.

[8] LI B Z, CAI Z L, KANG M J, et al. A Trajectory

Restoration Algorithm for Low-Sampling-Rate Floating Car Data and Complex Urban Road Networks[J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2021, 35(4): 717-740.

[9] REHRL K, GRÖCHENIG S, WIMMER M. Optimization and Evaluation of a High-Performance Open-Source Map-Matching Implementation[C]//Geospatial Technologies for All, Cham: Springer, 2018.

[10] 李必军，郭圆，周剑，等. 智能驾驶高精地图发展与展望[J]. 武汉大学学报(信息科学版)，2024，49(4)：491-505.
LI Bijun, GUO Yuan, ZHOU Jian, et al. Development and Prospects of High Definition Map for Intelligent Vehicle [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2024, 49(4): 491-505.

[11] 王思远，王坚，刘培源. 卫星伪距多路径时空建模研究[J]. 导航定位与授时，2021，8(2)：114-119.
WANG Siyuan, WANG Jian, LIU Peiyuan. Spatio-temporal Modeling of Satellite Pseudo-Distance Multipath[J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2021, 8(2): 114-119.

[12] LI B Z, CAI Z L, KANG M J, et al. An Improved Hidden Markov Model-Based Map Matching Algorithm Considering Candidate Point Grouping and Trajectory Connectivity[J]. *Cartography and Geographic Information Science*, 2023, 50(4): 351-370.

[13] 胡钊政，孙莹妹，李祎承. 路面路标高精度地图构建与多尺度车辆定位[J]. 哈尔滨工业大学学报，2019，51(9)：149-156.
HU Zhaozheng, SUN Yingmei, LI Yicheng. High Definition Map Construction from Pavement Landmarks for Multi-scale Vehicle Localization[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2019, 51(9): 149-156.

[14] NEVEN D, DE BRABANDERE B, GEORGOULIS S, et al. Towards End-to-End Lane Detection: An Instance Segmentation Approach [C]//IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Changshu, China, 2018.

[15] LIU Y Y, PENG J Y, XUE J H, et al. TSingNet: Scale-Aware and Context-Rich Feature Learning for Traffic Sign Detection and Recognition in the Wild[J]. *Neurocomputing*, 2021, 447: 10-22.

[16] LEE T J, YI D H, DAN CHO D I, et al. A Monocular Vision Sensor-Based Obstacle Detection Algorithm for Autonomous Robots [J]. *Sensors*, 2016, 16(3): 311.

[17] 周苏，支雪磊，林飞滨，等. 基于车载视频图像的车辆检测与跟踪算法[J]. 同济大学学报(自然科学版)，2019，47(S1)：191-198.
ZHOU Su, ZHI Xuelei, LIN Feibin, et al. Research on Vehicle Detection and Tracking Algorithm Based on Onboard Video Images [J]. *Journal of Tongji University* (*Natural Science*), 2019, 47(S1): 191-198.

[18] MUR-ARTAL R, TARDÓS J D. ORB-SLAM2: An Open-Source SLAM System for Monocular, Stereo, and RGB-D Cameras [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2017, 33(5): 1255-1262.

[19] YANG Z H, LI J, LI H Y. Real-Time Pedestrian and Vehicle Detection for Autonomous Driving [C]//IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Changshu, China, 2018.

[20] ZHANG W W, LIU H, WU X C, et al. Lane Marking Detection and Classification with Combined Deep Neural Network for Driver Assistance [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2019, 233(5): 1259-1268.

[21] LI B Z, WANG M Q, CAI Z L, et al. VIS-MM: A Novel Map-Matching Algorithm with Semantic Fusion from Vehicle-Borne Images[J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2023, 37(5): 1069-1098.

[22] ZHOU M J, CHEN X, SAMANO N, et al. Efficient Localisation Using Images and OpenStreetMaps [C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Prague, Czech Republic, 2021.

[23] ULLMAN S. The Interpretation of Structure from Motion[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series B, Biological Sciences*, 1979, 203(1153): 405-426.

[24] CUI Z P, TAN P. Global Structure-from-Motion by Similarity Averaging[C]//IEEE International Conference on Computer Vision, Santiago, Chile, 2016.

[25] 陈武，姜三，李清泉，等. 无人机影像增量式运动恢复结构研究进展[J]. 武汉大学学报(信息科学版)，2022，47(10)：1662-1674.
CHEN Wu, JIANG San, LI Qingquan, et al. Recent Research of Incremental Structure from Motion for Unmanned Aerial Vehicle Images[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(10): 1662-1674.

[26] 许彪，董友强，张力，等. 分区优化混合 SfM 方法[J]. 测绘学报，2022，51(1)：115-126.
XÜ Biao, DONG Youqiang, ZHANG Li, et al, A Hybrid SfM Method Based on Partition Optimization [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2022, 51(1): 115-126.