一种基于不规则三角网的精确求交方法及三维地质建模应用

李逸达，朱双，郑贵洲*

中国地质大学（武汉）地理与信息工程学院，武汉 430078

第一作者，E-mail：2789827918@qq.com

* 通信作者，E-mail：zhenggz@cug.edu.cn

2024-03-20 收稿；2024-07-30 修回；2024-07-31 接受

基金项目：青海省自然科学基金项目(探测东昆仑造山带三叠纪花岗质岩基生长过程及其与火山活动的耦合/脱耦机制)

中图分类号：TE32；TP31　　文章编号：2096-8523(2026)01-0351-09　　doi: 10.19509/j.cnki.dzkq.tb20240105

摘　要：针对目前三维地质模型求交方法中精确度不高、数值计算存在误差等问题，提出一种基于不规则三角网、融合浮点精度与精确精度的地质体精确求交算法。首先，构建不规则三角网(TIN)的方向包围盒(OBB)层次树，通过快速碰撞检测筛选出有效相交三角形对集合，大幅缩减后续计算范围。其次，将相交三角形对分解为边－三角形求交单元，建立包含交点空间位置状态(onVertex(顶点上)；onEdge(边上)；inTriangle(面内))及对应实体(点、边、面)*ID* 的交点位置关系结构，既消除交点坐标的冗余计算，又通过位置状态与实体 *ID* 匹配精准判别重复交点(如：onVertex 状态下匹配顶点 *ID*；onEdge 状态下匹配边 *ID*)。最后，根据拓扑正确性需求动态选择精度模式：若浮点精度可维持拓扑正确，则采用投影降维的约束 Delaunay 三角化(CDT)方法完成重三角化；若出现交点位置偏移(如面内点投影至边外)、点重合或交线段虚假相交等偏差，则切换至有理数表示的精确精度，通过约束点插入(面内点将三角形拆分为 3 个新三角、边上点将相邻三角形拆分为 4 个新三角)与约束线段插入(处理相交线段并执行边交换规则：凸四边形直接换边、凹四边形待排队换边)实现重三角化，确保重构结果的拓扑一致性。结果表明，提出的求交算法可以很好地支撑三角网的求交运算，算法转换至精确精度的次数少，具有较好的计算效率及较高的鲁棒性。算法平均时间花销优于 GOCAD 软件，能够满足大多数不规则三角网复杂地质模型间求交计算的需要。

关键词：地质体；三维地质建模；不规则三角网；三角网求交；重三角化

三维地质建模是地球科学、资源勘探、工程建设等领域的核心技术之一，其主要目的是通过计算机技术将地下空间的地质信息进行数字化表达和可视化呈现[1]。近年来，随着智慧矿山和数字地球概念的提出，三维地质建模技术得到了快速发展，已成为矿产资源开发、地质灾害预警、城市地下空间规划等领域不可或缺的技术手段[2-3]。一个完整的三维地质模型不仅需要准确构建各个地质体的几何形态，更需要正确表达不同地质体之间复杂的空间分布和拓扑关系。在实际地质环境中，地层与地层、断层与地层、岩体与围岩等不同地质要素之间存在着接触、切割、穿插、侵入等多种复杂的空间关系，这些关系的准确表达直接关系到地质模型的科学性和实用性[4]。由于地质体表面形态的高度复杂性和不规则性，其几何表达面临诸多挑战。地质界面往往呈现出强烈的非线性特征，局部可能存在褶皱、断裂、尖灭等复杂形态，难以用简单的参数曲面进行精确描述。因此，在三维地质建模实践中，多边形曲面表达

著录信息：李逸达，朱双，郑贵洲. 一种基于不规则三角网的精确求交方法及三维地质建模应用 [J]. 地质科技通报，2026，45(1)：351-359.
LI Yida, ZHU Shuang, ZHENG Guizhou. An exact intersection method for triangulated irregular network and its application to 3D geological modeling[J]. Bulletin of Geological Science and Technology, 2026, 45(1): 351-359.

© Editorial Office of Bulletin of Geological Science and Technology. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license.　https://dzkjtb.cug.edu.cn

方法，特别是不规则三角网(TIN)表达方法得到了广泛应用[5]。TIN模型通过一系列无重叠、无间隙、大小不一、形状各异的三角形单元连接拼接，能够灵活适应复杂的地形地貌变化，在表达不规则边界和复杂地质条件方面具有良好的适应性。三角网求交算法是三维地质建模中的关键技术之一，其主要功能是计算不同地质体表面之间的交线，进而确定地质体的空间分布范围和相互关系[6-7]。在地质建模过程中，需要频繁进行地层面与地层面、断层面与地层面、地质体与切割面等各种曲面间的求交运算。求交算法的精确性和鲁棒性直接影响到最终地质模型的质量和可靠性。然而，由于浮点运算固有的精度限制，在处理共面、近似共面、极小角度等退化情况时，传统求交算法容易产生拓扑不一致问题，导致求交失败或结果错误。

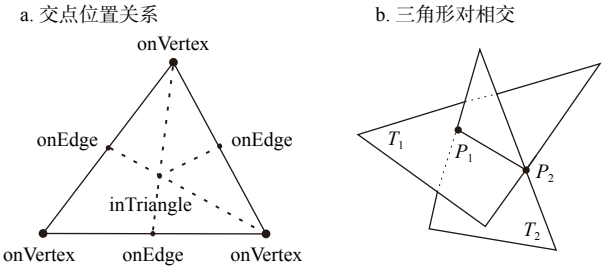
近年国内外对三角形与三角形求交测试的研究较为活跃，LEE等[8]提出了基于四叉树的快速不规则曲面相交算法，效率低且相交的时间复杂度呈线性增加；花卫华等[9]提出了一种改进的不规则三角网格曲面切割算法，但没有对实际情况中可能遇到的情况进行处理；蒋钱平等[10]提出了基于平均单元格的三角网格曲面快速求交算法，相交处理速度更快，但未对包含歧义点的交线进行处理；SCHIFKO等[11]基于CGAL库和GNU多精度运算库确保求交精确结果；FEITO等[12]使用扩展精度处理了特殊相交情况，但需要特殊的编程且运算时间较长；BIERMANN等[13-14]使用有限精度数值下的近似方法，近似方法虽保证大数据量情况下求交算法效率，但方法丢失了几何细节和特征，不适用于某些精细化的应用需求；毕林等[15]利用可定向复式网格的顶点顺序一致性，建立了交线与交线、交线与网格、网格与网格的拓扑关系，从而判断网格的取舍，通过网格间的几何与拓扑关系的结合保证算法的可靠性；ELSHEIKH等[16]结合网格中蕴藏的几何与拓扑关系，建立了追踪方向数据结构，兼顾不同追踪方向，但对输入模型有较严格的约束，要求必须为流形；明镜等[17]对地质体模型采用改进的三角形求交和包含测试分类方法，但在极狭长的三角形等特殊情况下的浮点误差问题未完全解决。为降低算法过程中浮点数精度误差的影响，刘金义等[18-19]提出了基于TIN的体布尔算法及三角形的求交算法，采用的是普通的浮点数值表示和浮点算术运算，但浮点运算仍然存在误差问题，在极狭长的三角形情况下不能完全正确判别；曹伟等[20]提出了允差控制方法，讨论2个存在很小夹角的立方体间进行布尔运算的稳定性问题；唐敏等[21]采用层次求交和交线跟踪算法，提高了雕塑模型布尔运算的精确性。尹长林等[22-23]提出了基于欧氏几何或计算几何发展而来的三角网求交算法，但这种方法需要对其相对位置关系进行预判断，且在处理不同维度三角网时，需要对线、面进行分别处理，导致了其对动态变化的三角网求交支撑不足。GUIGUE等[24]利用了行列式符号的几何意义来判断三角形的关系而后求交，但计算过程中必须根据相关情况进行复杂的判断，导致程序结构复杂，适应性不强。李宁等[25]提出了一种优化的三角网格曲面求交算法，通过建立层次包围盒、改进三角形对求交方法提高曲面求交效率，并利用拓扑关系优化交线生成的追踪过程，层次包围盒虽然能够有效减少求交的范围，但在求交过程中需要不断分裂包围盒，这会增加额外的计算开销，从而降低求交效率。陈志杨等[26]通过OpenGL软件的拾取机制实现了网格求交曲线的实时绘制，并根据OpenGL的场景视角实现了快速求交计算。算法在切分过程中需要利用网格的拓扑关系，如AIF(adjacency and incidence framework)数据结构来优化交线生成追踪过程。如果模型的拓扑结构不完整或存在错误，可能会导致切分失败或结果不准确。

地质体模型具有高度复杂性，浮点运算存在的误差，在模型特殊相交情况(如：共面、近似共面等情况)下，通过对几何计算结果进行逻辑判断，获得的几何元素位置关系很可能发生矛盾，进而导致求交前后模型的空间展布不一致，或者求交的过程异常终止，使得求交结果的可靠性无法保证。本研究提出一种浮点精度与精确精度相结合的求交方法，根据实际情况，选择没有拓扑结构要求，允许存在自相交、退化等情况的不规则三角网曲面输入模型；构建包围盒(OBB)层次包围盒树，基于OBB树进行快速碰撞检测，得到碰撞检测后的求交三角形对集合；在三角形求交过程中建立交点位置关系结构，以减少求交过程中的冗余交点坐标计算，并通过浮点精度与有理精度的结合保证重三角形化结果的正确性，从而有效地提高求交算法的效率及鲁棒性。GOTTSCHALK等[27]提出了OBB树算法，使用有向OBB构建层次结构进行快速碰撞检测，该方法能够紧密包围复杂几何体，显著减少了需要进行详细求交测试的三角形对数量，在计算机图形学和机器人领域得到广泛应用。CHANG等[28]进一步提出了结合OBB和球体的混合包围盒层次结构，在保持较好拟合度的同时提高了碰撞检测效率。WANG等[29]针对含断层的地质建模场景，提出了基于混合包围盒

的求交检测算法，有效处理了断层面与地层面的复杂相交关系。

1　基于交点位置关系三角形求交

建立基于不规则三角网求交算法的三维模型，首先需要对相交的三角形对求交，然后对产生交点和交线段的三角形重新三角化剖分，得到最后求交结果曲面。三角形求交是对相交三角形对集合中的每一对相交三角形进行三角形求交操作，通过三角形求交算法求得交点，交点采用交点位置关系结构记录，通过交点位置关系结构消除冗余交点坐标计算，得到交点集合和交线段集合。传统方法通过比较交点的几何坐标来判断重复，但在浮点精度限制下容易产生误判。本研究借鉴 ELSHEIKH 等[16] 的相交情况分类思想和 DE 等[30] 的拓扑数据结构设计理念，提出了基于拓扑位置关系的交点管理结构。具体是将三角形对分解为边−三角形对分别求交，确定边−三角形相交类型，建立交点位置关系结构。用交点空间位置关系来描述交点与其所在三角形与邻近的点、边、三角形的空间位置关系。根据 FEITO 等[12] 对平面多边形定向测试的研究和 DE 等[31] 的计算几何基本理论，可将交点在三角形中的位置关系分为 3 种基本类型：交点位于三角形的顶点上(onVertex)、交点位于三角形的边上(onEdge)以及交点位于三角形内部(inTriangle)，如图 1a 所示。



onVertex. 交点位于三角形的顶点上; onEdge. 交点位于三角形的边上; inTriangle. 交点位于三角形内部; T_1, T_2. 三角形; P_1, P_2. 交点; 下同

图 1　三角形对相交

Fig. 1　Intersection of two triangles

若三角形 T 包含交点 P，三角形 T 中交点 P 位置关系用 $I(P, T)$表示，则：

$$I(P, T) = (P, r, n), \quad (1)$$

式中：P 为三角形 T 中交点；r 为交点位置，取 onVertex、onEdge 以及 inTriangle 3 个值；n 表示 r 所对应实体(点、边、面)ID 序号。

对于三角形对 T_1 和 T_2 相交的交点 P 在 T_1 和 T_2 中的空间位置关系分别为 $I_1(P, T_1)$、$I_2(P, T_2)$，交点 P 的空间位置关系结构[26]：

$$I_P = (P, I_1(P, T_1), I_2(P, T_2)) = (P, r_1, n_1, r_2, n_2)。 \quad (2)$$

这种结构设计综合了 ELSHEIKH 等[16] 的可靠求交算法思想和 VAN 等[32] 的 5D 数据建模理念，具有以下优点：

(1) 唯一性

通过位置关系二元组 (r_1, r_2) 和对应的几何实体 $ID(n_1, n_2)$，可以唯一确定 1 个交点，避免重复计算。这种基于拓扑的唯一性判定比基于坐标的方法更加鲁棒[33-34]。

(2) 拓扑完整性

结构中包含了交点与 2 个三角形的完整拓扑关系，为后续的重三角化提供了必要信息。GEORGE 等[35] 在网格生成过程中也保持了拓扑一致性的重要性。

(3)高效查询

基于几何实体 ID 的索引，可以快速判断 2 个交点是否重合，提高算法效率。BARBER 等[36]Quickhull 算法也采用了类似的基于拓扑 ID 的查询策略。

如图 1b 所示，交点 P_1 在三角形 T_1 中，r_1=inTriangle, $I_1(P, T_1) = (ID_P$, inTriangle, $NID_{\mathrm{Tri}})$，其中，ID_{p} 为交点的唯一标识序号，NID_{Tri} 为三角形的唯一标识序号；在三角形 T_2 中，r_2=onEdge, $I_2(P, T_2) = (ID_P$, onEdge, $NID_{\mathrm{Edge}})$，NID_{Edge} 为三角形边的唯一标识序号。交点 P_1 的位置关系结构为：

$$I_{P1} = (ID_{P_1}, \text{inTriangle}, NID_{\mathrm{Tri}}, \text{onEdge}, NID_{\mathrm{Edge}}), \quad (3)$$

式中：ID_{P_1} 为特定交点 P_1 的唯一标识序号。

基于交点位置关系结构，求交算法处理共面与异面 2 类相交状态，算法具体步骤如下：

① 对于所有相交三角形对中的成对相交三角形，确定 1 个三角形的边与另 1 个相邻三角形边的互交关系；

② 若边−三角形不同面，在三角形边间产生交点情况下，确定交点是否为重复的交点，如果不是重复的交点，则用交点位置关系结构记录新交点；若是重复点，不记录新交点，直接处理下 1 对边−三角形；

③ 若边−三角形同面，在三角形边间产生交点情况下，确定交点是否为重复的点，若不是重复的交点，则用交点空间位置关系结构记录求得到的交点，所有相交可能生成 2 个交点，也可能生成 1 个交点；若生成 2 个交点，则记录 2 个交点构成的交线段；

④ 若异面相交三角形对 6 次相交测试生成了 2 个不同的交点，则这 2 个交点构成 1 条交线段；

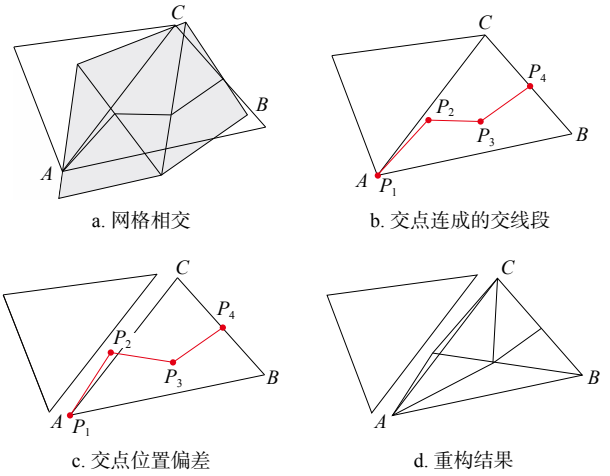
⑤ 得到交点集，交线段集。根据交点集中的交点位置关系结构计算交点坐标。

交点、交线段生成过程中需要判断产生的交点是否为重复相同交点。判断 2 个交点是否相同也就是判断 2 个交点坐标是否相同。若考虑坐标为浮点数可能会导致交点坐标是否相同判断存在偏差，若引入坐标容差有可能将不同的交点误判为重复点。本研究判断交点是否重复相同交点的算法是：在相交三角形对交点 P 位置关系结构（P, S_1, N_1, S_2, N_2）中，产生交点的相交状态二元组 (S_1, S_2) 包括 (onVertex, onVertex), (onVertex, onEdge), (onVertex, inTriangle), (onEdge, onEdge), (onEdge, inTriangle) 5 种情况。当交点在顶点上，且相交状态二元组为 (onVertex, onVertex)、(onVertex, onEdge)、(onVertex, inTriangle)3 种情况中的一种时，若相交在同 1 个顶点上，也即交点位置关系结构中的 NID_{Vertex} 相同，则交点相同。当交点在边上，且相交状态二元组为 (onEdge, onEdge) 时，若交点由 2 条相同的边相交产生，也即交点位置关系结构中的 NID_{Edge} 均相同，则交点相同。当交点在面内，且交点相交状态二元组为 (onEdge, inTriangle) 时，若交点由同 1 条边和同 1 个三角形相交产生时，也即交点位置关系结构中的 NID_{Edge} 和 NID_{Tri} 相同，则交点相同。

2　浮点精度和精确精度重三角化

基于投影降维的约束 Delaunay 三角化（CDT）方法[37] 将三维立体空间坐标系投影到二维空间坐标系后并三角化，再将结果反向投射到三维空间坐标系中。从三维空间坐标系投影到二维平面空间坐标系后，求交算法中存在三角形交点间很靠近的情况，或者存在交点与三角形边特别靠近等情况。由于浮点计算可能产生误差，或者奇异三角网引起交点位置偏移，二维平面坐标系中三角化后反向映射到三维坐标系时，可能会出现二维三维空间网格单元间空间关系不一致[38-39]。如图 2a 所示，灰色网格与三角形 ABC 相交，三角形中的精确交点位置应在 P_2 位置，如图 2b 所示，但经过投影降维操作，本应在 ABC 面内的点 P_2 跑到三角形 ABC 外部，如图 2c 所示，这样，通过约束 Delaunay 方法得到重三角化结果，三角形 ABC 与相邻三角形明显拓扑关联关系不一致，如图 2d 所示。

为解决浮点精度下投影降维方法所存在的问题，



a. 网格相交　b. 交点连成的交线段

c. 交点位置偏差　d. 重构结果

图 2　基于浮点数三角形重构（ABC 为三角形；P_1 ~ P_4 均为约束点；下同）

Fig. 2　Retriangulating based on floating point number

本研究采用浮点精度与精确精度相结合的方法。首先分析交点是否存在位置偏差，若交点位置不存在偏差，则采用 CDT 方法，基于浮点计算，在二维坐标系中利用 TRIANGL 开源代码库进行三角形重三角化，最后将二维坐标系内的重三角化后的三角形反向投射到三维坐标系中；若交点位置出现偏差，将算法转至精确精度，转换操作时间花销低，确保了求交算法的效率及重三角化的正确性[40]。

交点和交线段位置关系偏差分为 3 类：① 交点位置偏差：正常应在三角形面内的交点投影到边上、顶点上或不在三角形内；正常应在边上的交点投影到边外部、顶点、三角形内部或其他边上。② 交点重合：投影后坐标点重合包括边上点重合、面内点重合、边上点与面内点重合 3 种情况；③ 互不相交的交线段投影降维后相交。

为准确完成重三角化，针对重三角化过程中出现的偏差，提出特殊情况下的精确精度重三角化方法。精确精度选用有理数表示，有理数三角化方法首先将浮点数值转换至有理精度，将约束点、约束线段逐个插入三角网中，约束点即三角形求交产生的新交点，约束线段为三角形求交产生的新交线段，如图 2 所示，图中 P_1、P_2、P_3、P_4 均为约束点，P_1 P_2、P_2 P_3、P_3 P_4 为约束线段，在三维空间中采用插入法约束三角化，最后得到重三角化结果网格。

约束点插入方法：① 若要插入点位于三角形内部，要插入点与三角形 3 顶点相连，将三角形以点为中心拆分为 3 个新三角形，如图 3a 所示。② 若要插入点位于 2 个相邻三角形公共边上，要插入点与公共边相邻的 2 个三角形非公共边上的顶点连接，将 2 个相邻三角形拆分为 4 个三角形，如图 3b 所示。

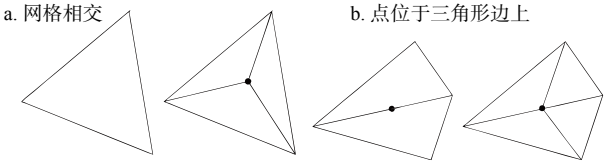


图 3　插入点拆分三角形

Fig. 3　Triangle splited by insert point

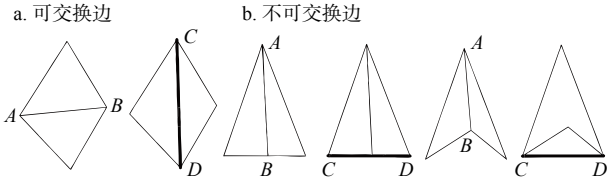


图 4　边交换规则（*AB*. *CD* 均为三角形边界）

Fig. 4　Edge swap rules

约束线段插入方法：① 约束线段的 2 个端点插入完成后，产生以这 2 个端点为线段端点的约束线段，标记此线段为已插入的约束线段。② 约束线段未出现，且待插入约束线段与已插入约束线段相交，求 2 个约束线段的交点；将求出的交点以插入点的方式插入网格中，交点将待插入的约束线段分成 2 段，再根据插入约束线段的规则等待插入至网格中。③ 约束线段未出现在网格中，且与已插入的约束线段不相交，但是与一个或多个已插入的非约束段相交，将相交的非约束线段交换边，直至无非约束线段与待插入约束线段相交，待插入的约束线段插入了网格中。待插入约束线段与非约束线段相交，交换边操作规则定义为：① 规则 1：包含非约束线段的 2 个三角形的边界构成 1 个凸四边形，如图 4a 所示，则直接交换边；② 规则 2：包含非约束线段的 2 个三角形的边界构成 1 个凹四边形或边界为三角形，如图 4b 所示，则非约束线段插入待换边队列末端，等待再次交换边。

重构三角形过程如图 5 所示，假设 $P_1 \sim P_5$ 为待插入的约束点，首先插入约束点 P_1, P_2，产生约束线段 P_1P_2, P_1P_2 成为三角形的边。插入约束点 P_3，产生约束线段 P_2P_3, P_2P_3 与非约束线段 P_1B 相交，P_1B 与 P_2P_3 换边，P_2P_3 成为三角形边。插入约束点 P_4，产生约束线段 P_3P_4, P_3P_4 成为三角形边。插入约束点 P_5，产生约束线段 P_4P_5, P_4P_5 与约束线段 P_2P_3 相交，并得到新交点 P_6。插入交点 P_6，拆分边 P_2P_3，产生约束线段 P_4P_6, P_4P_6 与非约束线段 P_1P_3 相交，P_1P_3 与 P_4P_6 换边，P_4P_6 成为三角形边。插入约束点 P_5，插入约束线段 P_6P_5, P_6P_5 与非约束线段 P_3B 相交，P_6P_5 与 P_3B 换边，P_6P_5 成为三角形边。至此，基于有理数重构三角化的所有约束点和约束线段均插入到了三角形 *ABC* 中，重三角化完成。基于有理数的三角形重构算法虽未将三角形重构为 Delaunay 三角网，网格质量并非最优，但确保了求交过程网格拓扑正确，进而保证了算法的鲁棒性。

3　三角网求交算法地质建模应用

在地质三维模型创建过程中，计算断层面与地层面、地层面与地层面、地质体表面之间的交线，并通过交线分离出不同的面片，这些都是常规的不同曲面间求交问题。为验证算法的处理效果，根据不同实验数据类型，以简单立方体间的求交为基础，对不同复杂程度的三维地质模型进行求交实验，包括地质体地层面间的求交及地质体断层面与地层面间的求交。简单立方体间的求交用于验证算法在共面三角形情况下的处理结果的正确性。立方体模型间

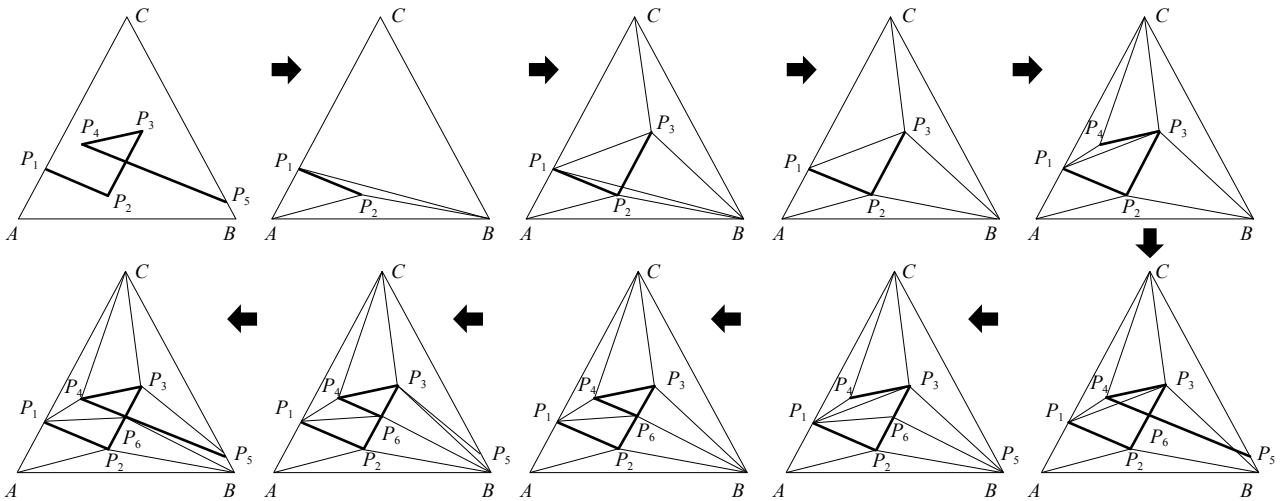


图 5　精确精度重三角化（$P_1 \sim P_6$ 均为约束点）

Fig. 5　Retriangulating based on rational number

的求交采用 2 个近似重合的立方体，其中 1 个立方体是由另 1 个立方体旋转一定的角度得到，如图 6a 所示，2 个立方体模型间存在共面情况，模型中几何元素（点、边、三角形）处于 1 个平面中，三角形求交算法涉及共面三角形求交，通过建立的交点位置关系，消除交点坐标间的冗余计算，进而得到正确的立方体求交结果，如图 6b。实验结果表明，本求交算法能很好地处理求交中存在的共面三角形对情况。

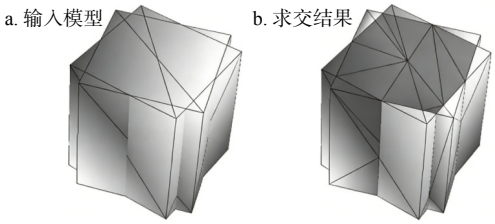


图 6　立方体求交

Fig. 6　Intersection of two cubes

地质体间关系错综复杂，地质体层面与层面间存在着各种接触关系，断层面与地层面之间也会存在相交关系，由于断层面的存在，地质体将被分割成不同的三维曲面，为了有效地表达地表下的地质体和地质构造的空间分布规律，建立地表下地质体三维模型，可使用离散点构建的 TIN 模型来模拟各种复杂地质体表面，采用 TIN 模型构成的曲面之间的求交算法生成新的 TIN 曲面模型。本研究通过地质体地层面间的求交，以及断层面与断层面间的求交 2 组实验，来验证算法在处理复杂地质模型数据的情况下的可行性。在地质体地层面间求交实验中，地质体输入模型中存在凸起自相交的情况，也就是违背拓扑关系的情况，如图 7a，三角形自相交情况可能会因为存在浮点数误差使三角形求交后交点坐标发生空间偏移，从而使重三角化的三角形拓扑结构不一致。为了解决这一问题，设计的算法在求交重三角化子过程中，通过浮点精度与有理精度的双重约束，确证求交结果的正确性，求交和切割后的结果如图 7b。在断层面与地层面间的求交实验中，输入模型数据中断层面网格存在严重的自相交情况，如图 8a，标红放大显示部分即为自相交的情况，利用本算法对断层面与地层面进行求交运算，从求交结果看，该算法可以有效地处理自相交情况，提高重三角化的正确性，求交结果及其对应的局部细节如图 8b 所示。

对三维模型数据的立方体间的求交、地质体地层面间求交、断层面与地层面求交结果部分参数进行统计，统计了 2 个相交模型的三角形个数，统计了

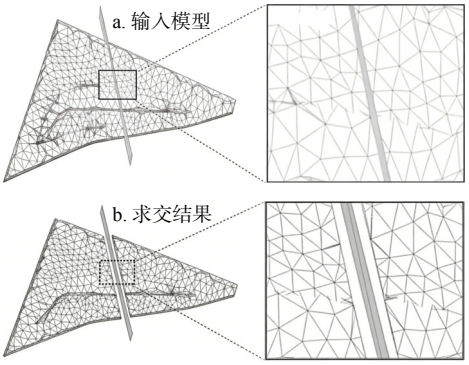


图 7　地质体地层面间求交

Fig. 7　Intersection between stratigraphic planes of a geological body

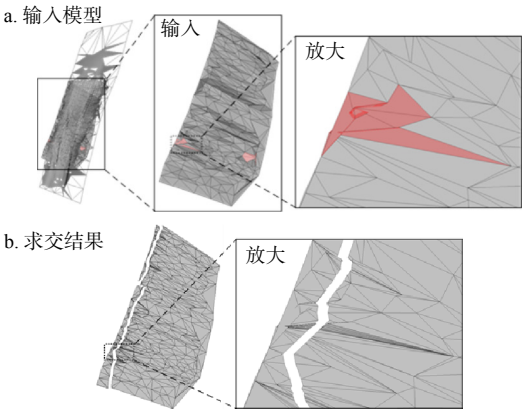


图 8　断层面与地层面求交

Fig. 8　Intersection between fault plane and stratigraphic plane

相交三角形对、交点个数以及转换次数等求交情况，并将本研究求交算法与 GOCAD 软件中地质体三维建模求交的时间花销进行对比，如表 1 所示。本研究算法平均时间花销优于 GOCAD，虽然断层面与断层面求交过程存在精度转换，但重三角化需要转换为有理精度的情况少，转换次数少，所需的时间开销增加的幅度在合理范围内，充分说明本研究算法具有较高准确性和较好的效率。

表 1　实验结果对比

Table 1　Comparison of the experimental results

	三角形数/个		求交情况			运算时间/ms	
	模型1	模型2	相交三角形/对	交点/个	转换/次	本研究算法	GOCAD 软件
简单立方体求交	12	12	56	42	0	9	13
地质体地层面间	2 182	2	71	71	0	587	2 047
断层面与断层面	61 712	604	249	251	6	1 986	5 500

应用本研究算法对山西省大同经济技术开发区（东南扩展区）进行地质三维建模，并开展空间分析，基于地质体地层面相交建模，在所建的地质三维模

型表面贴上高分辨率影像生成真实感更强的三维地质模型，如图 9a 所示；模型被不同方向的切面切割后，可以得到切割产生的各种大小不同的模型，如图 9b 所示；利用 3 条纵向剖面和 2 条横向剖面对三维模型进行切割而产生不同方向剖面构成的栅栏图，这种栅栏图能清晰地展现地质体内部的地层和构造空间分布规律，如图 9d 所示；根据三维模型的层级结构按照设定的爆炸半径自动生成爆炸效果展示模型内部地质结构特征，如图 9c 所示；断层面与地层相交建模，形成被断层切割的三维地质模型，如图 9e 所示。

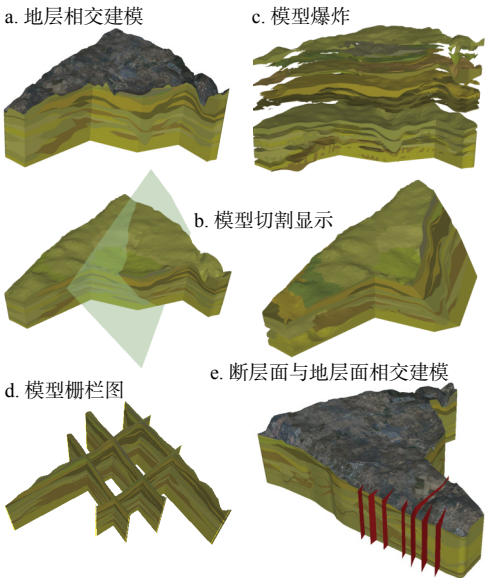


图 9　地质三维建模

Fig. 9　Geological 3D modeling

4　结　论

三维地质模型能够表达地下地质体的形态特征、内部变化规律、构造延伸及各种地质体间的空间关系，可为矿山开采、地质找矿服务和地质灾害评估等提供科学依据，是各种地质应用研究的基础。对地质体三维模型可视化分析可增强对复杂地质构造与地质信息的理解，提高地质信息解译和地质空间分析和预测的能力。三维地质体建模除了应该考虑单体表面建模外，还需要有效处理相交、套嵌、侵入、穿插、切割等复杂空间关系，特别是要考虑地层间相交、断层间相交以及模型切割等情况。不规则三角网求交是常用的重要算法，衡量不规则三角网求交算法优劣的参数主要有碰撞检测的时间耗费、空间优化、三角形求交运行速度和求交构模的精确度等，但求交精确度是一个关键问题。

本研究提出的基于不规则三角网的三维模型精确求交方法，针对地质三维模型求交复杂的特点，充分利用三角网格拓扑关系及精确精度，提高求交方法的鲁棒性以及运算效率。在三角形求交过程中，建立交点位置关系结构，并通过浮点精度精确精度的结合，重新设计重三角化过程，算法易于编程实现。实验结果表明，本研究的求交算法可以很好地支撑三角网的求交运算，算法转换至精确精度的次数少，计算结果可靠，且具有较好的计算效率及较高的可靠性，适于复杂地质体间的求交分析，能够满足大多数复杂大规模不规则三角网地质模型间求交计算的需要。

所有作者声明不存在利益冲突。

The authors declare that no competing interests exist.

参考文献：

[1] 陈麒玉，荀磊，崔哲思，等. 三维地质建模技术的最新进展和发展趋势 [J]. 地质科技通报，2025，44(3)：373-387.
CHEN Q Y，XUN L，CUI Z S，et al. Recent progress and development trends of three-dimensional geological modeling[J]. Bulletin of Geological Science and Technology，2025，44(3)：373-387.（in Chinese with English abstract）

[2] 程浪，王康健，唐明，等. 复杂地质建模技术赋能张集井田智能化建设 [J]. 智能矿山，2024(10)：51-59.
CHENG L，WANG K J，TANG M，et al. Complex geological modeling technology empowers intelligent construction of Zhangji mine field[J]. Journal of Intelligent Mine，2024(10)：51-59.（in Chinese with English abstract）

[3] 李梅，姜展，姜龙飞，等. 三维可视化技术在智慧矿山领域的研究进展 [J]. 煤炭科学技术，2021，49(2)：153-162.
LI M，JIANG Z，JIANG L F，et al. Research progress on 3D visualization technology for intelligent mine[J]. Coal Science and Technology，2021，49(2)：153-162.（in Chinese with English abstract）

[4] CAUMON G，COLLON-DROUAILLET P，LE CARLIER DE VESLUD C，et al. Surface-based 3D modeling of geological structures[J]. Mathematical Geosciences，2009，41(8)：927-945.

[5] LI Z，ZHU Q，GOLD C. Digital terrain modeling：principles and methodology[M]. Boca Raton，US：CRC Press，2004.

[6] 李宏达，吴志春，柏瑞，等. 复杂脉状矿体精细化三维建模方法探讨 [J]. 地质科技通报，2025，44(4)：379-390.
LI H D，WU Z C，BAI R，et al. Discussion on fine 3D modeling method of complex vein-type ore body[J]. Bulletin of Geological Science and Technology，2025，44(4)：379-390.（in Chinese with English abstract）

[7] MEI G. Summary on several key techniques in 3D geological modeling[J]. The Scientific World Journal，2014，2014(1)：723832.

[8] LEE P Z，YANG C H，YANG J R. Fast algorithms for computing self-avoiding walks and mesh intersections over unstructured meshes[J]. Advances in Engineering Software，2004，35(2)：61-73.

[9] 花卫华，邓伟萍，刘修国，等. 一种改进的不规则三角网格曲面切割算法 [J]. 地球科学，2006，31(5)：619-623.
HUA W H，DENG W P，LIU X G，et al. Improved partition algorithm between triangulated irregular network[J]. Earth Science，

2006, 31(5): 619-623. (in Chinese with English abstract)
[10] 蒋钱平, 唐杰, 袁春风. 基于平均单元格的三角网格曲面快速求交算法 [J]. 计算机工程, 2008, 34(21): 172-174.
JIANG Q P, TANG J, YUAN C F. Fast triangle mesh surface intersection algorithm based on uniform grid[J]. Computer Engineering, 2008, 34(21): 172-174. (in Chinese with English abstract)
[11] SCHIFKO M, JÜTTLER B, KORNBERGER B. Industrial application of exact Boolean operations for meshes[C]//Proceedings of the 26th Spring Conference on Computer Graphics. Budmerice, Slovakia: ACM, 2010: 165-172.
[12] FEITO F R, OGAYAR C J, SEGURA R J, et al. Fast and accurate evaluation of regularized Boolean operations on triangulated solids[J]. Computer-Aided Design, 2013, 45(3): 705-716.
[13] BIERMANN H, KRISTJANSSON D, ZORIN D. Approximate Boolean operations on free-form solids[C]//Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. [S. l.]: ACM, 2001: 185-194.
[14] SMITH J M, DODGSON N A. A topologically robust algorithm for Boolean operations on polyhedral shapes using approximate arithmetic[J]. Computer-Aided Design, 2007, 39(2): 149-163.
[15] 毕林, 王李管, 陈建宏, 等. 三维网格模型的空间布尔运算 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2008, 36(5): 82-85.
BI L, WANG L G, CHEN J H, et al. Spacial Boolean operations of 3D mesh model[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Nature Science Edition), 2008, 36(5): 82-85. (in Chinese with English abstract)
[16] ELSHEIKH A H, ELSHEIKH M. A reliable triangular mesh intersection algorithm and its application in geological modelling[J]. Engineering with Computers, 2014, 30(1): 143-157.
[17] 明镜, 潘懋, 屈红刚, 等. 基于 TIN 数据三维地质体的折剖面切割算法 [J]. 地理与地理信息科学, 2008, 24(3): 37-40.
MING J, PAN M, QU H G, et al. Zigzag section cut algorithm based on 3D geological objects represented by triangulated irregular network data[J]. Geography and Geo-Information Science, 2008, 24(3): 37-40. (in Chinese with English abstract)
[18] 刘金义, 张燕. 统一于三角面片的可靠多面体布尔集合运算 [J]. 工程图学学报, 2002, 23(1): 53-62.
LIU J Y, ZHANG Y. Robust polyhedral Boolean set operations achieved by triangle-based representations[J]. Journal of Engineering Graphics, 2002, 23(1): 53-62. (in Chinese with English abstract)
[19] 兰向荣, 潘懋, 王占刚, 等. 基于 TIN 的体布尔算法及其地质应用 [J]. 地理与地理信息科学, 2008, 24(4): 6-10.
LAN X R, PAN M, WANG Z G, et al. Boolean algorithm on 3D models based on TIN and implementation on 3D geological modeling[J]. Geography and Geo-Information Science, 2008, 24(4): 6-10. (in Chinese with English abstract)
[20] 曹伟, 陆长德. 多面体模型布尔运算算法及其稳定性 [J]. 西安工业学院学报, 1997, 17(1): 18-23.
CAO W, LU C D. Boollean set operation algorithm and robustness on B rep object[J]. Journal of Xi'an Technological University, 1997, 17(1): 18-23. (in Chinese)
[21] 唐敏, 董金祥, 李海龙, 等. 非正则精确模型的布尔操作 [J]. 软件学报, 1999, 10(12): 1291-1297.
TANG M, DONG J X, LI H L, et al. Boolean operation of non-regular precise geometric models[J]. Journal of Software, 1999, 10(12): 1291-1297. (in Chinese with English abstract)
[22] 尹长林, 喻定权. 一种基于拓扑搜索的三角网求交算法 [J]. 计算机工程与应用, 2006, 42(36): 209-211.
YIN C L, YU D Q. Rapid topological searching-based intersection algorithm of triangulated networks[J]. Computer Engineering and Applications, 2006, 42(36): 209-211. (in Chinese with English abstract)
[23] 丁祖鹏, 张雨晴, 王俊杰, 等. 基于自注意力机制生成对抗网络的三维储层建模方法 [J]. 地质科技通报, 2025, 44(4): 391-402.
DING Z P, ZHANG Y Q, WANG J J, et al. A self-attention enhanced generative adversarial network approach for three-dimensional reservoir modeling[J]. Bulletin of Geological Science and Technology, 2025, 44(4): 391-402. (in Chinese with English abstract)
[24] GUIGUE P, DEVILLERS O. Fast and robust triangle-triangle overlap test using orientation predicates[J]. Journal of graphics tools, 2003, 8(1): 25-32.
[25] 李宁, 田震, 张立华, 等. 优化的三角网格曲面求交算法 [J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版), 2013, 32(9): 1269-1273.
LI N, TIAN Z, ZHANG L H, et al. Optimization algorithm for triangular mesh surface intersection[J]. Journal of Liaoning Technical University (Natural Science), 2013, 32(9): 1269-1273. (in Chinese with English abstract)
[26] 陈志杨, 倪栋梁. 采用图形加速的三角网格实时切分 [J]. 计算机应用与软件, 2016, 33(3): 163-166.
CHEN Z Y, NI D L. Triangular mesh real-time cutting using graphics acceleration[J]. Computer Applications and Software, 2016, 33(3): 163-166. (in Chinese with English abstract)
[27] GOTTSCHALK S, LIN M C, MANOCHA D. OBBTree: A hierarchical structure for rapid interference detection[C]// Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. [S. l.]: [S. n.], 1996: 171-180.
[28] CHANG J W, WANG W P, KIM M S. Efficient collision detection using a dual OBB-sphere bounding volume hierarchy[J]. Computer-Aided Design, 2010, 42(1): 50-57.
[29] WANG H J, ZHANG X L, ZHOU L Q, et al. Intersection detection algorithm based on hybrid bounding box for geological modeling with faults[J]. IEEE Access, 2020, 8: 29538-29546.
[30] DE FLORIANI L, MAGILLO P, PUPPO E. Data structures for simplicial multi-complexes[M]//Advances in spatial databases. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1999: 33-51.
[31] DE BERG M, VAN KREVELD M, OVERMARS M, et al. Computational geometry: Algorithms and applications[M]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008.
[32] VAN OOSTEROM P, STOTER J. 5D data modelling: full integration of 2D/3D space, time and scale dimensions[C]//International Conference on Geographic Information Science. Berlin: Springer, 2010: 310-324.
[33] MAGALHÃES S V G, FRANKLIN W R, ANDRADE M V A. Fast exact parallel 3D mesh intersection algorithm using only orientation predicates[C]//Proceedings of the 25th ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems. Redondo Beach CA USA: ACM, 2017: 1-10.
[34] RICHARD SHEWCHUK J. Adaptive precision floating-point arithmetic and fast robust geometric predicates[J]. Discrete & Computational Geometry, 1997, 18(3): 305-363.
[35] GEORGE P L, BOROUCHAKI H. Delaunay triangulation and meshing: Application to finite elements[M]. [S. l.]: Hermés Science, 1998.
[36] BARBER C B, DOBKIN D P, HUHDANPAA H. The quickhull

algorithm for convex hulls[J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 1996, 22(4): 469-483.
[37] PAUL CHEW L. Constrained delaunay triangulations[J]. Algorithmica, 1989, 4(1): 97-108.
[38] SHEWCHUK J R. Triangle: Engineering a 2D quality mesh generator and Delaunay triangulator[M]//Applied computational geometry towards geometric engineering. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1996: 203-222.
[39] RUPPERT J. A delaunay refinement algorithm for quality 2-dimensional mesh generation[J]. Journal of Algorithms, 1995, 18(3): 548-585.
[40] LIU H, WANG J, ZHANG W, et al. MILP-StuDio: MILP instance generation via block structure decomposition[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2024, 37: 54357-54395.

Summary for “一种基于不规则三角网的精确求交方法及三维地质建模应用”

An exact intersection method for triangulated irregular network and its application to 3D geological modeling

LI Yida，ZHU Shuang，ZHENG Guizhou*

School of Geography and Information Engineering, China University of Geosciences (Wuhan), Wuhan 430078, China

First author，E-mail：2789827918@qq.com

* Corresponding author， E-mail：zhenggz@cug.edu.cn

Abstract：To address the problems of low accuracy and numerical errors in the current intersection methods for 3D geological models, this paper proposes a precise intersection algorithm for geological bodies based on the triangulated irregular network (TIN) and integrating floating-point arithmeticwith exact arithmetic. The specific process is as follows: First, a oriented bounding box (OBB) hierarchy for the TIN is constructed, and a set of effectively intersecting triangle pairs is identified through fast collision detection, thereby greatly reducing the scope of subsequent calculations. Second, the intersecting triangle pairs are decomposed into edge-triangle intersection tests, and an intersection positional-relationship data structure is established. This structure includes the spatial position states of intersections (atVertex: at a vertex, onEdge: on an edge, inTriangle: inside the face) and the IDs of corresponding entities (points, edges, faces). It not only eliminates redundant computations of intersection coordinates but also accurately identifies duplicate intersections by matching positional states with entity IDs (e.g., matching vertex IDs in the atVertex state and edge IDs in the onEdge state). Finally, the precision mode is selected dynamically according to the requirements of topological correctness: if floating-point precision can maintain topological correctness, projection-based constrained delaunay triangulation (CDT) is used to perform retriangulation; if deviations such as intersection position offsets (e.g., an inTriangle point projected outside the edge), point coincidence, or spurious intersections between intersection segments occur, the algorithm switches to exact precision represented by rational numbers. Retriangulation is carried out through constrained point insertion (an inTriangle point splits a triangle into three new triangles, and an onEdge point splits adjacent triangles into four new triangles) and constrained line-segment insertion (processing intersecting line segments and implementing edge-swap rules: Direct edge swapping for convex quadrilaterals and queued edge swapping for concave quadrilaterals), thereby ensuring the topological consistency of the reconstructed results. Experimental results show that the proposed algorithm effectively supports intersection operation on triangular networks, requires infrequent conversions to exact precision, and exhibits good computational efficiency and high robustness. The average runtime is lower than that of GOCAD, and the method meets the intersection requirements of most complex geological models based on triangulated irregular networks.

Key words: geological body； 3D geological modeling； triangulated irregular network (TIN)； triangle mesh intersection；retriangulation

Received：2024-03-20；Revised：2024-07-30；Accepted：2024-07-31

doi: 10.19509/j.cnki.dzkq.tb20240105