堤坝溃决计算方法现状及展望（Ⅰ）：理论模型、参数模型与一维数学模型

刘占奎[1a,1b,1c]，郭秋歌[2*]，杨洋[1a,1b,1c]，介玉新[1a,1b,1c]，张宝森[3]，王静雯[3]，周婷[1a,1b,1c]

1. 清华大学 a. 水圈科学与水利工程全国重点实验室；b. 水利部水圈科学重点实验室；c. 水利水电工程系，北京 100084；
2. 河南黄河河务局信息中心，郑州 450003；
3. 黄河水利委员会黄河水利科学研究院，郑州 450003

第一作者，E-mail：liuzk12@tsinghua.org.cn

* 通信作者，E-mail：1169904263@qq.com

2025-06-30 收稿；2025-11-07 修回；2025-11-10 接受

基金项目：国家重点研发计划项目（2023YFC3011401）；黄河水利委员会黄河水利科学研究院基金项目（HKY-JBYW-2024-15）；河南省重点研发专项（221111321100）

中图分类号：TV122.4　　文章编号：2096-8523（2026）01-0324-18　　doi：10.19509/j.cnki.dzkq.tb20250301

摘　要：国内外堤坝溃决事故屡有发生，堤坝安全对防范洪水灾害至关重要。溃口发展机理及数学计算模型的研究对于洪水预测与风险防范具有重要意义。以溃口数学计算模型的发展脉络为主线，对堤坝溃口特性及溃决过程进行了概括总结，并基于堤坝溃口类型与影响因素的分析，对其分类与演化规律进行了归纳梳理，对比已有模型试验结果与数学计算模型的关系。按照理论模型、参数模型和一维数学模型的演进路径，对堤坝溃决计算方法进行了全面综述，系统汇总了溃口数学模型的历史发展与研究现状，并对不同数学模型的特征和适用性进行了简要比较。以表格形式列举了常见溃口计算方法，便于学者查阅与模型对比，进一步把握溃口发展数学模型的研究方向。总体而言，理论模型与参数模型因计算简便，可快速应用于溃决应急与抢险，但难以描述溃口的动态演化；一维数学模型能够耦合复杂的水流运动、溃口几何变化与泥沙输移过程，更为精细地刻画堤坝溃决的动态特征，但仍存在物理过程简化与假设较多的问题。随着二维、三维数学模型的发展，以及机器学习与人工智能方法的引入，溃口计算模型正朝着物理过程刻画更为精细、计算效率更高的方向演进。

关键词：堤坝；溃口发展；理论模型；参数模型；数学模型

洪水灾害自古以来就威胁着人民的生命和财产安全，堤坝对保持和塑造河流形态、维护两岸人民和生命财产安全至关重要。新中国成立以来，各大江河大量的堤防和大坝建设已经成为我国防洪体系的重要部分。根据《第一次全国水利普查公报》[1]和《2021 年全国水利发展统计公报》[2]，截至 2021 年，全国已建成各类水库 97 036 座，其中 20 世纪 50 年代−20 世纪 70 年代共建成 79 500 座，达到总量的 82%，该时期修建的大坝标准低、质量差，属于我国病险水库的重灾区。1954 年−2018 年，我国共有 3 641 座大坝溃决，90% 以上是土石坝[3]。截至 2021 年，全国已建成 5 级以上江河堤防 33.1 万 km，累计达标堤防 24.8 万 km[2]。河流的堤防一般位于中下游，大多数堤防质量较低，设计洪水标准在 20 a 以下，随着近年来气候变化引起的降水异常等因素影响，在遭遇大洪水与特大洪水时，堤防险情不断，严重时甚至发生溃堤，对溃口下游造成严重的洪涝灾害。

国内外溃坝洪水时有发生，国内发生的有 1963 年的河北“63.8”洪水，300 多座中小水库溃决[4]；1975 年的“75.8”洪水，板桥、石漫滩水库和 60 座中

著录信息：刘占奎，郭秋歌，杨洋，等. 堤坝溃决计算方法现状及展望（Ⅰ）：理论模型、参数模型与一维数学模型［J］. 地质科技通报，2026，45（1）：324-341.
LIU Zhankui，GUO Qiuge，YANG Yang，et al. Current status and prospects of calculation methods for dam and dike failures（Ⅰ）：Theoretical models，parameter models，and one-dimensional mathematical models［J］. Bulletin of Geological Science and Technology，2026，45（1）：324-341.

© Editorial Office of Bulletin of Geological Science and Technology. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license.　https://dzkjtb.cug.edu.cn

小水库溃决，26 000 余人死亡[5]；1993 年的青海沟后水库面板堆石坝溃决[6]；2001 年的四川大路沟水库均质土坝渗透破坏溃决；2010 年因多地暴雨，11 座土石坝发生溃决[7]；2018 年新疆射月沟溃坝和内蒙古增隆昌水库溃坝等[8]。国外发生的溃坝案例包括 1963 年美国 Baldwin Hills 土石坝因管涌溃决[9]；1977 年美国 Kelly Barnes 大坝溃决[10]；1985 年意大利 Stava 尾矿坝因维护不善导致溃决[11]；2008 年尼泊尔 Koshi 拦河坝溃决[12]；巴西的 Mariana 尾矿坝和 Brumadinho 尾矿坝分别于 2015 年、2019 年发生溃决[13-14]；2018 年肯尼亚 Patel 大坝堤岸因洪水溃决[15]；2023 年利比亚 Derna 大坝因风暴带来的极端降雨而溃决等[16]。由此可见，堤坝溃决灾害近年来仍在频繁发生，研究堤坝溃决及其影响，评估堤坝溃决可能造成的危害具有重要意义[17]，可为人工干预降低洪水风险和防灾减灾提供有力支撑。

1　堤坝溃口特性分析

河堤、水库大坝、堰塞湖、尾矿坝是最为常见的易溃工程，堤坝溃口的产生有多种方式，常见方式为渗透破坏与漫顶破坏，对河堤而言，超高洪水位导致的管涌也是提防破坏的重要方式，如 1998 年洪水导致九江大堤多处出现管涌险情[18]。溃口的发展过程是多种因素相互作用的结果，并且各因素在此过程中也在动态变化与调整。溃口刚刚发生时，口门较窄，口门内外水位差较大；随着流速迅速增大，溃口不断横向扩宽和纵向加深，口门流量逐渐增加；待溃口宽度、深度扩展至近平衡状态时，溃口流量趋于峰值，溃口发展进入相对稳定阶段，此时口门水位、流量在一定时段内保持稳定，溃口展宽将达到或接近最大值；随着来流水位的逐渐降低，滩区水位的增加，堤防内外两侧水位差逐渐减小，溃口流速、流量逐渐变小，直至为零，最终溃口形状一般较为复杂无规则，为便于研究常用矩形、梯形、三角形等近似表征，自然状况下溃口宽度基本保持不变。根据堤坝溃决的过程及特点溃决有不同的分类，按照溃口发展时长可分为瞬时溃决和逐渐溃决；根据溃口规模大小，可分为全部溃决和局部溃决等。

影响堤坝溃口变化的因素有很多，主要概括为两大类：一类是溃口处的水动力因素，包括流速、溃口内外水位差、水深、库容、入流角度、负波加速度等水文条件；另一类是溃口处的堤坝边界条件因素，包括溃口土体的材料性质，如密度、颗粒级配、含水率、侵蚀度等，以及溃口几何形态如坝高、坝宽、坝体长度等。溃口内外水位差、库容、来水量等决定了溃口洪水能量的大小，从而影响洪峰流量，对于水库大坝而言，上游来水量对洪峰的影响相对较小，但对堤防溃决而言，水流流速、方向及上游来水量对洪峰的影响显著增加。溃口土体材料性质影响了堤坝稳定性及其抗冲刷能力，土体越密实，级配越好，其抗侵蚀能力越强，其洪峰出现时间越晚，峰值流量越小，溃决历时越长，从而洪水破坏性也越低。实际溃口的几何形态受水动力因素和溃口材料非均质性的影响较大[19]，其最终断面形状与土体性质、水头差关系密切，堤防材料为非黏性土体时溃口断面形状近似为矩形，堤防材料为黏性土体时溃口断面形状近似为三角形、抛物线形、梯形等[20]。由于河道内水体处于流动状态，具有一定的来流流量与流速，而非大坝水库内的静止状态，因此溃堤洪水波的边界条件一般为非对称的，加上上游来水的补充，河道水位变化较大，溃口最大流速和水深出现在溃口中心偏下游位置（图 1）[21]，这与溃坝情形有较为明显的区别[22]。

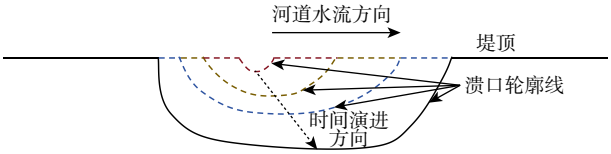
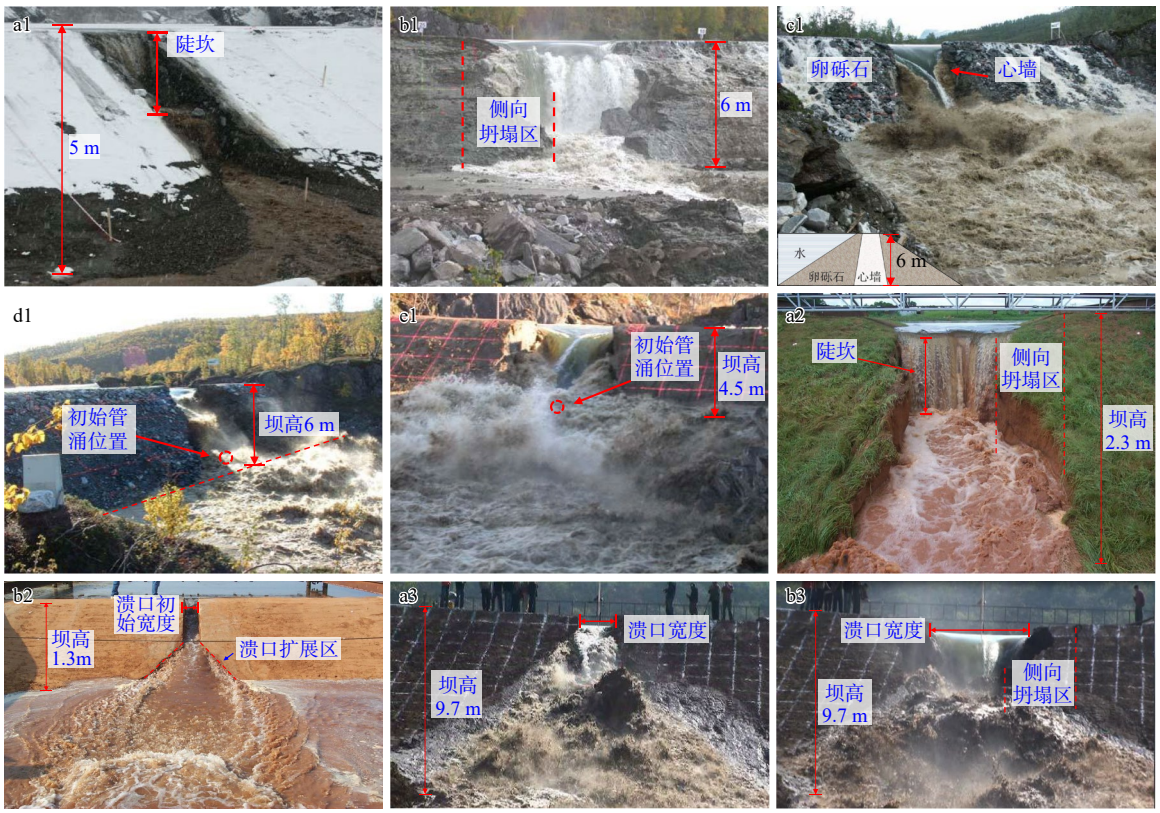


图 1　河道堤防溃口发展过程示意图

Fig. 1　Schematic diagram of breach development in a river embankment

为研究堤坝破坏规律，国内外进行了大量的模型试验研究，包括室内试验、现场试验、离心模型试验等。欧洲委员会资助的 IMPACT 计划项目对均质堤坝和复合堤坝的溃决行为进行了 5 次现场试验研究，包括 3 次漫顶溃决试验和 2 次管涌溃决试验，堤坝高度为 4.5 ~ 6 m，涵盖了均质土堤、心墙复合堤、黏性土堤、非黏性土堤、卵砾石堤坝等，图 2a1 ~ e1 为 IMPACT 的现场试验图片[23]，该系列试验同时对 HR BREACH、NWS BREACH、DEICH、SIMBA、Sobek、Firebird 等多种堤坝溃决数值计算模型进行了验证与对比分析[23]，结果表明 HR BREACH 模型在峰值流量、峰值时间、溃口宽度的预测上表现相对更优。BRITTON 等[24] 对粉砂至黏性土堤进行了 7 次漫顶现场试验（图 2a2），堤坝高度为 1.5 ~ 2.3 m，对均质土堤漫顶溃决的发展过程和溃口形态进行了研究（图 2b2）。HANSON 等[25] 给出了溃口剪应力与侵蚀系数经验公式，并在此基础上发展了 SIMBA、



a1 ~ e1. 欧洲 IMPACT 计划项目[23]; a2, b2. 美国农业部试验[24-25]; a3, b3. 南京水利科学研究院试验[26]; a1.非黏性均质坝; b1. 黏性均质坝; c1. 冰碛心墙复合坝; d1. 冰碛心墙复合坝(管涌); e1. 冰碛心墙均质坝(管涌); a2. 堤坝漫顶溃决试验[24]; b2. 溃口扩展试验[25]; a3. 210 s 时溃口形态; b3. 480 s 时溃口形态

图 2　堤坝溃决现场试验

Fig. 2　Field tests of dam breach

WINDAM 系列计算模型。国内的 ZHANG 等[26] 也对均质土坝漫顶溃决进行了最大坝高 9.7 m 的系列现场模式试验(图 2a3, b3), 研究了黏聚强度对溃口发展的影响, 对溃口多级切头侵蚀过程进行了分析总结, 后续在此基础上发展了 DB-NHRI 系列计算模型。表 1 给出了 3 个现场溃决试验的对比。堤坝溃决模型试验为溃口发展过程的数学计算提供了依据和支撑, 可以依据实际溃坝案例与模型试验寻求溃口流量、宽度、高度等水力特征之间的相关关系, 更加准确地建立和验证堤坝溃决数学模型。

表 1　3 个现场溃决试验对比

Table 1　Comparison of three field dam breach experiments

现场试验名称	堤坝材料类型	坝高/m	相关计算模型
欧洲IMPACT计划项目	黏性土、非黏性土、卵砾石	4.5 ~ 6	HR BREACH、NWS BREACH、DEICH、SIMBA、Sobek、Firebird
美国农业部试验	粉砂、黏性土	1.3 ~ 2.3	SIMBA、WINDAM
南京水利科学研究院试验	黏性土	9.7	DB-NHRI

2　堤坝溃决计算模型

如第 1 节所述, 堤坝溃口发展过程取决于多种因素的相互作用, 实际水流运动及溃口发展过程非常复杂, 不同计算模型对影响因素考虑的侧重不同, 不同程度的计算假定产生多种计算理论与方法, 可按照描述水流运动及溃口扩展过程的精细程度分为理论模型、参数模型、一维计算模型、二维计算模型、三维计算模型等, 本研究主要介绍理论模型、参数模型与一维计算模型。

2.1　理论模型

国内外很多学者[4, 6-7, 20] 对堤防溃决过程进行分析, 对溃口发展过程进行抽象和简化, 将上游水体视为静止, 将溃口发展历时缩短为零, 即瞬时溃决, 此时溃决问题简化为圣维南方程的黎曼问题, 在此基础上对溃口形状、床面起伏与摩擦等边界条件进行假定, 可以得到溃堤溃坝问题的解析解或近似解析解。圣维南(Saint-Venant)于 1871 年提出了描述明渠非恒定流的偏微分方程组(1)[27], 此后许多学者[27-38] 在此基础上进行了不同假定条件下的推导。

$$\begin{aligned}&\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=0\\&\frac{\partial v}{\partial t}+g\frac{\partial h}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}-g(i-J_{\mathrm{f}})=0\end{aligned},\qquad(1)$$

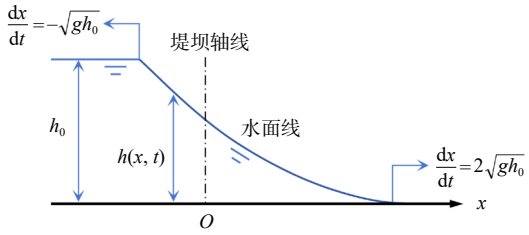
式中：A 为断面面积；Q 为断面流量；v 为断面流速；g 为重力加速度；t 为时间；h 为溃口当前水深；x 为距离溃口断面的距离，向下游为正；i 为下游底坡坡降；J_{f} 为摩阻坡度。

RITTER[27] 针对无限长明渠中的一维溃坝问题，在式(1)的基础上增加了矩形断面、棱柱形明渠、渠底无阻力假定条件，采用特征线方法，得到了矩形断面瞬时溃决的理论解如下：

$$\begin{aligned}h&=\frac{1}{9g}\left(2\sqrt{gh_0}-\frac{x}{t}\right)^2\\v&=\frac{2}{3}\left(\sqrt{gh_0}+\frac{x}{t}\right)\end{aligned},\qquad(2)$$

式中：h_0 为初始上游水深。

图 3 为瞬时溃决 Ritter 解示意图。Ritter 解的假定比较严格，DRESSLER[28-29] 对假定进行了放松，考虑了底部摩阻力的影响，并进一步将其推广到了倾斜底坡条件。STOKER[30] 将下游条件进一步放宽，给出了下游河道有水且初始流速为零情况下的溃决解析解。CASTRO-ORGAZ 等[31] 用试验对 Ritter 解进行了验证。此后伍超[32] 和宁利中[33] 将 Ritter 解在矩形条件下进一步扩展为梯形、椭圆形等。谢任之[34-35] 给出了溃坝下泄流量统一公式，可以用于不同时间、空间因子的溃决模式及洪峰流量计算，同时可以计算下游的流量过程曲线。

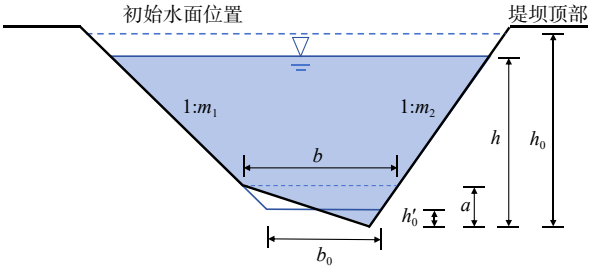


x. 距离溃口断面的距离，向下游为正；t. 时间；g. 重力加速度；h_0. 初始上游水深；h. 溃口当前水深；下同

图 3　瞬时溃决 Ritter 解示意图

Fig. 3　Schematic diagram of Ritter solution for instantaneous breach

宁利中等[36] 给出了弧形断面和任意梯形断面无因次水深方程，可以得到无因次最大水深、最大流量、最大流速的解析解。图 4 为任意梯形断面的示意图，m_1、m_2 分别为溃口两侧坡度；h'_0 为等效梯形断面水深与 h 的差值；a 为梯形断面的斜底高差；b 为溃口最大可裁剪梯形断面底部宽度；b_0 为等效梯形断面底部宽度；令 $m=1/2(m_1+m_2)$，$y=\sqrt{m(h-h'_0)/b}$，



m_1, m_2. 溃口两侧坡度；h'_0. 等效梯形断面水深与 h 的差值；a. 梯形断面的斜底高差；b. 溃口最大可裁剪梯形断面底部宽度；b_0. 等效梯形断面底部宽度；下同

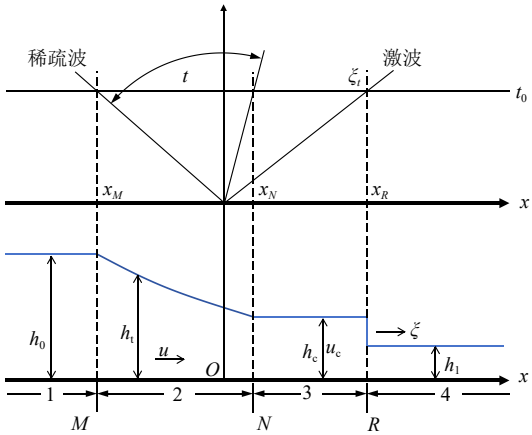
图 4　任意梯形断面溃口形状示意图

Fig. 4　Schematic diagram of breach shape with arbitrary trapezoidal cross-section

$y_0=\sqrt{m(h_0-h'_0)/b}$，m 为溃口平均坡度；y 为无量纲等效水深；y_0 为无量纲等效最大水深；$N(y)$ 和 $G(y)$ 为 y 的函数，是计算过程变量。将溃口等效为对称梯形断面进行计算，则 h 可由式(3)计算得到：

$$\frac{h-h'_0}{h_0-h'_0}=\sqrt{\frac{G(y_0)}{G(y)+N(y)/y}},\quad N(y)=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(1+y^2)y^2}{1+2y^2}},$$
$$G(y)=\frac{23}{16}-\frac{55}{128}\frac{1}{y}\mathrm{arctg}(y)+\frac{1}{128(1+y^2)}-\frac{1}{64(1+y^2)^2}。\qquad(3)$$

CHEN 等[37] 进一步研究了非均匀断面形状河道的溃坝流解析解。WANG 等[38] 考虑了湿床河道对溃坝波传播的影响，将水波分为 4 段，给出了浅水方程的解析解(式(4))，图 5 为溃坝波示意图。



1 ~ 4. 溃坝波段编号；M, N, R. 溃坝波段交界位置；O 为原点位置；t_0. 激波与稀疏波的时间差；u. 2 段处流速；ξ. 激波的波前速度；ξ_t. t 时刻激波速度；h_{t}. 2 段处水深；h_{c}. 3 段处水深；h_1. 下游段水深；u_{c}. 3 段处流速；x_M. 1 段和 2 段交界位置 M 处坐标；x_N. 2 段和 3 段交界位置 N 处坐标；x_R. 3 段和 4 段交界位置 R 处坐标；下同

图 5　湿床河道溃坝波示意图[38]

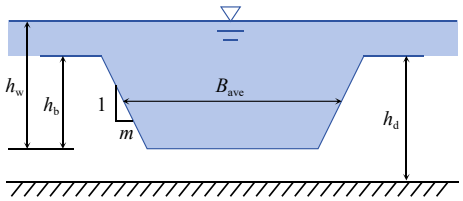
Fig. 5　Schematic diagram of dam-break wave in a wet-bed channel

$$\frac{h}{h_0}=\frac{2}{25}\left(2\sqrt{2}-\frac{x}{t\sqrt{gh_0}}\right)^2,\quad \frac{u}{\sqrt{gh_0}}=\frac{2}{5}\left(\sqrt{2}+\frac{2x}{t\sqrt{gh_0}}\right),$$
$$\frac{h_c}{h_0}=\frac{2}{25}\left(2\sqrt{2}-\frac{x_N}{t\sqrt{gh_0}}\right)^2,\quad \frac{u_c}{\sqrt{gh_0}}=\frac{2}{5}\left(\sqrt{2}+\frac{2x_N}{t\sqrt{gh_0}}\right),$$
$$x_N=\sqrt{2}(2-\frac{5}{2}\sqrt{\frac{h_c}{h_0}})t\sqrt{gh_0},$$
$$x_R=2\sqrt{2}\frac{h_c^2(1-\sqrt{h_c/h_0})}{h_c^2-h_d^2}t\sqrt{gh_0},\qquad (4)$$

式中：t_0 为激波与稀疏波的时间差；u 为 2 段处流速；h_c 为 3 段处水深；u_c 为 3 段处流速；x_M 为 1 段和 2 段交界位置 M 处坐标；x_N 为 2 段和 3 段交界位置 N 处坐标；x_R 为 3 段和 4 段交界位置 R 处坐标；h_d 为坝高。

2.2　参数模型

理论模型中堤坝瞬时溃决的假定过于理想化，实际上溃口存在一个逐渐扩宽加深的发展过程，加上边界条件的多变，导致理论模型的理想化结果与实际溃坝过程存在不小的差异。一些学者[39-68]根据已发生堤坝溃决的案例数据，采用统计学方法，对案例数据进行回归分析，筛选出关键影响因素，建立了描述溃口峰值流量(Q_p)、溃口最终平均宽度(B_{ave})、溃口历时(T_f)等关键参数的参数模型(图 6)。参数模型的准确性非常依赖案例库与相关参数的选择，不同学者[39-68]由于案例库与参数选择的不同，加上溃坝案例本身的差异性较大，因而其拟合的经验公式差异性也较大。总体而言，参数模型大体呈现由单参数向多参数发展的趋势。



h_w. 溃口底部以上水深; h_b. 溃口深度; h_d. 坝高; m. 溃口平均坡度; B_{ave}. 溃口最终平均宽度; 下同

图 6　典型梯形溃口示意图

Fig. 6　Schematic diagram of a typical trapezoidal breach

KIRKPATRICK[39]于 1977 年根据溃坝案例及数值分析案例建立了首个峰值流量(Q_p)经验公式，其中，h_w 为溃口底部以上水深。随着溃坝案例的丰富与发展，溃坝峰值流量的经验公式由单纯与溃口底部以上水深 h_w 相关的单参数模型，逐步扩展为与溃口底部以上水深 h_w，溃口深度 h_b，坝高 h_d，水库库容 S，溃口底部以上库容 V_w，坝体长度 L，坝体平均宽度 W_{ave} 等参数相关的多参数模型[7, 40]。表 2 汇总了国内外常见溃口流量经验公式[39-68]。

1988 年美国垦务局首次对溃口最终平均宽度 B_{ave} 根据案例数据进行了率定，给出了溃口平均宽度的经验公式，随后国内外学者也提出了一系列模型，包括单参数模型与多参数模型。表 3 为常见的溃口平均宽度的参数模型公式[69-70]。

堤坝的溃决峰值流量决定了洪水的破坏能力，溃口宽度表明了堤坝的破坏范围，以上 2 个参数对判断堤坝溃决的危险程度非常重要。除此之外，溃决历时也十分关键，决定了溃口发展的时间长短，1984 年 MACDONALD 等[44]提出了第一个预测溃坝历时 T_f 的经验公式，后来其他学者[40, 44, 47-48, 50, 53, 59, 61-63, 68]也根据具体案例进行归类，提出了相关模型与经验公式。表 4 给出了常见的溃坝历时参数模型及表达式。

此外，一些学者[53, 61, 63, 66, 68]对溃口深度的相关因素进行了研究，发现溃口深度与坝高、库容等参数有较强的相关关系，并通过统计回归分析给出了溃口深度参数模型。表 5 给出了常见的溃口深度参数模型及表达式。

从以上参数模型的经验公式中可以看出，溃口峰值流量、溃口最终宽度、溃决历时、溃口深度等与溃口及上下游的诸多水力特征参数有相关关系，包括溃口底部以上水深、坝前水深、坝高、坝宽、坝长、坝体残留高度、坝体体积、水库库容、溃口底部以上库容、库长、库宽、河道宽度、坝体材料摩擦系数、侵蚀度、流量系数、淹没系数等。其中，溃口底部以上库容、溃口底部以上水深、坝高、溃口深度是较为常用的水力参数，对溃口峰值流量、溃口宽度、溃决历时的影响较大。

参数模型的计算较为简单，主要考虑溃口峰值流量、溃口最终宽度、溃决历时、溃口深度等一些关键离散数据点的值，其经验公式根据历史资料统计回归分析得到，较少考虑溃口发展的物理机制，溃口形态有较大简化假设，溃口发展过程考虑较少，一般通过增减溃决前后溃口的几何形态、库容、材料等参数进行模型选参，根据回归拟合的准确性与敏感性确定模型具体参数，其理论依据相对较少。为验证参数模型准确性，部分学者将模型结果与参数拟合案例库之外的溃决案例进行对比，XU 等[50]对板桥和 Teton 案例的峰值流量预测结果偏差分别为−29.2% 和 15.4%，溃决深度偏差为−14.6% 和−10.3%，溃决历时偏差−45.4%、2.5%，溃口平均宽度偏差−6.2%、−0.7%；PENG 等[53]将 XU 等[50]模型在实际

表 2　国内外常见峰值流量参数模型汇总

Table 2　Summary of commonly used peak discharge parameter models worldwide

参数模型	峰值流量表达式	案例量	参数量
KIRKPATRICK[39]	$Q_p = 1.268(h_w + 0.3)^{2.5}$	19	1
Soil Conservation Seerive[41]	$Q_p = 16.6(h_w)^{1.85}$	13	1
HAGEN[42]	$Q_p = 0.54(h_d S)^{0.5}$	6	2
SINGH等[43]	$Q_p = 13.4(h_d)^{1.89}, Q_p = 1.776(V_w)^{0.47}$	28	1
MACDONALD等[44]	$Q_p = 1.154(V_w h_w)^{0.412}$	23	2
COSTA[45]	$Q_p = 0.981(h_d V_w)^{0.42}$	31	2
EVANS[46]	$Q_p = 0.72(V_w)^{0.53}$	29	1
U. S. Bureau of Reclamation[47]	$Q_p = 19.1(h_w)^{1.85}$	21	1
FROCHLICH[48]	$Q_p = 0.607(V_w)^{0.295}(h_w)^{1.24}$	22	2
WALDER等[49]	$Q_p = 0.031(g)^{0.5}(V_w)^{0.47}(h_w)^{0.15}(h_b)^{0.94}$	18	3
XU等[50]	$Q_p = 0.175 g^{0.5} V_w^{5/6}(h_d/h_r)^{0.199}(V_w^{1/3}/h_w)^{-1.274} e^{B_4}$	75	3
PIERCE等[51]	$Q_p = 0.017\,6(V_w h_w)^{0.606}$，$Q_p = 0.038(V_w)^{0.475}(h_w)^{1.09}$	87	2
THORNTON等[52]	$Q_p = 0.120\,2L^{1.785\,6}, Q_p = 0.863V^{0.335}h_d^{1.833}W_{ave}^{-0.663}, Q_p = 0.012V^{0.493}h_d^{1.205}L^{0.226}$	38	3
PENG等[53]	$\frac{Q_p}{g^{0.5}h_d^{2.5}} = \left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{-1.417}\left(\frac{h_d}{W_d}\right)^{-0.265}\left(\frac{V_d^{1/3}}{h_d}\right)^{-0.471}\left(\frac{V_l^{1/3}}{h_d}\right)^{1.569} e^{\alpha}$	45	4
DE LOORENZO等[54]	$Q_p = 0.321 g^{0.258}(0.07V_w)^{0.485}h_b^{0.802}$（漫顶） $Q_p = 0.347 g^{0.263}(0.07V_w)^{0.474}h_b^{-2.151}h_w^{2.992}$（渗透破坏）	14	3
HOOSHYARIPOR等[55]	$Q_p = 0.021\,2(V_w)^{0.542\,9}(h_w)^{0.871\,3}, Q_p = 0.045\,4(V_w)^{0.448}(h_w)^{1.156}$	93	2
AZIMI等[56]	$Q_p = 0.016\,6(gS)^{0.5}h$	70	2
FROEHLICH[40]	$Q_p = 0.017\,5 k_M k_H (g V_w h_w h_b^2/W_{ave})^{0.5}$	41	4
黄委会科研所[57]	$Q_p = 0.296(\sqrt{g})(B_R/B)^{0.4}BH^{1.5}$	–	3
戴荣尧等[58]	$Q_p = 0.27(\sqrt{g})(L_0/B_R)^{1/10}(B_R/B)^{1/3}B(H-Kz)^{1.5}$	–	3
国家防汛抗旱总指挥部等[59]	$Q_b = c_1\sigma B\sqrt{2g}h_w^{1.5}$（堤防溃口出流） $Q_b = c_v k_s c_d \sqrt{2g}\left[\frac{2}{3}b_s(H-z)^{1.5} + \frac{8}{15m}(H-z)^{2.5}\right]$（土石坝漫顶溃决）	–	2
邓刚等[60]	$Q_p = B_b c_d\sqrt{2g}(H-z)^{3/2} + \frac{4c_d m\sqrt{2g}}{5}\left\{(H-z)^{5/2}[1-(1-k)^{5/2}]\right\}$	–	2
石振明等[61]	$Q_p = 3.130 h_d^{0.120} W_d^{0.302} V_d^{-0.106} V_l^{0.453} e^{\alpha}$	26	4
梅世昂等[62]	$\frac{Q_p}{V_w g^{0.5} h_w^{-0.5}} = \begin{cases}\left(\frac{V_w^{1/3}}{h_w}\right)^{-1.58}\left(\frac{h_w}{h_b}\right)^{-0.76}\left(\frac{h_d}{h_r}\right)^{0.10} e^{-4.55}\text{（均质坝）}\\ \left(\frac{V_w^{1/3}}{h_w}\right)^{-1.51}\left(\frac{h_w}{h_b}\right)^{-1.09}\left(\frac{h_d}{h_r}\right)^{-0.12} e^{-3.61}\text{（心墙坝）}\end{cases}$	154	3
齐子杰等[63]	$\frac{Q_p}{g^{0.5}h_d^{2.5}} = 0.828\left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{-0.128}\left(\frac{h_d}{W_d}\right)^{-0.432}\left(\frac{V_d^{1/3}}{h_d}\right)^{-0.394}\left(\frac{V_l^{1/3}}{h_d}\right)^{1.151}$	65	4
单熠博等[64]	$Q_p = (h_d)^{-0.229}(W_d)^{-0.04}(V_l)^{0.558} e^{C_m}$	44	3
FROEHLICH[65]	$Q_p = K_Q\left(\frac{V_l^{1/3}}{h_d}\right)^2\sqrt{g h_d^5}$	42	2
焦煦等[66]	$Q_p = 10.03 h_d^{2.816} V_l^{1.557} h_b^{-3.661}(h_d > 70)$，$Q_p = h_d^{1.629} V_l^{0.826} h_b^{-0.053}(30 \le h_d \le 70)$ $Q_p = 194.7 h_d^{1.163} V_l^{-0.084} h_b^{-0.636}(h_d < 30)$	75	3
GUAN等[67]	$Q_p = 910 h_d^{-0.25} V_l^{0.56} e^{\alpha_2}$	46	2
冯震宇等[68]	$Q_p = 0.043\left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{1.717}\left(\frac{W_d}{h_d}\right)^{1.725}\left(\frac{V_d^{1/3}}{h_d}\right)^{-2.03}\left(\frac{V_l^{1/3}}{h_d}\right)^{1.865} e^{\alpha_1} e^{\beta_1}$	48	4

注：Q_p为峰值流量；Q_b为溃口实时流量；h_w为溃口底部以上水深；S为库容；V_w为溃口底部以上水库库容；h_r为参考坝高15 m；L为坝体长度；W_{ave}为坝体平均宽度；H_r为参考坝高1 m；W_d为坝体宽度；V_d为坝体体积；V_l为溃坝时库容；L_0为库长；B_R为库宽；B为溃口平均宽度；H为坝前水深；z为坝体残留高度；K为系数，详见文献[58]；B_4为考虑坝型、溃决类型与坝高的拟合指数，见文献[50]；k_M、k_H为系数，具体见文献[40]；c_1为自由溢流流量系数，σ为淹没系数，c_v为行进流速改正系数，c_d为流量系数，k_s为流量修正系数，b_s为溃口实时底宽，具体见文献[59]；B_b为溃口最终底宽；k为水头跌落系数，见文献[60]；α为侵蚀度，见文献[61]；C_m为考虑颗粒组成的冲蚀因子，具体见文献[64]；K_Q为坝体可蚀系数，具体取值见文献[65]；α_2为可蚀系数，具体取值见文献[67]；α_1为坝体材料系数，β_1为坝体诱因系数，具体取值见文献[68]；下同

表 3　国内外常见溃口平均宽度参数模型汇总

Table 3　Summary of commonly used average breach width parameter models worldwide

参数模型	溃口宽度表达式	案例量	参数量
U. S. Bureau of Reclamation[47]	$B_{ave}=3h_w$	63	1
VONTHUN等[69]	$B_{ave}=2.5h_w+C_b$	63	1
FROCHLICH[48]	$B_{ave}=0.180\,3K_0(V_w)^{0.32}(h_b)^{0.19}$	63	2
XU等[50]	$\frac{B_{ave}}{h_b}=0.787\left(\frac{h_d}{h_r}\right)^{0.133}\left(\frac{V_w^{1/3}}{h_w}\right)^{0.652}e^{B_3}$	47	2
PENG等[53]	$\frac{B_f}{H_r}=\left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{0.752}\left(\frac{h_d}{W_d}\right)^{0.315}\left(\frac{V_d^{1/3}}{h_d}\right)^{-0.243}\left(\frac{V_l^{1/3}}{h_d}\right)^{0.682}e^{\alpha}$（溃口顶宽） $\frac{B_b}{h_d}=0.004\left(\frac{h_d}{H_r}\right)+0.050\left(\frac{h_d}{W_d}\right)-0.044\left(\frac{V_d^{1/3}}{h_d}\right)+0.088\left(\frac{V_l^{1/3}}{h_d}\right)+\alpha$（溃口底宽）	10	4
FROEHLICH[40]	$B_{ave}=0.27k_M(V_w)^{1/3}$	63	1
黄委会科研所[57]	$B_{ave}=kS^{0.25}B_R{}^{0.25}H^{0.5}$	-	3
戴荣尧等[58]	$B_{ave}=kS^{0.25}B_R{}^{1/7}H^{0.5}$	-	3
国家防汛抗旱总指挥部等[59]	$B_{ave}=4.5(\lg B_r)^{3.5}+50$（汇流点） $B_{ave}=1.9(\lg B_r)^{4.8}+20$（其他）	-	1
刘建康等[70]	$B_{ave}=0.367\left(\frac{S}{V_s}\right)^{0.195}\left(\frac{B_e}{\tan\varphi}\right)^{0.337}H^{0.5}$	31	3
石振明等[61]	$B_f=1.593h_d+85.249\frac{h_d}{W_d}-3.438\frac{V_d^{1/3}}{h_d}+15.963\frac{V_l^{1/3}}{h_d}+\alpha$（溃口顶宽） $B_b=-0.006h_d^2-0.047\frac{h_d^2}{W_d}+0.017V_d^{1/3}+0.047V_l^{1/3}+\alpha h_d$（溃口底宽）	16	4
梅世昂等[62]	$\frac{B_{ave}}{h_b}=\begin{cases}\left(\frac{V_w^{1/3}}{h_w}\right)^{0.84}\left(\frac{h_w}{h_b}\right)^{2.30}\left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{0.06}e^{-0.90}\text{（均质坝）}\\ \left(\frac{V_w^{1/3}}{h_w}\right)^{0.55}\left(\frac{h_w}{h_b}\right)^{1.97}\left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{-0.07}e^{-0.09}\text{（心墙坝）}\end{cases}$	63	3
齐子杰[63]	$\frac{B_f}{H_r}=1.162\left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{1.016}\left(\frac{h_d}{W_d}\right)^{0.429}\left(\frac{V_d^{1/3}}{h_d}\right)^{0.444}\left(\frac{V_l^{1/3}}{h_d}\right)^{0.381}$（溃口顶宽） $\frac{B_b}{H_r}=-12.55+0.208\frac{h_d}{H_r}+17.38\frac{h_d}{W_d}-1.941\frac{V_d^{1/3}}{h_d}+7.371\frac{V_l^{1/3}}{h_d}$（溃口底宽）	12	4
冯震宇等[68]	$B_f=0.462\left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{1.77}\left(\frac{W_d}{h_d}\right)^{0.081}\left(\frac{V_d^{1/3}}{h_d}\right)^{1.419}\left(\frac{V_l^{1/3}}{h_d}\right)^{-0.457}e^{\alpha_1}e^{\beta_1}$（溃口顶宽） $B_b=7.83\times10^{-9}\left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{6.634}\left(\frac{W_d}{h_d}\right)^{1.874}\left(\frac{V_d^{1/3}}{h_d}\right)^{-1.07}\left(\frac{V_l^{1/3}}{h_d}\right)^{-1.027}e^{\alpha_1}e^{\beta_1}$（溃口底宽）	11	4

注: B_f为溃口最终顶宽; B_r为河道宽度; V_s为坝体单宽体积; B_e为有效坝长; φ为内摩擦角; C_b为经验拟合系数, 取值见文献[69]; B_3为系数, 详见文献[32]; k为系数, 见文献[57]; 对于漫顶溃坝, K_0=1.4, 对于渗透破坏溃坝, K_0=1.0; 对于漫顶溃坝, k_M=1.3, 对于渗透破坏溃坝, k_M=1.0; 下同

案例上进行了对比, 在唐家山案例中, 两者的峰值流量偏差分别为−4.0%、260%, 溃口深度偏差−11.7%、62.9%, 溃决历时偏差−42.9%、−57.9%, 在 Mantaro River 案例中, 2 个模型的预测偏差分别为 3.23%、2051%, 溃决深度偏差−37.6%、5.3%, 溃口顶宽偏差−19.3%、86.6%, 溃口底宽偏差 5.7%、675%, 溃决历时偏差−35.8%、−73.3%; 石振明等[61] 模型对唐家山案例的预测偏差为峰值流量−4.2%、溃决深度−4.8%、溃决历时−28.6%; 焦煦等[66] 将其模型与 2018 年白格 2 次堰塞坝溃口流量进行对比验证, 溃口流量预测结果相较实测值分别偏差 16% 和−13.2%; 梅世昂等[62] 模型预测结果与 Elk City、Frenchman Creek、Lower Two Medicine、Teton 溃坝实测峰值流量偏差分别为−1.0%、−9.6%、11.9%、−10.1%; 齐子杰等[63] 模型对白格滑坡的预测偏差为峰值流量 12.8%、溃口深度 38.9%、溃口顶宽 0.6%、溃决历时 26.4%, 对加拉堰塞坝溃决结果预测偏差为峰值流量−38.2%、溃决历时 37.2%。从以上参数模型预测结果与案例实测数据的对比中可以看出, 由于不同模型选用了不同的案例库数据进行拟合, 其模型拟合的溃决案例的有限, 选取的参数类型、标准也不尽相同, 对坝体类型和溃决方式的区分不够细致, 材料的非均匀性、土体黏性等考虑不足, 当参数模型预测案例库之外的实际案例时, 预测结果可能会出现不小的偏差, 需要进

表 4　国内外常见溃决历时参数模型汇总

Table 4　Summary of commonly used breach duration parameter models worldwide

参数模型	溃坝历时表达式	案例量	参数量
MACDONALD等[44]	$T_f = 0.017\,9(0.026\,1(V_w h_w)^{0.769})^{0.364}$	39	2
U.S. Bureau of Reclamation[47]	$T_f = 0.011 B_{ave}$	39	1
FROCHLICH[48]	$T_f = 0.002\,54(V_w)^{0.53}(h_b)^{-0.9}$	39	2
XU等[50]	$\frac{T_f}{T_r} = 0.304\left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{0.707}\left(\frac{V_w^{1/3}}{h_w}\right)^{1.228} e^{B_5}$	34	2
国家防汛抗旱总指挥部等[59]	$T_f = 1.527(B_{ave} - 10)$	–	1
FROEHLICH[40]	$T_f = 63.2(V_w/(g h_b^2))^{0.5}/3\,600$	39	2
PENG等[53]	$\frac{T_f}{T_r} = \left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{0.262}\left(\frac{h_d}{W_d}\right)^{-0.024}\left(\frac{V_d^{1/3}}{h_d}\right)^{-0.103}\left(\frac{V_l^{1/3}}{h_d}\right)^{0.705} e^{a_9}$	14	4
石振明等[61]	$T_f = h_d^{0.275} W_d^{-1.224} V_d^{0.439} V_l^{0.232} e^{\alpha}$	12	4
梅世昂等[62]	$\frac{T_f}{T_0} = \begin{cases} \left(\frac{V_w^{1/3}}{h_w}\right)^{0.56}\left(\frac{h_w}{h_b}\right)^{-0.85}\left(\frac{h_d}{h_r}\right)^{-0.32} e^{-0.20}\ （均质坝） \\ \left(\frac{V_w^{1/3}}{h_w}\right)^{1.52}\left(\frac{h_w}{h_b}\right)^{-11.36}\left(\frac{h_d}{h_r}\right)^{-0.43} e^{-1.57}\ （心墙坝） \end{cases}$	39	3
齐子杰等[63]	$\frac{T_f}{T_r} = 0.05\left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{1.237}\left(\frac{h_d}{W_d}\right)^{-1.371}\left(\frac{V_d^{1/3}}{h_d}\right)^{-0.905}\left(\frac{V_l^{1/3}}{h_d}\right)^{0.736}$	16	4
冯震宇等[68]	$T_f = 2.352\left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{1.4324}\left(\frac{W_d}{h_d}\right)^{-0.58}\left(\frac{V_d^{1/3}}{h_d}\right)^{0.623}\left(\frac{V_l^{1/3}}{h_d}\right)^{1.625} e^{\alpha_1} e^{\beta_1}$	18	4

注：T_f 为溃决历时；T_r 为单位时间1 h；a_9 为经验拟合系数，见参考文献[53]；B_5为系数，见文献[50]；下同

表 5　国内外常见溃口深度参数模型汇总

Table 5　Summary of commonly used breach depth parameter models worldwide

参数模型	溃口深度表达式	案例量	参数量
PENG等[53]	$\frac{h_b}{H_r} = \left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{0.882}\left(\frac{h_d}{W_d}\right)^{-0.041}\left(\frac{V_d^{1/3}}{h_d}\right)^{-0.099}\left(\frac{V_l^{1/3}}{h_d}\right)^{0.139} e^{\alpha}$	21	4
石振明等[61]	$h_b = h_d^{0.840} W_d^{-0.169} V_d^{0.089} V_l^{0.040} e^{\alpha}$	26	4
齐子杰等[63]	$\frac{h_b}{H_r} = 2.266 + 0.403\frac{h_d}{H_r} - 14.668\frac{h_d}{W_d} - 0.409\frac{V_d^{1/3}}{h_d} + 1.181\frac{V_l^{1/3}}{h_d}$	10	4
焦煦等[66]	$h_b = \alpha(1.636 h_d^{0.791} + 0.003 V_l^{1.183})$	23	2
冯震宇等[68]	$h_b = 0.102\left(\frac{h_d}{H_r}\right)^{0.68}\left(\frac{W_d}{h_d}\right)^{0.299}\left(\frac{V_d^{1/3}}{h_d}\right)^{-0.434}\left(\frac{V_l^{1/3}}{h_d}\right)^{0.174} e^{\alpha_1} e^{\beta_1}$	19	4

一步优化模型适用性分类。总的来说，通过参数模型可以快速得到峰值流量、溃口宽度等关键参数，为紧急溃决处置提供参考依据，但同时对溃口发展过程的估算具有一定的不确定性，需要采用更加精细的模型进行计算。

2.3　一维计算模型

近年来随着计算手段的丰富与计算能力的不断提高，以及对堤坝溃决洪水预测精度要求的提高，考虑到实际环境与边界条件的复杂性，参数模型已不能完全满足防洪的计算需求，因此，数值模拟方法逐渐成为研究堤坝溃决洪水的主要手段，尤其是在面临复杂河道地形和堤防外侧各类设施时，数值模拟的优点也更加凸显[71]。

一维数值计算模型从一维水流运动、溃口形状及泥沙输移等出发，对溃口形状进行简单几何形状假定，并依据溃口冲蚀速率确定溃口的下切深度，根据边坡稳定性或假定溃口形状确定边坡的横向扩展速度。由于一维数值模型对水流宽度方向进行了简化，计算量较小，可以对洪水过程进行快速模拟，因而也是最早的堤坝溃决数值计算模型。一维数值计算模型根据参考的物理机制不同，可以分为以下两大类[72-73]：一类是基于溃口最终宽度、溃口深度、溃决历时等参数模型，并假定溃口形状及变化过程，对溃口发展过程进行模拟，如 DAMBRK 模型[74]；另一类是基于溃口发展物理过程，结合水力学、土力学、泥沙输移理论等，对实际溃口演变及洪水过程进行模

拟，如 CRISTOFANO 模型[75]、H-W 模型[76]、BRDAM 模型[77]、LOU 模型[78]、P-T 模型[79]、NOGUEIRA 模型[80]、BEED 模型[81]、BREACH 模型[82-83]、Dave-F 模型[84]、ZHU 等[85] 模型、WU 等[86] 模型、CAO 等[87] 模型、CHEN 等[88] 模型等，以上模型又可以分为 2 小类，第 1 小类假定溃口形状，如矩形、梯形、三角形、圆弧形等，采用堰流或闸孔出流进行溃坝波计算，采用输沙公式计算输沙能力，如 BREACH 模型[77]、ZHU 等[85] 模型、WU 等[86] 模型、CHEN 等[88] 模型等，其中，BREACH 模型[77]、WU 等[86] 模型假定了初始溃口形状，同时考虑边坡稳定情况；LOU 模型[78]、NOGUEIRA 模型[80] 并未给定初始溃口形状，而是根据剪应力分析及冲蚀机理推导溃口形状的解析解。第 2 小类采用水流深度及床面泥沙侵蚀情况对溃口变化进行表征，水动力方程采用圣维南方程、浅水方程等进行描述，如 Dave-F 模型[84]、CAO 等[87] 模型等。

表 6 给出了常见的一维数值计算模型[74-82, 88-105]。从表中可以看出，不同模型在试验与案例数据的基础上，对溃口发展物理过程进行了不同程度的简化与假定[103-108]。为简化计算过程，大部分一维数值计算模型将溃口形状假定为矩形或梯形，小部分可以考虑任意形状，主要考虑漫顶溃决过程。溃口流量计算常采用宽顶堰公式与圣维南方程 2 种方式，其中宽顶堰计算公式较为简单便捷，部分参数可以率定，而圣维南方程需要根据方程求解得到流量过程，其计算相对繁琐，因此一维计算模型中采用相对较少；相比经验模型，一维计算模型虽然增加了溃口扩展过程，但相比于实际溃口几何形态，其假定形状仍然比较简单。在溃口稳定分析方面，较长采用的方法包括极限平衡法、圆弧滑动法、OSMAN 等[97] 模型等，此类方法采用力学分析确定溃口的扩展速度，其计算简单快捷，但一般是针对均匀堤坝材料，

表 6　国内外常见一维计算模型汇总

Table 6　Summary of commonly used one-dimensional computational models worldwide

来源	溃口形状	冲蚀计算公式	流量计算公式	备　注
CRISTOFANO[75]	恒定底宽的梯形	—	宽顶堰公式	不考虑溃口的横向冲蚀，时间步内只考虑溃口的竖向冲蚀量
H-W[76]	抛物线形	Schoklitsch推移质公式	宽顶堰公式	溃口形状为抛物线，溃口顶宽为溃口深度3.5倍；溃口坡度为坝体材料的内摩擦角并保持不变
BRDAM[77]	抛物线形	Schoklitsch推移质公式	宽顶堰公式	在Harris-Wagner模型基础上改进，溃口侧壁坡度恒定为45°
LOU[78]	根据剪应力求解	Duboy推移质模型&Einstein悬移质公式	Saint-Venant方程	根据剪应力来分析溃口的形状
P-T[79]	根据水流速度计算溃口顶宽	Meyer-Peter&Muller推移质公式	Saint-Venant方程	根据河床稳定理论确定溃口宽度和水流速度的关系，流量达到峰值后溃口宽度不再变化
DAMBRK[74]	由溃口底宽、高度和侧壁坡度决定	经验公式	宽顶堰公式	根据Froelich冲蚀关系经验方程计算溃口侵蚀过程
NOGUEIRA[80]	断面水深为与溃口纵断面距离的余弦函数	Meyer-Peter & Muller推移质公式	Saint-Venant方程	在Lou模型的基础上进行改进，考虑了溃口侧壁滑塌对溃口扩展的影响
BEED[81]	由溃口底宽、高度和侧壁坡度决定	Einstein – Brown推移质公式	宽顶堰公式	根据楔形体稳定分析方法确定溃口侧壁形状，考虑渗透力、扬压力分析楔形体稳定性
BREACH[82]	矩形和梯形	Smart改进的Meyer-Peter & Muller推移质公式	宽顶堰公式	溃口稳定性根据材料性质判断，同时考虑了水压力过大造成的溃口坍塌影响
NCP BREACH[89]	抛物线形	经验公式	经验公式	根据室内试验数据得到溃口流量参数、溃口形状和冲蚀计算公式参数
ED BREACH[90]	梯形	Meyer-Peter & Muller推移质公式	宽顶堰公式	对BREACH模型的改进模型
BRES[91]	梯形	Bagnold-Visser、Engelund-Hansen和Van Rijn公式	宽顶堰公式	分为5个阶段研究溃坝过程，各阶段分别采用不同的冲蚀公式进行计算
HR BREACH[92]	Mohammed法	Yang公式、Visser公式和Chen-Anderson 公式	宽顶堰公式	在BRES模型冲蚀计算方法的基础上，引入有效剪应力计算溃口形状
SIMBA[93]	矩形或梯形	引入坝料冲蚀系数模拟坝体冲蚀	宽顶堰公式	模拟陡坎侵蚀，将溃口过程分为4个阶段，采用基于能量法或剪应力法的陡坎移动公式模拟溯源冲刷

续表

来源	溃口形状	冲蚀计算公式	流量计算公式	备　注
WINDAM[94]	矩形或梯形	引入坝料冲蚀系数模拟坝体冲蚀	宽顶堰公式	在SIMBA模型的基础上，考虑了坡面植被的影响
陈生水等[95] DB-NHRI	矩形或梯形	修正的Meyer-Peter & Muller 推移质公式	宽顶堰公式	采用溃口边坡稳定性分析来计算边坡楔形体的稳定性，从而判断溃口扩展，通过下游坝体冲槽和坝顶溃口流量平衡建立二者发展过程的相互影响
傅旭东等[96]	梯形	泥沙输移公式	Saint-Venant方程	基于Exner方程，考虑床沙活动层和泥沙的侧向补给，得到河床变形高度，考虑并采用Osman和Thorne[97]提出的河堤稳定性分析方法
CHANG等[98]	梯形	经验公式	宽顶堰公式	冲蚀速率经验公式由原位试验得到，并在计算过程中考虑了溃口深度对冲蚀的影响
DHI Water Environment[99] MIKE11DB	梯形	Engelund-Hansen推移质公式，也可自定义冲蚀系	宽顶堰公式	可采用两种冲蚀计算防范，自定义输入参数，作为溃坝计算边界条件
WU[100]	矩形、梯形	直线型公式	宽顶堰公式	使用Osman和Thorne提出的河堤稳定性分析方法，并考虑了溯源冲刷过程
CHEN等[88] DB-IWHR	圆弧形	经验双曲线型公式	宽顶堰公式	以流速为步长进行计算，在溃口深度采用冲蚀计算的基础上，溃口横向扩展采用土坡稳定分析中的圆弧滑动法进行
BRUNNER[101] HEC-RAS	多边形	泥沙输移公式	Saint-Venant方程	溃决过程采用BREACH模型，洪水下游演进，采用四点隐式有限差分格式对非线性方程进行离散求解
ZHAO[102]	梯形	基于力矩平衡的侵蚀率公式	宽顶堰公式	将溃口发展过程分为表面侵蚀、切头侵蚀、横向侵蚀3个阶段，切头侵蚀与横向侵蚀过程以黏土块的形式进行
沈鸿杰等[103] 改进DB-IWHR	梯形	经验双曲线型公式	宽顶堰公式	采用修正的Shields曲线改进DB-IWHR模型中临界剪应力的计算
巨江等[104] DB-D	梯形	溃口下切扩散方程	宽顶堰公式	采用溃坝冲刷过程扩散模型，并给出溃口纵剖面侵蚀下切与横断面展宽的解析解及冲刷系数计算公式
吕佳豪等[105]	梯形条分	—	Saint-Venant方程	基于Godunov有限体积格式的一维溃坝洪水演进模型，采用条分法处理复杂河道断面

对非均质材料特性考虑不足。溃口的纵向加深过程为土体的冲蚀过程，计算公式包括经验公式、Schoklitsch 推移质公式、Meyer-Peter & Muller 推移质公式、Duboy 推移质模型、Einstein 悬移质公式、Exner 公式、Engelund-Hansen 推移质公式以及他们改进公式等，溃口冲刷多为线性模型，其中较为特殊的是 CHEN 等[88] 提出的双曲型冲蚀计算公式，可根据流速计算流体剪应力；而 ZHAO[102] 对黏土块进行力矩平衡分析，从而计算侵蚀速率；巨江等[104] 建立了采用解析解求解纵横剖面的溃口扩散模型，将溃口下切与展宽视为 2 个独立变化维度，更加准确描述溃口扩展过程。泥沙冲蚀计算公式大多是针对河床泥沙的公式来讲，对溃口复杂土体组成情况的适用性有待进一步验证。总体来讲，一维数值计算模型考虑了水流运动过程及溃口横向、纵向扩展过程，对溃口发展有较为清晰的物理描述，但假定仍然较多，对高速复杂水流对溃口的冲刷作用考虑不足，其一维水流运动对横向和纵向（尤其是重力）的考虑有所欠缺。

从表 6 中可以看出，一维数学计算模型有很多，并且在不断迭代发展，根据模型采用流量计算方法、溃口形状、冲蚀计算公式等方面的差异，并考虑到方法的通用性、典型性等因素，本研究选取表 6 中 4 种一维数学计算模型进行介绍，分别为水科院溃决计算模型、南科院溃决计算模型、清华大学模型和 Chang 和 Zhang 模型，具体如下。

（1）水科院溃决计算模型（DB−IWHR）

CHEN 等[88] 在唐家山、易贡堰塞湖工程案例实测资料的基础上，提出了双曲线形式的冲刷侵蚀模型，建立了 DB-IWHR 溃决洪水计算模型。在该模型中，溃口的流量（Q）由宽顶堰公式确定：

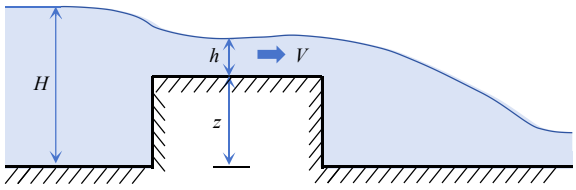
$$Q = CB(H - z)^{3/2}, \tag{5}$$

式中：C 为综合流量系数，取值范围为 1.3 ~ 1.7 $m^{1/2}/s$；B 为溃口平均宽度；H 为自由水面高度（坝前水深）；z 为溃口底部高度（坝体残留高度）。

如图 7 所示，溃口的纵向侵蚀过程由一个双曲线模型表述，该模型限制了纵向侵蚀的最大速率，纵向侵蚀的速率由以下公式确定：

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=\frac{\tau'}{a+b\tau'}, \tag{6}$$

式中：τ' 为扣除临界剪应力 τ_c 后的剪应力，即 $\tau'=k_c(\tau-\tau_c)$，k_c 为单位转换系数；a，b 均为双曲线参数，与坝体材料有关。



V. 溃口流速

图 7　堰流示意图[88]

Fig. 7　Schematic diagram of weir flow

剪切力可由溃口流速和水深近似确定：

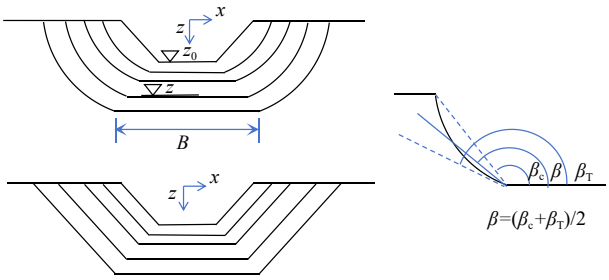
$$\tau=\gamma_w RJ\approx\frac{\gamma_w n^2V^2}{h^{1/3}}, \tag{7}$$

式中：γ_w 为水的重度；R 为水力半径；J 为能坡；n 为曼宁系数，一般河道取值 0.018 ~ 0.05；V 为溃口流速。

溃口的横向扩展可以用边坡稳定分析中的圆弧滑动面分析方法确定，也可以近似简化为梯形溃口确定（图 8），溃口底部宽度（B_{bo}）可表示如下：

$$\begin{aligned}&B_{bo}=B_0+2\Delta z+2h\tan(\beta-\frac{\pi}{2})\\&\beta=\beta_0+\Delta\beta=\beta_0+\frac{\Delta z}{m_a\Delta z+m_b}\end{aligned}, \tag{8}$$

式中：B_0 为溃口初始宽度；β 为梯形斜面与水平面的夹角；m_a，m_b 为双曲线参数。



z_0. 溃口底部初始高度；β 为梯形斜面与水平面的夹角；β_c. 割线夹角；β_r. 切线夹角

图 8　溃口横向扩展示意图[109]

Fig. 8　Schematic diagram of lateral breach expansion

（2）南科院溃决计算模型（DB-NHRI）

陈生水等[95] 针对我国土石坝工程及堰塞湖等进行漫顶破坏溃决机理研究，建立了 DB-NHRI 系列溃决模型，认为黏性土坝的溃决过程并不是单纯的表面侵蚀过程，而是表面侵蚀与黏土核倾覆共同作用的结果。在水流冲刷坝体或路基的底部时，会导致底部附近的黏土整体失稳产生倾覆，导致切头侵蚀。同时冲沟侧面的黏土在水流与重力的作用下也会发生失稳，导致冲沟的横向扩展[110]。

在该模型中，溃口流量采用复合堰流计算公式：

$$Q=m_1'B_{bo}\sqrt{2g}(H-z)^{3/2}+2m_1'\sqrt{2g}\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)(H-z)^{3/2}, \tag{9}$$

式中：m'_1 为流量系数；θ 为坝坡倾角。

溃口土体在水流作用下产生侵蚀，可以采用与流动剪应力和临界剪应力有关冲蚀速率公式，如修正 Meyer-Peter & Muller 推移质公式[95] 等，以基于水流剪应力的冲蚀速率公式[111] 为例：

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=k_d(\tau_b-\tau_c),\\&\tau_b=\frac{\gamma_w n^2Q_b^2}{A^2R^{1/3}},\ \tau_c=\frac{2}{3}d_{50}(\gamma_s-\gamma_w)\tan\varphi,\end{aligned} \tag{10}$$

式中：τ_b 为水流剪应力；Q_b 为溃口实时流量；τ_c 为临界剪应力；γ_s 为土体颗粒的重度；A 为溃口过流面积；d_{50} 为中值粒径；k_d 为冲蚀系数，常见 10^{-6} ~ $10^{-8}\mathrm{m^3/N\cdot s}$；$\varphi$ 为土体的内摩擦角；τ_c 与 k_d 可以通过经验公式求得，也可以通过试验测定。

溃口侵蚀速率也可以采用与启动流速相关的侵蚀率公式[110] 获得，以临界流速表示的溃口侵蚀率 Q_s 计算公式如下：

$$Q_s=0.25\left(\frac{d_{90}}{d_{30}}\right)^{0.2}\sec\theta\frac{v_*(v_b^2-v_c^2)}{g(\gamma_s/\gamma_w-1)}, \tag{11}$$

式中：d_{90}、d_{30} 分别为小于累计质量分数 90%、30% 对应的粒径；v_c 为颗粒启动流速；v_b 流动下的速度；v_* 为摩阻力作用下的速度。

具体表达如下：

$$\begin{aligned}&v_c=\sqrt{\frac{40gd_{50}(\gamma_s-\gamma_w)(\tan\varphi\cos\theta-\sin\theta)}{3\gamma_w(4+\tan\varphi)}+\frac{40gc(1-\cos\frac{\varphi}{2})}{\gamma_w(4+\tan\varphi)}}\\&v_b=\bar{v}\left(\frac{d_{90}}{H-z}\right)^{1/6},\ v_*=\bar{v}N\sqrt{g(H-z)^{-1/3}},\ \bar{v}=\frac{Q_b}{B_R(H-z)},\end{aligned} \tag{12}$$

式中：c 为黏聚力；B_R 为宽度；N 为溃口粗糙度系数；$\bar{v}$ 为平均流速。

在持续水流作用下，溃口会发竖向侵蚀和横向扩展，随着溃口深度（图 6 中 h_b）的增加，溃口两侧的坡度逐渐加大，溃口深度达到临界值时，溃口两侧边坡出现失稳和坍塌，溃口的临界深度表示如下：

$$h_b=\frac{4c\sin\beta_k\cos\varphi}{\gamma_s[1-\cos(\beta_k-\varphi)]}(k=1,2,3,\cdots),\qquad(13)$$

式中：β_k 为溃口斜坡临界角。

（3）清华大学模型（傅旭东等[96]）

清华大学的傅旭东等[96]和 LIU 等[112]采用一维圣维南方程和床沙推移公式求解溃口的扩展过程。在该模型中，溃口形状假设为梯形，溃口流量由求解一维圣维南方程得出：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial A}{\partial t}+\dfrac{\partial Q}{\partial x}=0,\\ \dfrac{\partial Q}{\partial t}+\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{Q^2}{A}\right)=gA\left(-\dfrac{\partial z_s}{\partial x}-S_f\right),\end{cases}\qquad(14)$$

式中：Q 为流量，$Q=AV$；z_s 为水面高程；S_f 为阻力坡降，$S_f=n^2Q|Q|A^{-2}R^{-4/3}$。

该模型认为，当时间尺度较小时，水流对床面泥沙的影响深度有限，定义受影响的泥沙层为床沙活动层，并假定只有活动层总的泥沙参与泥沙输运。假定水流流速在床沙活动层中为线性分布，泥沙运动速度正比于水流流速，考虑泥沙的级配分组，流速和临界流速分别用谢才公式[113]和修正的肖焕雄临界流速公式[113]表示，对于均匀沙有：

$$q^*=\frac{k_lC_c}{\sqrt{g}}\left(\sqrt{\tau^*}-\sqrt{\frac{2gK_x^{\ 2}}{C_c^{\ 2}}}\right),\ \tau^*=\frac{hJ\gamma_w}{(\gamma_s-\gamma_w)d},\qquad(15)$$

式中：q^*为无量纲输沙率；C_c 为谢才系数，$m^{1/2}/s$；K_x 为肖焕雄公式中的无量纲系数；k_l 为速度滞后系数；根据率定有 $K_x=0.89$，$k_l=0.345$；τ^* 为 Shields 数（河流动力学中常用的一个无量纲数）；d 为平均粒径。

溃口底部的侧向侵蚀可由 Osman 和 Thorne 模型确定：

$$\frac{\partial B_R}{\partial t}=\frac{C_l(\tau_f-\tau_c)}{\gamma_s}e^{(-1.3\tau_c)},\qquad(16)$$
$$\tau_f=\gamma_w n^2u^2h^{-1/3},\ \tau_c=0.047(\gamma_s-\gamma_w)d_{50},$$

式中：C_l 为表征边岸侵蚀速度的参数，文献中取值 0.094 s^{-1}；τ_f 为溃口坡角剪应力。

（4）CHANG 等[98]模型

该模型假定溃口断面为梯形，溃口流量 Q 采用宽顶堰公式进行计算，有：

$$Q=1.7[B_R+(H-z)\tan\theta](H-z)^{3/2}。\qquad(17)$$

溃口边坡的临界倾斜角度采用极限平衡法确定，根据水流和土体侵蚀阻力之间的相互作用，溃口冲蚀过程采用剪应力方程描述：

$$\begin{aligned}&E=k_d(\tau_b-\tau_c)\\&k_d=20\,075e^{4.77}C_u^{-0.76},\end{aligned}\qquad(18)$$

式中：E 为侵蚀率；水流剪应力 $\tau_b=\gamma_wRJ$；e 为孔隙比；C_u 为不均匀系数，可取值 100～1 000。

当土体细粒（<0.063 mm）质量分数>10% 时，临界剪应力 τ_c 的计算方式如下：

$$\tau_c=6.8PI^{1.68}P^{-1.73}e^{-0.97},\qquad(19)$$

式中：PI 为塑性指数；P 为细粒（<0.063 mm）含量。

当细粒质量分数≤10% 时，临界剪应力 τ_c 的计算方法同公式（10）。

以上 4 种典型一维溃口计算模型，均对溃口几何形态进行了假定，其中，水科院溃决计算模型采用圆弧滑动法确定溃口扩展规律，并采用双曲经验公式将侧向展宽与冲刷限幅处理，也就意味着溃口冲刷速率存在极限，即材料抗冲蚀能力有限，另外该模型采用线性化计算，计算较为快速；南科院模型假定溃口形状为梯形，采用线性冲刷模型和极限平衡法描述溃口的纵向与侧向扩展过程，可以模拟坝体的单侧冲蚀、两侧冲蚀、不完全溃坝与坝基冲蚀等溃口发展模式；清华大学模型假定溃口形状为梯形，溃口侧向扩展速率由 Osman 和 Thorne 模型确定，该模型可同时考虑混合沉积物的选择性输运和溃口边坡的重力坍塌，在溃口流量计算方面，该模型采用圣维南方程表征，相比于采用堰流公式的其余 3 个模型，其流量计算更加符合物理实际；Chang 和 Zhang 模型在溃口扩展的基础上同时考虑了坝肩侵蚀过程，入流速率可随时间变化，可用于级联溃决过程模拟，分析溃决洪水叠加效应。总体而言，4 种模型代表了一维溃口数学计算的典型方法，可在试验研究与工程实际中根据坝体材料、来流、参数获取难易程度、溃坝级联情况等灵活选用。

在一维溃口模型计算方面，部分学者将模型计算结果与实测溃决案例进行了对比，CHEN 等[109]将 DB-IWHR 模型的峰值流量预测结果与板桥、易贡、绵远河一把刀溃决实测结果对比，分别相差 0.7%，12.8%，−15.7%；钟启明等[111]基于 DB-NHRI 对唐家山溃决结果进行了预测，其峰值流量计算结果偏差 −3.1%；DB-D 模型与绵远河小岗剑实测峰值流量结果偏差−0.9%；清华大学模型[112]对唐家山案例峰值流量预测偏差为 2.7%；CHANG 等[98]模型对绵远河小岗剑溃决峰值流量预测结果偏差 26.0%。从以上模型与实际溃决案例的对比结果中可以看出，不同模型的计算方法所针对的重点不同，对特定案例的预测结果可能存在一定的偏差，对不同的案例预测效果也有所波动。敏感性分析结果发现，溃口土体的侵蚀速率是影响模型准确性的主要变量[88]。由于

一维模型对侵蚀速率、溃口扩展方式等采用了更加准确的数学公式表征，对溃决过程的描述也更加细化，因此，相较参数模型而言，一维模型整体的预测准确性较参数模型更好，对不同案例预测结果的偏差波动性也更小。

在堤坝溃决计算模型研究中，以上理论模型、参数模型与一维计算模型各自具有不同的适用场景。其中，理论模型以溃口瞬时形成的假设为基础，推导简洁、计算快速，能够得到解析解，适合用于理论分析与方法对比，但由于其物理假定过于理想化，忽略了溃口逐步发展过程，与实际情形差别较大，适用性有限。参数模型依托大量历史案例的统计回归，能够在短时间内预测溃口峰值流量、宽度和溃决历时等关键参数，具有计算简便、便于应急应用的优势，但该类模型物理机理支撑较少，对案例数量、类型和数据质量依赖性较强，对坝体类型、溃决方式以及土体非均质性的区分不足，预测结果存在较大不确定性。一维数值计算模型在效率和精细化之间相对平衡，其计算量虽高于理论模型与参数模型，但计算量增加相对有限，数学计算过程仍然比较快速，便于迅速模拟洪水过程，并且能够引入水动力学、土力学和泥沙输移等物理机制，能够较好地反映溃口扩展和洪水演进，然而，此类模型通常对溃口横向过程进行简化，常需对溃口形状作几何假设，难以全面刻画复杂边界条件下的三维演化过程。总体而言，三类模型在理论探索、快速预估和工程模拟中各有优势与局限，可以根据研究目标与应用场景进行合理选用或组合使用。

3　结　论

堤坝溃决机理研究与溃口过程模拟是溃口洪水防灾减灾的基础，溃口发展是一个复杂的水土耦合过程。国内外学者在深入研究机理的基础上，提出建立了一系列数学计算模型。本研究对堤坝溃口发展及洪水演进数学方法进行了相对全面的系统梳理，以列表形式归纳汇总了从理论模型、参数模型到一维常见数学计算模型的数值计算方法，为溃口发展相关研究人员提供一个相对清晰的研究脉络。需要指出的是，早期解析模型可为溃口发展快速计算和理论推导提供理论依据，但假定较多，模型过于理想化；参数模型在大量的案例数据的基础上，采用统计回归方法进行参数率定，可为堤坝溃决应急决策快速提供关键数据支持，但对溃口演化过程描述不足；一维模型在物理机制和经验模型的基础上，实现物理机制与计算效率间的平衡，可对溃决过程进行快速模拟，能够描述部分水流运动与泥沙输移过程，但无法模拟垂直洪水方向演进状态，难以捕捉三维演化特征。近年来，随着堤防溃决机理和数学计算模型的进一步研究，以及硬件计算能力的不断提升，二维、三维数学模型得到了广泛发展，能够更加真实精细再现溃口演变；同时，机器学习与人工智能方法的引入使得溃决计算更加快速便捷，未来溃口计算模型将朝着流量计算与溃口扩展物理机理与过程更加精细、溃决过程真实复杂性与计算效率相平衡的方向发展，为溃口洪水的风险评估与决策支持提供更加稳健的理论与方法基础，而机器学习与人工智能可以为复杂模型计算提供更加高效的代理模型，提升模型计算效率，尤其是复杂三维数值计算效率。机器学习也可以将多源数据进行融合，捕捉可能不易发现的参数间关系，机器学习还可以嵌入物理信息，实现数据与物理耦合并驱，为溃决计算提供新的研究思路。此外，由于参数的复杂性与不确定性，采用快速区间预测与实时反馈修正相结合的方法，可以满足多种复杂现场条件下的溃口预测和应急抢险需求，也是较有实际应用价值与发展潜力的研究方向。

所有作者声明不存在利益冲突。

The authors declare that no competing interests exist.

参考文献：

[1] 中华人民共和国水利部. 第一次全国水利普查公报 [M]. 北京：中国水利水电出版社，2013.
Ministry of Water Resources of the People's Republic of China. Bulletin of first national census for water[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2013.（in Chinese）

[2] 中华人民共和国水利部. 2021 年全国水利发展统计公报 [M]. 北京：中国水利水电出版社，2022.
Ministry of Water Resources of the People's Republic of China. 2021 Statistic bulletin on China water activities[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2022.（in Chinese）

[3] 水利部大坝安全管理中心. 全国水库垮坝登记册 [R]. 南京：水利部大坝安全管理中心，2018.
Dam Safety Management Center of the Ministry of Water Resources. National reservoir dam collapse register[R]. Nanjing: Dam Safety Management Center of the Ministry of Water Resources, 2018.（in Chinese）

[4] 汝乃华，牛运光. 大坝事故与安全-土石坝 [M]. 北京：中国水利水电出版社，2001.
RU N H, NIU Y G. Embankment dam incidents and safety of large dams[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2001.（in Chinese）

[5] 李君纯. 沟后面板坝溃决的研究 [J]. 水利水运科学研究，1995(4)：425-434.

LI J C. A research for break of Gouhou face dam[J]. Hydro-Science and Engineering, 1995(4): 425-434. (in Chinese with English abstract)

[6] 陈生水. 土石坝溃决机理与溃坝过程模拟 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2012.
CHEN S S. Failure mechanism and simulation of earth-rock dam failure process[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2012. (in Chinese)

[7] 陈生水, 钟启明. 土石坝溃坝数学模型及应用 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2019.
CHEN S S, ZHONG Q M. Numerical models for earth-rock dam breaching and their applications[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2019. (in Chinese)

[8] 赵悬涛, 刘昌军, 王文川, 等. 射月沟水库溃坝洪水模拟及溃坝原因分析 [J]. 中国农村水利水电, 2022(5): 171-177.
ZHAO X T, LIU C J, WANG W C, et al. Dam break flood simulation of Sheyuegou reservoir and reasons for the dam break[J]. China Rural Water and Hydropower, 2022(5): 171-177. (in Chinese with English abstract)

[9] GALLEGOS H A, SCHUBERT J E, SANDERS B F. Two-dimensional, high-resolution modeling of urban dam-break flooding: A case study of Baldwin Hills, California[J]. Advances in Water Resources, 2009, 32(8): 1323-1335.

[10] LAND L F. Mathematical simulations of the Toccoa Falls, Georgia, dam-break flood[J]. JAWRA Journal of the American Water Resources Association, 1980, 16(6): 1041-1048.

[11] PIRULLI M, BARBERO M, MARCHELLI M, et al. The failure of the Stava Valley tailings dams (northern Italy): Numerical analysis of the flow dynamics and rheological properties[J]. Geoenvironmental Disasters, 2017, 4(1): 3.

[12] DEVKOTA L, GIRI S, CROSATO A, et al. Impact of the Koshi barrage and embankments on river morphology and dynamics[C]//Anon. Seventh International Conference on Water Resource and Renewable Energy Development in Asia. [S. l.]: [s. l.], 2018: 3-15.

[13] AURELI F, MARANZONI A, PETACCIA G. Review of historical dam-break events and laboratory tests on real topography for the validation of numerical models[J]. Water, 2021, 13(14): 1968.

[14] SILVA ROTTA L H, ALCÂNTARA E, PARK E, et al. The 2019 Brumadinho tailings dam collapse: Possible cause and impacts of the worst human and environmental disaster in Brazil[J]. International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation, 2020, 90: 102119.

[15] ZIN W W, KAWASAKI A, TAKEUCHI W, et al. Flood hazard assessment of Bago River basin, Myanmar[J]. Journal of Disaster Research, 2018, 13(1): 14-21.

[16] ANNUNZIATO A, SANTINI M, PROIETTI C, et al. Modelling and validation of the Derna dam break event[J]. GeoHazards, 2024, 5(2): 504-529.

[17] 胡大儒, 吴述彧, 罗超鹏, 等. 澜沧江某巨型堆积体蓄水失稳诱发涌浪预测 [J]. 地质科技通报, 2024, 43(6): 78-88.
HU D R, WU S Y, LUO C P, et al. Prediction of the wave induced by a gaint accumulation impoundment instability in Lantsang River[J]. Bulletin of Geological Science and Technology, 2024, 43(6): 78-88. (in Chinese with English abstract)

[18] 吴昌瑜, 丁金华. 九江长江干堤溃口段破坏机理及处理措施 [J]. 岩土工程学报, 2001, 23(5): 557-562.
WU C Y, DING J H. Failure mechanism and treatment of a burst stretch of the Yangtze River dike in Jiujiang[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(5): 557-562.

[19] 杜勇江, 王运生, 邹子南, 等. 动水冲刷作用下堆积体岸坡的渐进破坏过程分析 [J]. 地质科技通报, 2024, 43(6): 226-234.
DU Y J, WANG Y S, ZOU Z N, et al. Progressive analysis of the progressive failure process of accumulated bank slope under dynamic water scour[J]. Bulletin of Geological Science and Technology, 2024, 43(6): 226-234. (in Chinese with English abstract)

[20] 陈启刚, 张大伟, 王忠祥, 等. 堤防溃口水流特性与封堵技术研究进展 [J]. 中国防汛抗旱, 2021, 31(8): 1-6.
CHEN Q G, ZHANG D W, WANG Z X, et al. Progress in flow characteristics and closure technology of dike breaches[J]. China Flood & Drought Management, 2021, 31(8): 1-6. (in Chinese with English abstract)

[21] 王忠祥, 张大伟. 堤防漫顶溃决物理模型试验研究进展 [J]. 中国水利水电科学研究院学报(中英文), 2024, 22(1): 36-48.
WANG Z X, ZHANG D W. Progress in physical modeling experiments of dike overtopping breach[J]. Journal of China Institute of Water Resources and Hydropower Research, 2024, 22(1): 36-48. (in Chinese with English abstract)

[22] 果鹏, 夏军强, 周美蓉, 等. 生产堤溃口展宽过程的概化模型试验研究 [J]. 水科学进展, 2020, 31(2): 249-259.
GUO P, XIA J Q, ZHOU M R, et al. Investigation into lateral widening process of farm dike breach using a sketched physical model[J]. Advances in Water Science, 2020, 31(2): 249-259. (in Chinese with English abstract)

[23] MORRIS M, HASSAN M. IMPACT: Investigation of extreme flood processes and uncertainty: A European research project[C]// Anon. Proceedings of the 40th DEFRA Flood and Coastal Management Conference. [S. l.]: [s. l.], 2005.

[24] BRITTON S L, HANSON G J, COOK K R, et al. Breach widening observations from earthen embankment tests[C]//Anon. American Society of Agricultural and Biological Engineers. [S. l.]: [s. l.], 2004.

[25] HANSON G J, HUNT S L. Lessons learned using laboratory JET method to measure soil erodibility of compacted soils[J]. Applied Engineering in Agriculture, 2007, 23(3): 305-312.

[26] ZHANG J Y, LI Y, XUAN G X, et al. Overtopping breaching of cohesive homogeneous earth dam with different cohesive strength[J]. Science in China Series E: Technological Sciences, 2009, 52(10): 3024-3029.

[27] RITTER A. Die fortpflanzung von wasserwellen (propagation of water waves)[J]. Zeitschrift Verein Deutscher Ingenieure, 1892, 36(2): 947-954.

[28] DRESSLER R F. Hydraulic resistance effect upon the dam-break functions[J]. Journal of Research of the National Bureau of Standards, 1952, 49(3): 217.

[29] DRESSLER R F. Unsteady non-linear waves in sloping channels[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A, Mathematical and Physical Sciences, 1958, 247(1249): 186-198.

[30] STOKER J J. Water waves: The mathematical theory with applications[M]. New York: John Wiley & Sons, 1992.

[31] CASTRO-ORGAZ O, CHANSON H. Ritter's dry-bed dam-break flows: Positive and negative wave dynamics[J]. Environmental Fluid Mechanics, 2017, 17(4): 665-694.

[32] 伍超. 梯形断面溃坝波 Ritter 解 [J]. 水动力学研究与进展, 1986, 1(2): 82-88.
WU C. Ritter's solution of dam-breaking wave in trapezoid cross-section channel[J]. Journal of Hydrodynamics, 1986, 1(2): 82-88. (in Chinese with English abstract)

[33] 宁利中. 椭圆形断面溃坝波 Ritter 解 [J]. 西安理工大学学报, 1990, 6(4): 283-291.
NING L Z. Ritter's solution of dam-breaking wave in elliptic cross-section channel[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 1990, 6(4): 283-291. (in Chinese with English abstract)

[34] 谢任之. 溃坝坝址流量计算 [J]. 水利水运科学研究, 1982(1): 43-58.
XIE R Z. Computation for the discharge from the site of dam-break[J]. Hydro-Science and Engineering, 1982(1): 43-58. (in Chinese with English abstract)

[35] 谢任之. 溃坝水力学 [M]. 济南: 山东科学技术出版社, 1993.
XIE R Z. Dam-break hydraulics[M]. Jinan: Shandong Science & Technology Press, 1993. (in Chinese)

[36] 宁利中, 宁碧波, 胡彪, 等. 任意梯形断面溃坝洪水最大流量解析解 [J]. 西安理工大学学报, 2017, 33(2): 164-168.
NING L Z, NING B B, HU B, et al. Analytical solutions to maximum discharge of dam-breaking flood in arbitrary trapezoidal cross-section channels[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2017, 33(2): 164-168. (in Chinese with English abstract)

[37] CHEN T K, CAPART H. Kinematic wave solutions for dam-break floods in non-uniform valleys[J]. Journal of Hydrology, 2020, 582: 124381.

[38] WANG B, CHEN Y L, PENG Y, et al. Analytical solution of shallow water equations for ideal dam-break flood along a wet-bed slope[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2020, 146(2): 06019020.

[39] KIRKPATRICK G W. Evaluation guidelines for spillway adequacy[C]//Anon. Proceedings of the Engineering Foundation Conference. [S. l.]: [s. l.], 1977.

[40] FROEHLICH D C. Predicting peak discharge from gradually breached embankment dam[J]. Journal of Hydrologic Engineering, 2016, 21(11): 04016041.

[41] Soil Conservation Service. Simplified dan-breach routing procedure[R]. Washington DC: US Dept. of Agriculture, 1981.

[42] HAGEN V K. Re-evaluation of design floods and dam safety[C]//Anon. Proceedings of the 14th Congress of the International Commission on Large Dams. [S. l.]: [s. l.], 1982.

[43] SINGH K P, SNORRASON A. Sensitivity of outflow peaks and flood stages to the selection of dam breach parameters and simulation models[J]. Journal of Hydrology, 1984, 68(1/2/3/4): 295-310.

[44] MACDONALD T C, LANGRIDGE-MONOPOLIS J. Breaching charateristics of dam failures[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1984, 110(5): 567-586.

[45] COSTA J E. Floods from dam failures[R]. Denver: USGS, 1985: 5-560.

[46] EVANS S G. The maximum discharge of outburst floods caused by the breaching of man-made and natural dams[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1986, 23(3): 385-387.

[47] U. S. Bureau of Reclamation. Downstream hazard classification guidelines[R]. Denver: U. S. Department of the Interior, 1988.

[48] FROEHLICH D C. Peak outflow from breached embankment dam[J]. Journal of Water Resources Planning and Management, 1995, 121(1): 90-97.

[49] WALDER J S, O'CONNOR J E. Methods for predicting peak discharge of floods caused by failure of natural and constructed earthen dams[J]. Water Resources Research, 1997, 33(10): 2337-2348.

[50] XU Y, ZHANG L M. Breaching parameters for earth and rockfill dams[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, 135(12): 1957-1970.

[51] PIERCE M W, THORNTON C I, ABT S R. Predicting peak outflow from breached embankment dams[J]. Journal of Hydrologic Engineering, 2010, 15(5): 338-349.

[52] THORNTON C I, PIERCE M W, ABT S R. Enhanced predictions for peak outflow from breached embankment dams[J]. Journal of Hydrologic Engineering, 2011, 16(1): 81-88.

[53] PENG M, ZHANG L M. Breaching parameters of landslide dams[J]. Landslides, 2012, 9(1): 13-31.

[54] DE LORENZO G, MACCHIONE F. Formulas for the peak discharge from breached earthfill dams[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 140(1): 56-67.

[55] HOOSHYARIPOR F, TAHERSHAMSI A, GOLIAN S. Application of copula method and neural networks for predicting peak outflow from breached embankments[J]. Journal of Hydro-Environment Research, 2014, 8(3): 292-303.

[56] AZIMI R, VATANKHAH A R, KOUCHAKZADEH S. Predicting peak discharge from breached embankment dams[C]//Anon. 36th IAHR World Congress. [S. l.]: [s. l.], 2015.

[57] 黄委会科研所. 溃坝水流计算方法初步探讨 [J]. 水利科技情报, 1976.
Henan Yellow River Commission Research Institute. Preliminary study on the calculation method of dam break water flow[M]. Hydraulic Science and Technology Information, 1976. (in Chinese with English abstract)

[58] 戴荣尧, 王群. 溃坝最大流量的研究 [J]. 水利学报, 1983, 14(2): 13-21.
DAI R Y, WANG Q. Research on the maximum discharge of dam-breaking[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1983, 14(2): 13-21. (in Chinese with English abstract)

[59] 国家防汛抗旱总指挥部, 水利部水利水电规划设计总院, 中国水利水电科学研究院. 洪水风险图编制技术细则(试行)[S]. 北京: 国家防汛抗旱总指挥部, 2013.
The State Flood Control and Drought Relief Headquarters, China Institute of Water Resources Planning and Design, China Institute of Water Resources and Hydropower Research. Detailed rules for the compilation of flood hazard maps (trial)[S]. Beijing: The State Flood Control and Drought Relief Headquarters, 2013. (in

Chinese）

[60] 邓刚, 赵博超, 温彦锋, 等. 土石坝漫顶溃口洪水过程概化计算模型 [C]//佚名. 高坝建设与运行管理的技术进展: 中国大坝协会 2014 学术年会论文集. [出版地未知]: [出版者未知], 2014: 337-342.
DENG G, ZHAO B C, WEN Y F, et al. Generalized calculation model of flood process for earthen dam overtopping failure[C]// Anon. Technical Progress in the Construction and Operation Management of High Dams: Proceedings of the 2014 Academic Annual Meeting of the China Large Dam Association. [S. l.]: [s. l.], 2014: 337-342. (in Chinese)

[61] 石振明, 马小龙, 彭铭, 等. 基于大型数据库的堰塞坝特征统计分析与溃决参数快速评估模型 [J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(9): 1780-1790.
SHI Z M, MA X L, PENG M, et al. Statistical analysis and efficient dam burst modelling of landslide dams based on a large-scale database[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, 33(9): 1780-1790. (in Chinese with English abstract)

[62] 梅世昂, 陈生水, 钟启明, 等. 土石坝溃坝参数模型研究 [J]. 工程科学与技术, 2018, 50(2): 60-66.
MEI S A, CHEN S S, ZHONG Q M, et al. Parametric model for breaching analysis of earth-rock dam[J]. Advanced Engineering Sciences, 2018, 50(2): 60-66. (in Chinese with English abstract)

[63] 齐子杰, 黄卫, 汪利先, 等. 堰塞坝溃决参数模型评估与优化分析 [J]. 人民长江, 2022, 53(12): 157-166.
QI Z J, HUANG W, WANG L X, et al. Evaluation and optimization analysis of barrier dam breach parameter models[J]. Yangtze River, 2022, 53(12): 157-166. (in Chinese with English abstract)

[64] 单熠博, 陈生水, 钟启明, 等. 考虑颗粒组成的堰塞体溃口峰值流量快速预测模型 [J]. 应用基础与工程科学学报, 2023, 31(3): 584-598.
SHAN Y B, CHEN S S, ZHONG Q M, et al. A rapid prediction model for peak breach flow of landslide dams considering the grain composition of deposits[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2023, 31(3): 584-598. (in Chinese with English abstract)

[65] FROEHLICH D C. Peak flood discharge from a landslide dam outburst[J]. Natural Hazards Review, 2022, 23(2): 04022001.

[66] 焦煦, 冯震宇, 廖海梅. 堰塞坝溃口及洪峰参数模型评估与优化 [J]. 贵州大学学报(自然科学版), 2023, 40(5): 87-95.
JIAO X, FENG Z Y, LIAO H M. Evaluation and optimization of landslide dam breaking and flood peak parameter models[J]. Journal of Guizhou University (Natural Sciences), 2023, 40(5): 87-95. (in Chinese with English abstract)

[67] GUAN S G, SHI Z M, ZHENG H C, et al. Effects of soil properties and geomorphic parameters on the breach mechanisms of landslide dams and prediction of peak discharge[J]. Acta Geotechnica, 2023, 18(10): 5485-5502.

[68] 冯震宇, 杨兴国, 周家文, 等. 堰塞坝溃决参数及其寿命预测 [J]. 水利学报, 2024, 55(3): 367-377.
FENG Z Y, YANG X G, ZHOU J W, et al. Estimation of breach parameters and longevity of landslide dam[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2024, 55(3): 367-377. (in Chinese with English abstract)

[69] VONTHUN J L, GILLETTE D R. Guidance on breach parameters[Z]. Denver Colorado: U. S. Bureau of Reclamation, 1990.

[70] 刘建康, 程尊兰, 吴积善. 基于经验公式建立的滑坡泥石流坝溃口形式预测模型 [J]. 四川大学学报(工程科学版), 2013, 45(增刊 2): 84-89.
LIU J K, CHENG Z L, WU J S. An empirical model calculating the breach parameters of landslide and debris-flow dam[J]. Journal of Sichuan University(Engineering Science Edition), 2013, 45(S2): 84-89. (in Chinese with English abstract)

[71] 张昕健, 渠庚, 范北林, 等. 溃堤洪水与堤后冲刷研究综述及展望 [J]. 长江科学院院报, 2019, 36(4): 9-12.
ZHANG X J, QU G, FAN B L, et al. Study on dike-break flood and scouring: Review and prospect[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2019, 36(4): 9-12. (in Chinese with English abstract)

[72] 张新华, 薛睿瑛, 王明, 等. 堰塞坝溃口演化研究进展 [J]. 西南民族大学学报(自然科学版), 2020, 46(1): 85-91.
ZHANG X H, XUE R Y, WANG M, et al. Research progress on the breach-evolution of natural dams[J]. Journal of Southwest Minzu University (Natural Science Edition), 2020, 46(1): 85-91. (in Chinese with English abstract)

[73] 谢亚军, 朱勇辉, 国小龙. 土坝溃决研究进展及存在问题 [J]. 长江科学院院报, 2013, 30(4): 29-33.
XIE Y J, ZHU Y H, GUO X L. Advances and problems in earth-dam failure research[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2013, 30(4): 29-33. (in Chinese with English abstract)

[74] FREAD D L. DAMBRK: The NWS dam break flood forecasting model[R]. Silver Spring: National Weather Service(NWS), NOAA, 1984.

[75] CRISTOFANO E A. Method of computing erosion rate for failure of earth-fill dams[R]. Denver: Bureau of Reclamation, 1965.

[76] HARRIS G W, WAGNER D A. Outflow from breached earth dams[R]. Salt Lake City: Department of Civil Engineering, University of Utah, 1967.

[77] BROWN R J, ROGERS D C. BRDAM users manual [M]. Denve: Water and Power Resources Service, U. S. Department of the Interior, 1981.

[78] LOU W C. Mathematical modeling of earth dam breaches[D]. Fort Collins: Colorado State University, 1981.

[79] PONCE V M, TSIVOGLOU A J. Modeling gradual dam breaches[J]. Journal of Hydraulic Division(ASCE), 1981, 107(7): 829-838.

[80] NOGUEIRA V D Q. A mathematical model of progressive earth dam failure[D]. Fort Collins: Colorado State University, 1984.

[81] SINGH V P, QUIROGA C A. Dimensionless analytical solutions for dam-breach erosion[J]. Journal of Hydraulic Research, 1988, 26(2): 179-197.

[82] FREAD D L. BREACH: An erosion model for earthen dam failures[R]. Silver Spring: National Weather Service(NWS) Report, MA NOAA, 1988.

[83] FREAD D L. BREACH: NWS FLDWAV model[R]. Silver Spring: National Weather Service(NWS), MA NOAA, 1998.

[84] FROEHLICH D C. Two dimensional model for embankment dam breach formation and flood wave generation[C]//Association of State Dam Safety Officials. 2004 Conference of ASDSO. [S. l.]: [s. l.], 2004.

[85] ZHU Y H, VISSER P J, VRIJLING J K. A model for breach erosion in clay-dikes[C]//Anon. Coastal Dynamics 2005. Barcelona, Spain: American Society of Civil Engineers, 2006: 1-10.

[86] WU W M, KANG Y, WANG S S Y. An earthen embankment breach model[C]//IAHR. Proceedings of the 33rd Congress of IAHR(CD-ROM). [S. l.]: [s. l.], 2009.

[87] CAO Z X, YUE Z Y, PENDER G. Landslide dam failure and flood hydraulics. Part Ⅱ: Coupled mathematical modelling[J]. Natural Hazards, 2011, 59(2): 1021-1045.

[88] CHEN Z Y, MA L Q, YU S, et al. Back analysis of the draining process of the Tangjiashan barrier lake[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2015, 141(4): 05014011.

[89] ANDREW D P, COLEMAN S E, WEBBY M G, et al. Noncohesive embankment failure due to overtopping flow[C]//Anon. 28th Congress of the Int. Association for Hydraulic Research. [S. l.]: [s. l.], 1998.

[90] LOUKOLA E, HUOKUNA M. A numerical erosion model for embankment dams failure and its use for risk assessment[R]. Munich: Lockeed Company, 1998.

[91] VISSER P J. Breach growth in sand-dikes[D]. Delft: Delft University of Technology, 1998.

[92] MOHAMED M A, SAMUELS P G, MORRIS M W, et al. Improving the accuracy of prediction of breach formation through embankment dams and flood embankments[J]. Engineering, Environmental Science, 2004: 41538804.

[93] TEMPLE D M, HANSON G J, NEILSEN M L, et al. Simplified breach analysis model for homogeneous embankments. Part I: Background and model components[C]//Anon. Proceedings of the 2005 US Society on Dams Annual Meeting and Conference. [S. l.]: [s. l.], 2005: 151-161.

[94] TEMPLE D M, HANSON G J, NEILSEN M L. WINDAM: Analysis of overtopped earth embankment dams[C]//Anon. 2006 American Society of Agricultural and Biological Engineers. [S. l.]: [s. l.], 2006: 062105.

[95] 陈生水, 钟启明, 任强. 土石坝漫顶破坏溃口发展数值模型研究 [J]. 水利水运工程学报, 2009(4): 53-58.
CHEN S S, ZHONG Q M, REN Q. Numerical model study on break development due to overtopping failure for earth-rock dam[J]. Hydro-Science and Engineering, 2009(4): 53-58. (in Chinese with English abstract)

[96] 傅旭东, 刘帆, 马宏博, 等. 基于物理模型的唐家山堰塞湖溃决过程模拟 [J]. 清华大学学报(自然科学版), 2010, 50(12): 1910-1914.
FU X D, LIU F, MA H B, et al. Physically based simulation of the breaching of the Tangjiashan quake lake[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2010, 50(12): 1910-1914. (in Chinese with English abstract)

[97] OSMAN A M, THORNE C R. Riverbank stability analysis. I: Theory[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1988, 114(2): 134-150.

[98] CHANG D S, ZHANG L M. Simulation of the erosion process of landslide dams due to overtopping considering variations in soil erodibility along depth[J]. Natural Hazards and Earth System Sciences, 2010, 10(4): 933-946.

[99] DHI Water Environment. A modelling system for rivers and channels user guide[Z]. CO, California: DHI Group, 2012.

[100] WU W M. Simplified physically based model of earthen embankment breaching[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, 139(8): 837-851.

[101] BRUNNER G W. HEC-RAS river analysis system: Hydraulic reference manua, version 5.0[M]. Vicksburg, Mississippi: US Army Corps of Engineers-Hydrologic Engineering Center, 2016: 547.

[102] ZHAO G. Breach growth in cohesive embankments due to overtopping[M]. Delf: Delft Academic Press. 2016.

[103] 沈鸿杰, 徐力群, 刘子茜. 改进 DB-IWHR 模型及其在尾矿库溃坝影响分析中的应用 [J]. 水利水电科技进展, 2022, 42(5): 64-70.
SHEN H J, XU L Q, LIU Z X. Improved DB-IWHR model and its application in influence analysis of tailings dam break[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2022, 42(5): 64-70. (in Chinese with English abstract)

[104] 巨江, 贺翠玲, 李鹏峰. 堰塞湖土石坝漫顶溃坝扩散模型 [J]. 泥沙研究, 2024, 49(5): 1-8.
JU J, HE C L, LI P F. Diffusion model of overtopping dam-break process in earth-rock barrier dam[J]. Journal of Sediment Research, 2024, 49(5): 1-8. (in Chinese with English abstract)

[105] 吕佳豪, 侯精明, 李东来, 等. 溃坝洪水演进一维水动力模型 [J]. 山地学报, 2024, 42(1): 123-131.
LYU J H, HOU J M, LI D L, et al. One-dimensional hydrodynamic model for dam-break flooding[J]. Mountain Research, 2024, 42(1): 123-131. (in Chinese with English abstract)

[106] 陈淑婧, 王秋生, 于沭, 等. 土石坝漫顶溃决模型的分析比较 [J]. 河海大学学报(自然科学版), 2016, 44(5): 406-411.
CHEN S J, WANG Q S, YU S, et al. Comparative analysis of models for overtopping-induced earth-rock dam breach[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2016, 44(5): 406-411. (in Chinese with English abstract)

[107] 王乃欣. 土石坝溃决溃口数值模拟与溃坝虚拟现实技术研究 [D]. 北京: 中国水利水电科学研究院, 2018.
WANG N X. Research on modeling lateral enlargement in dam breach and virtual reality technology of earth dam[D]. Beijing: China Institute of Water Resources and Hydropower Research, 2018. (in Chinese with English abstract)

[108] CLARKSON L, WILLIAMS D. An overview of conventional tailings dam geotechnical failure mechanisms[J]. Mining, Metallurgy & Exploration, 2021, 38(3): 1305-1328.

[109] CHEN Z Y, PING Z Y, WANG N X, et al. An approach to quick and easy evaluation of the dam breach flood[J]. Science China Technological Sciences, 2019, 62(10): 1773-1782.

[110] CHEN S, FANG X, ZHONG Q, et al. Centrifugal model tests and numerical simulations for break of earth-rock dams due to overtopping[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(5): 922-932.

[111] 钟启明, 陈生水, 邓曌. 堰塞坝漫顶溃决机理与溃坝过程模拟

[J]. 中国科学: 技术科学, 2018, 48(9): 959-968.
ZHONG Q M, CHEN S S, DENG Z. Breach mechanism and numerical modeling of barrier dam due to overtopping failure[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2018, 48(9): 959-968. (in Chinese with English abstract)

[112] LIU F, FU X D, WANG G Q, et al. Physically based simulation of dam breach development for Tangjiashan quake dam, China[J]. Environmental Earth Sciences, 2012, 65(4): 1081-1094.

[113] 邵学军, 王兴奎. 河流动力学概论 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2013.
SHAO X J, WANG X K. Introduction to river mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2013.(in Chinese)

Summary for “堤坝溃决计算方法现状及展望(Ⅰ): 理论模型、参数模型与一维数学模型”

Current status and prospects of calculation methods for dam and dike failures (Ⅰ): Theoretical models, parameter models, and one-dimensional mathematical models

LIU Zhankui[1a, 1b, 1c], GUO Qiuge[2*], YANG Yang[1a, 1b, 1c], JIE Yuxin[1a, 1b, 1c], ZHANG Baosen[3], WANG Jingwen[3], ZHOU Ting[1a, 1b, 1c]

1a. State Key Laboratory of Hydroscience and Engineering; 1b. Key Laboratory of Hydrosphere Sciences of the Ministry of Water Resources; 1c. Department of Hydraulic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
2. Information Center of Henan Yellow River Affairs Bureau, Zhengzhou 450003, China;
3. Yellow River Conservancy Commission, Yellow River Institute of Hydraulic Research, Zhengzhou 450003, China

First author, E-mail: liuzk12@tsinghua.org.cn
* Corresponding author, E-mail: 1169904263@qq.com

Abstract: [**Significance**] Dam and dike failures occur frequently worldwide, and embankment safety is crucial for flood prevention and disaster mitigation. Research on breach development mechanisms and mathematical models is of great significance for flood forecasting and risk prevention. [**Progress**] Following the developmental context of breach mathematical models, this paper summarizes the characteristics and processes of dam breaches, analyzes breach types and influencing factors, summarizes their classification and evolutionary patterns, and compares the relationship between model test results and mathematical models. Theoretical models, parameter models, and one-dimensional mathematical models are systematically reviewed to summarize the historical evolution and current state of dam breach modeling. The distinct features and applicability of different modeling approaches are comparatively analyzed, and common breach calculation methods are summarized in a table to facilitate model reference and comparison, thereby providing a clearer understanding of research directions in mathematical models of breach development. [**Conclusion and Prospect**] In general, theoretical and parameter models are computationally simple and can be quickly applied to emergency breach assessment and disaster response, yet they fail to capture the dynamic evolution of the breach process. One-dimensional mathematical models, by incorporating complex hydraulic flow, breach geometry variation, and sediment transport, provide more detailed representations of breach dynamics, though they still rely on simplifications and assumptions of physical processes. With the rapid advancement of two- and three-dimensional mathematical models, as well as the introduction of machine learning and artificial intelligence techniques, breach modeling is evolving toward more refined physical representation and higher computational efficiency.

Key words: dam and dike; breach development; theoretical model; parameter model; mathematical model

Received: 2025-06-30; Revised: 2025-11-07; Accepted: 2025-11-10

doi: 10.19509/j.cnki.dzkq.tb20250301