第 52 卷 第 1 期：92-103 高电压技术 Vol.52, No.1: 92-103
2026 年 1 月 31 日 High Voltage Engineering January 31, 2026
**DOI**: 10.13336/j.1003-6520.hve.20250749

# 广义运行短路比在电压稳定分析中的适用性分析

刘浩坤[1]，董　炜[2]，赵乐冰[2]，王冠中[1]，华　文[2]，马　锐[1]
（1. 电网智能化调度与控制教育部重点实验室(山东大学)，济南 250061；
2. 国网浙江省电力有限公司电力科学研究院，杭州 310014）

**摘　要**：针对高比例新能源并网引发的电压稳定问题，该文提出多馈入系统广义运行短路比评估判据。首先构建新能源场站多馈入系统复变量潮流模型，解析雅可比矩阵块对角占优结构特性及其正定性条件，证明忽略相角差与线路电导时矩阵正定性可等效为系统正稳定判据。进一步建立计及节点电压幅值的广义运行短路比与电压稳定裕度的定量映射关系，严格论证该指标阈值 1 对应雅可比矩阵非奇异的充分条件。结果表明：消除电压相角以及线路电导对雅可比矩阵奇异点特性无显著影响，并且计及电压幅值有效改善了传统短路比指标的保守性，可实现以 1 为临界值的电压稳定评估，为弱电网电压稳定评估提供了新理论支撑。

**关键词**：广义运行短路比；多馈入；电压稳定；雅可比矩阵；正稳定矩阵理论

## Applicability Analysis of Generalized Operational Short-circuit Ratio in Voltage Stability Analysis

LIU Haokun[1], DONG Wei[2], ZHAO Lebing[2], WANG Guanzhong[1], HUA Wen[2], MA Rui[1]
(1. Key Laboratory of Power System Intelligent Dispatch and Control of Ministry of Education(Shandong University), Jinan 250061, China; 2. State Grid Zhejiang Electric Power Co., Ltd. Research Institute, Hangzhou 310014, China)

**Abstract**：Aiming at the voltage stability issues caused by high-penetration renewable energy integration, we put forward a generalized operational short-circuit ratio (gOSCR) assessment criterion for multi-infeed systems. Initially, a complex-variable power flow model is constructed for renewable energy station multi-infeed systems, which analyzes the block-diagonally dominant structural characteristics and positive definiteness conditions of the Jacobian matrix. It is demonstrated that the positive definiteness of the matrix under neglected phase angle differences and line conductance can equivalently serve as a positive stability criterion for the system. Furthermore, we establish a quantitative mapping relationship between the gOSCR incorporating nodal voltage magnitudes and the voltage stability margin, rigorously proving that the threshold value (which equals 1) for this index constitutes a sufficient condition for the non-singularity of the Jacobian matrix. The results indicate that eliminating voltage phase angles and line conductance does not significantly alter the singularity characteristics of the Jacobian matrix. Moreover, incorporating voltage magnitude effectively improves the conservativeness of the traditional short-circuit ratio indicator, and voltage stability assessment can be realized when a critical value equals 1. This provides a novel theoretical foundation for evaluating voltage stability in weak grids.

**Key words**：generalized operational short-circuit ratio; multi-infeed; voltage stability; Jacobian matrix; positive stability matrix theory

## 0　引言

针对近区新能源通过电力电子变流器接入交流电网形成的多馈入系统典型结构[1]，需重点关注其弱电网条件下的电压稳定特性。现有变流器虽具备基础电压支撑控制能力[2]，但受限于电力电子器件的固有电流约束，新能源场站在弱电网工况下呈现电压支撑能力衰减特征，无法实现与同步发电机等效的电压动态调节功能。这一特性差异凸显了新能源多馈入系统电压稳定机理研究的必要性[3]。

新能源多场站电力系统的电压稳定性本质上与系统平衡点的存在性密切相关[4-7]。现有研究主要采用非线性微分代数方程模型表征短期电压稳定动态过程，其中雅可比矩阵奇异性被作为识别鞍结分岔点的主要判据[8-10]，从而在功率参数空间中解析确定电压稳定边界。系统平衡点存在性准则可借助

**基金资助项目**：国网浙江省电力有限公司科技项目(B311DS24000X)。
Project supported by State Grid Zhejiang Electric Power Co., Ltd. Science and Technology Project Fund(B311DS24000X).

射频电路理论中的“阻抗匹配”原理进行定量构建。具体而言，文献[11]提出了多馈入系统电力电子变流器的阻抗等效建模方法，通过雅可比矩阵的复域相似变换将单馈入系统阻抗匹配判据拓展至多端系统。在此基础上，文献[12]进一步建立了电网换相换流器型高压直流输电(line commutated converter based high voltage direct current, LCC-HVDC)与电压源换流器型高压直流输电(voltage source converter based high voltage direct current, VSC-HVDC)变流器在不同控制策略下的等效导纳模型，系统性地揭示了直流控制方式对多馈入系统电压稳定裕度的影响机制。

现有分析方法普遍存在计算复杂度较高的问题，导致工程实践中缺乏直观有效的机理支撑。因此，文献[13]基于电压-无功雅可比矩阵的结构特性，结合实际电网电气距离参数分布规律，揭示了节点电压对远端节点无功扰动的灵敏度随电气距离增加呈幂律衰减的物理机制。该研究指出：电压稳定分析应聚焦于电气距离紧密耦合的新能源多场站系统。在此理论框架下，基于局部电网等值的广义短路比[14-15]与多馈入短路比[16-17]等评估指标，因其兼具机理清晰性和计算简洁性的双重优势，已成为工程实践中电压稳定评估的重要工具。

为降低电压稳定评估对潮流计算的依赖性并准确计及新能源场站实际运行特征，本研究基于复变量代数建模与正稳定矩阵理论，构建了多场站系统电压稳定的近似充分判据。基于此理论框架，严格论证了计及实际运行工况的广义运行短路比在电压稳定分析中的适用价值。最终通过构建基于Simulink 平台的多场站系统仿真模型，验证了所提判据的工程适用性。

## 1　广义运行短路比回顾

文献[18]针对新能源小干扰稳定问题提出了广义运行短路比指标(generalized operational short-circuit ratio, gOSCR, $\delta_{\mathrm{gOSCR}}$)以及针对锁相环振荡模式的临界广义运行短路比(critical generalized operational short-circuit ratio, CgOSCR, $\delta_{\mathrm{CgOSCR}}$)，即：

$$\delta_{\mathrm{gOSCR}}=\min\left(\lambda_i\left(\mathrm{diag}(U_i^2/P_i)\boldsymbol{B}\right)\right) \tag{1}$$

$$\delta_{\mathrm{CgOSCR}}=\frac{K_{\mathrm{plli}}}{K_{\mathrm{pllp}}(\omega_0+\tau)\sqrt{\tau^2+1}} \tag{2}$$

式中：$\lambda_i$ 为矩阵的特征值；diag(·)表示对角矩阵；$U_i$ 为各节点电压幅值；$P_i$ 为各节点有功功率；$\boldsymbol{B}$ 为系统戴维南等值导纳矩阵；$K_{\mathrm{pllp}}$、$K_{\mathrm{plli}}$ 为锁相环 PI 控制参数；$\tau$ 为线路阻抗比；$\omega_0$ 为交流工频。

$\delta_{\mathrm{gOSCR}}$ 仅与交流电网侧的线路参数以及潮流分布有关，而 $\delta_{\mathrm{CgOSCR}}$ 则主要由变流器控制参数决定，将二者进行对比可得系统小干扰稳定性分析结果：若 $\delta_{\mathrm{gOSCR}}>\delta_{\mathrm{CgOSCR}}$，则该系统小干扰稳定；若 $\delta_{\mathrm{gOSCR}}<\delta_{\mathrm{CgOSCR}}$，则该系统小干扰失稳。

小干扰稳定是在给定平衡点下，利用线性化模型分析系统阻尼特性，而平衡点是否存在则由电压稳定性决定。小干扰模型较静态电压稳定模型更为复杂，难以准确量化电压相角差和线路电阻对稳定性的作用。因此本文从电压稳定出发，重点研究了计及实际运行工况的广义运行短路比指标的适用性，后文将对此展开进一步论述。

## 2　新能源多馈入系统建模

首先采用 Kron 降阶法建立新能源多馈入系统的简化等值模型，以便于揭示稳定问题机理和分析关键影响因素。

### 2.1　局部电网等值

图 1 为交流电网的示意图，其中多新能源场站向局部电网馈入功率，属于待保留的电源侧节点；交流电网中包含负荷与常规电源等，属于待等值的部分，负荷采用恒阻抗模型。

图 1 系统的复电路节点电压方程为：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}\\ \boldsymbol{I}_{\mathrm{G}}\end{bmatrix}=\boldsymbol{Y}\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}\\ \boldsymbol{U}_{\mathrm{G}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{RR}} & \boldsymbol{Y}_{\mathrm{RG}}\\ \boldsymbol{Y}_{\mathrm{GR}} & \boldsymbol{Y}_{\mathrm{GG}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}\\ \boldsymbol{U}_{\mathrm{G}}\end{bmatrix} \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{I}$ 和 $\boldsymbol{U}$ 分别为各节点的电流和电压，下标 R、G 分别代表新能源场站节点和常规电源；$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{RR}}$ 等为系统导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 对应位置元素所构成的分块矩阵，矩阵阶数由各类型节点数决定，其中对角线位置为方阵。

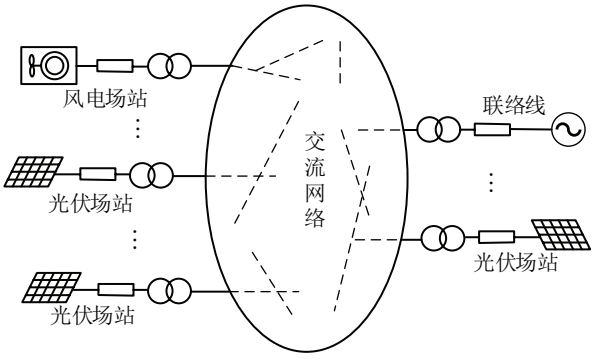



图 1　交流电网局部示意图

Fig.1　Local schematic diagram of the AC grid

按照 Kron 降阶方法，消去下标 G 所代表节点的电压 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{G}}$，则系统复电路节点电压方程转化为：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}=&(\boldsymbol{Y}_{\mathrm{RR}}-\boldsymbol{Y}_{\mathrm{RG}}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{GG}}^{-1}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{GR}})\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}+\boldsymbol{Y}_{\mathrm{RG}}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{GG}}^{-1}\boldsymbol{I}_{\mathrm{G}}=\\&\boldsymbol{Y}_{\mathrm{R}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}+\boldsymbol{Y}_{\mathrm{G}}\boldsymbol{I}_{\mathrm{G}}\end{aligned}\tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{R}}=\boldsymbol{Y}_{\mathrm{RR}}-\boldsymbol{Y}_{\mathrm{RG}}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{GG}}^{-1}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{GR}}$；$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{G}}=\boldsymbol{Y}_{\mathrm{RG}}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{GG}}^{-1}$。

为说明此方法合理性，与将常规电源等值为电压源所得结果进行对比，则由式(5)经与上述相同变换得到：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}\\ \boldsymbol{U}_{\mathrm{G}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RR}} & \boldsymbol{Z}_{\mathrm{RG}}\\ \boldsymbol{Z}_{\mathrm{GR}} & \boldsymbol{Z}_{\mathrm{GG}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}\\ \boldsymbol{I}_{\mathrm{G}}\end{bmatrix}\tag{5}$$

$$\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}=(\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RR}}-\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RG}}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GG}}^{-1}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GR}})\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}+\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RG}}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GG}}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{G}}\tag{6}$$

式中：$\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RR}}$ 等为系统阻抗矩阵对应位置元素所构成的分块矩阵。

在式(6)两侧同时乘以 $(\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RR}}-\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RG}}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GG}}^{-1}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GR}})^{-1}$ 可得：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}=&(\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RR}}-\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RG}}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GG}}^{-1}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GR}})^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}-\\&(\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RR}}-\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RG}}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GG}}^{-1}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GR}})^{-1}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RG}}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GG}}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{G}}\end{aligned}\tag{7}$$

可见，式(7)与式(4)具有对应性，$(\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RR}}-\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RG}}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GG}}^{-1}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GR}})^{-1}$ 对应 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{R}}$，$-(\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RR}}-\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RG}}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GG}}^{-1}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GR}})^{-1}\cdot\boldsymbol{Z}_{\mathrm{RG}}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{GG}}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{G}}$ 则对应 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{G}}\boldsymbol{I}_{\mathrm{G}}$，二者具有等效性。

交流电网的等值电路如图 2 所示，其中 $Z_{i,j}$ 为线路等值阻抗，$i$、$j$ 分别为对应节点编号。

### 2.2 局部电网雅可比矩阵

下面根据等值电路构建局部电网的潮流方程。在式(4)两端分别乘以 $\mathrm{diag}(\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}})$，即可得到各节点复功率：

$$\mathrm{diag}(\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}})\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}^{*}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}})(\boldsymbol{Y}_{\mathrm{R}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}+\boldsymbol{Y}_{\mathrm{G}}\boldsymbol{I}_{\mathrm{G}})^{*}=\boldsymbol{S}\tag{8}$$

式中：符号*表示共轭转置矩阵或共轭向量；$\boldsymbol{S}$ 为各节点注入复功率值所构列向量。

将直角坐标下的向量转换为极坐标，则式(8)为实数型的潮流方程雅可比矩阵。其中：

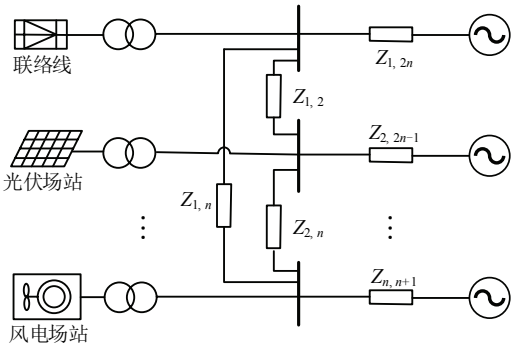



图 2 交流电网等值电路

Fig.2 Equivalent circuit of the AC grid

$$\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}=\boldsymbol{U}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\boldsymbol{\theta}}\tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{U}$、$\boldsymbol{\theta}$ 分别为 $n$×1 阶幅值和相位角向量。文中类似 $\boldsymbol{U}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\boldsymbol{\theta}}$ 的向量乘积表示向量之间的 Hadamard 积。

式(8)分别对 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{\theta}$ 向量求偏导，可得：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\boldsymbol{S}}{\partial\boldsymbol{\theta}}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}})\left(\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}}{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}}\right)^{*}+\mathrm{diag}(\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}^{*})\left(\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}}{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}}\right)\\ \dfrac{\partial\boldsymbol{S}}{\partial\boldsymbol{U}}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}})\left(\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}}{\mathrm{d}\boldsymbol{U}}\right)^{*}+\mathrm{diag}(\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}^{*})\left(\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}}{\mathrm{d}\boldsymbol{U}}\right)\end{cases}\tag{10}$$

其中，复数电压对其相位和幅值的导数为：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}}{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}}=\mathrm{j}\cdot\mathrm{diag}(\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}})\\ \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}}{\mathrm{d}\boldsymbol{U}}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}/\boldsymbol{U})\end{cases}\tag{11}$$

将式(4)、(11)代入式(10)，可得：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\boldsymbol{S}}{\partial\boldsymbol{\theta}}=\mathrm{j}\big(\mathrm{diag}(\boldsymbol{S})-\boldsymbol{\Gamma}\big)\\ \dfrac{\partial\boldsymbol{S}}{\partial\boldsymbol{U}}=\big(\mathrm{diag}(\boldsymbol{S})+\boldsymbol{\Gamma}\big)\mathrm{diag}(1/\boldsymbol{U})\end{cases}\tag{12}$$

式中：$\boldsymbol{\Gamma}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{U}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\boldsymbol{\theta}})\boldsymbol{Y}_{\mathrm{R}}^{*}\mathrm{diag}(\boldsymbol{U}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\boldsymbol{\theta}})$。

根据式(12)即得实数型的雅可比矩阵：

$$\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix}\mathrm{Re}(\dfrac{\partial\boldsymbol{S}}{\partial\boldsymbol{\theta}}) & \mathrm{Re}(\dfrac{\partial\boldsymbol{S}}{\partial\boldsymbol{U}}\mathrm{diag}(\boldsymbol{U}))\\ \mathrm{Im}(\dfrac{\partial\boldsymbol{S}}{\partial\boldsymbol{\theta}}) & \mathrm{Im}(\dfrac{\partial\boldsymbol{S}}{\partial\boldsymbol{U}}\mathrm{diag}(\boldsymbol{U}))\end{bmatrix}\tag{13}$$

观察式(12)、(13)可知，雅可比矩阵中的 4 个分块矩阵存在相关性。为进一步分析雅可比矩阵的结构特征，令复功率 $\boldsymbol{S}$=$\boldsymbol{P}$+j$\boldsymbol{Q}$，其中 $\boldsymbol{P}$ 为节点注入有功功率列向量，$\boldsymbol{Q}$ 为节点注入无功功率列向量，则雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}$ 可重新表示为：

$$\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix}\mathrm{Im}(\boldsymbol{\Gamma}) & \mathrm{Re}(\boldsymbol{\Gamma})\\ -\mathrm{Re}(\boldsymbol{\Gamma}) & \mathrm{Im}(\boldsymbol{\Gamma})\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}) & \mathrm{diag}(\boldsymbol{P})\\ \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}) & \mathrm{diag}(\boldsymbol{Q})\end{bmatrix}\tag{14}$$

与一般构建潮流雅可比矩阵相比[12,19]，该方法将 $\boldsymbol{J}$ 分为功率矩阵以及其余矩阵，揭示了雅可比矩阵的元素组成，并具有明显的结构特征，便于本文指标的进一步构建及分析。

## 3 广义运行短路比的适用性分析

雅可比矩阵奇异表征着电力系统到达静态电压稳定极限，本文基于矩阵 $\boldsymbol{J}$ 的奇异性等价分析广义运行短路比在电压稳定分析的适用性。

### 3.1 雅可比矩阵的结构特征

系统电压稳定性即由雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}$ 的特征值决定，但是雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}$ 的数学构造相对复杂，尤其是元素中包含相角信息，导致直接计算 $\boldsymbol{J}$ 的特征值

依赖潮流计算结果，难以基于在线测量数据实现数据驱动的计算与评估。

因此，为提高电压稳定评估方法的实用性，本文对式(12)进行如下相似变换来简化问题：

$$\begin{cases} \boldsymbol{e}^{-\mathrm{j}\boldsymbol{\theta}}\dfrac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{\theta}}\boldsymbol{e}^{\mathrm{j}\boldsymbol{\theta}} = \mathrm{j}\left(\mathrm{diag}(\boldsymbol{S}) - \boldsymbol{\Gamma}_1\right) \\ \boldsymbol{e}^{-\mathrm{j}\boldsymbol{\theta}}\dfrac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{U}}\mathrm{diag}(\boldsymbol{U})\boldsymbol{e}^{\mathrm{j}\boldsymbol{\theta}} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{S}) + \boldsymbol{\Gamma}_1 \end{cases} \tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{e}^{\mathrm{j}\boldsymbol{\theta}}$ 为对角阵，其对角元素为 $e^{\mathrm{j}\theta_i}$，$\theta_i$ 为向量中对应 $i$ 节点的元素；$\boldsymbol{\Gamma}_1 = \mathrm{diag}(\boldsymbol{U})\boldsymbol{Y}_{\mathrm{R}}^{*}\mathrm{diag}(\boldsymbol{U})$。

根据式(15)可得简化雅可比矩阵：

$$\boldsymbol{J}_1 = \begin{bmatrix} \mathrm{Im}(\boldsymbol{\Gamma}_1) & \mathrm{Re}(\boldsymbol{\Gamma}_1) \\ -\mathrm{Re}(\boldsymbol{\Gamma}_1) & \mathrm{Im}(\boldsymbol{\Gamma}_1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}) & \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}) \\ \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}) & \mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}) \end{bmatrix} \tag{16}$$

通过上述相似变换可得简化雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}_1$，值得注意的是 $\boldsymbol{J}_1$ 矩阵中不再包含电压相位 $\boldsymbol{\theta}$，这为静态电压稳定问题提供了简化分析方法。

继续令 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{R}}=\boldsymbol{G}-\mathrm{j}\boldsymbol{B}$（$\boldsymbol{B}$ 矩阵的对角元为正，非对角元为负，且为对角占优阵），则矩阵 $\boldsymbol{J}_1$ 可表示为：

$$\boldsymbol{J}_1 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{\mathrm{red}} & \boldsymbol{G}_{\mathrm{red}} \\ -\boldsymbol{G}_{\mathrm{red}} & \boldsymbol{B}_{\mathrm{red}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}) & \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}) \\ \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}) & \mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}) \end{bmatrix} \tag{17}$$

式中：$\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{U})\boldsymbol{B}\mathrm{diag}(\boldsymbol{U})$，且 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}$ 为对称矩阵；$\boldsymbol{G}_{\mathrm{red}}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{U})\boldsymbol{G}\mathrm{diag}(\boldsymbol{U})$，且 $\boldsymbol{G}_{\mathrm{red}}$ 为对称矩阵。

根据式(17)可知，矩阵 $\boldsymbol{J}_1$ 具有明显的结构特征，尤其是左侧矩阵对角块相等，非对角块符号相反。而矩阵 $\boldsymbol{J}_1$ 与 $\boldsymbol{J}$ 并非相似矩阵，尽管式(12)、(15)之间采用了典型的相似变换，保持了复数矩阵特征值的不变性，但是在由复数潮流雅可比矩阵(式(12)、(15))转化为实数雅可比矩阵(式(14)、(16))过程中，上述的相似变换不能完全保持。

附录 A 证明了矩阵 $\boldsymbol{J}_1$ 与 $\boldsymbol{J}$ 在奇异性方面的近似等价性。另外，本文算例部分的数据分析结果表明，矩阵 $\boldsymbol{J}_1$ 与 $\boldsymbol{J}$ 的特征值十分接近，当节点相角差满足正常工况时，二者特征值仅在小数点 2 位后数量级出现偏差。

### 3.2　Lyapunov 定理及雅可比矩阵正稳定条件

为进一步简化稳定分析，需引入如下定理。

**定理 1** (Lyapunov 定理)：对于方阵 $\boldsymbol{J}_1$，当且仅当存在正定矩阵 $\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{N}$，使得 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{M}\boldsymbol{A}=\boldsymbol{N}$ 时，矩阵 $\boldsymbol{J}_1$ 为正稳定矩阵(特征值的实部>0)。

**证明**：见文献[20]。

根据 Lyapunov 定理，可由矩阵 $\boldsymbol{J}_1$ 进一步得到矩阵 $\boldsymbol{J}_2$，见式(18)。并由该定理可知，矩阵 $\boldsymbol{J}_2$ 正定是矩阵 $\boldsymbol{J}_1$ 正稳定的充分条件，且 $\boldsymbol{M}$ 矩阵的选取方式不唯一。

$$\boldsymbol{J}_2 = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{J}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M} + \boldsymbol{M}\boldsymbol{J}_1\right) \tag{18}$$

为不失一般性，本文令 $\boldsymbol{M}$ 为单位矩阵，则：

$$\boldsymbol{J}_2 = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{J}_1^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{J}_1\right) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{\mathrm{red}} - \mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}) & \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}) \\ \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}) & \boldsymbol{B}_{\mathrm{red}} + \mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}) \end{bmatrix} \tag{19}$$

通过比较矩阵 $\boldsymbol{J}_1$ 和 $\boldsymbol{J}_2$ 可知，矩阵 $\boldsymbol{J}_2$ 不包含 $\boldsymbol{G}_{\mathrm{red}}$，即消除了节点导纳矩阵的实部(电导)对稳定分析的影响。

### 3.3　广义运行短路比与电压稳定关系

#### 3.3.1　不计无功功率影响的情况

利用输电网中 $Q_i \ll B_{ii}U_i^2$ 的性质[19]，可忽略对矩阵 $\boldsymbol{J}_2$ 奇异性影响较小的 $\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q})$，并采用特征值摄动方法进行验证(见附录 B)，据此可对 $\boldsymbol{J}_2$ 做如下初等变换：

$$\boldsymbol{J}_3 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{E} & \boldsymbol{0} \\ -\boldsymbol{E} & \boldsymbol{E} \end{bmatrix}\boldsymbol{J}_2\begin{bmatrix} \boldsymbol{E} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{E} & \boldsymbol{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{\mathrm{red}} + \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}) & \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}) \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{B}_{\mathrm{red}} - \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}) \end{bmatrix} \tag{20}$$

式中：$\boldsymbol{E}$ 为相应维数的单位矩阵。

据矩阵初等变换性质易知：

$$\det\left(\boldsymbol{J}_3\right) = \det(\boldsymbol{J}_2) \tag{21}$$

式中：det(·)表示矩阵行列式。

至此，实现了从原始系统雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}$ 到简化矩阵 $\boldsymbol{J}_3$ 的转化，由于后者不包含相位和电导等变量信息，因此简化了静态电压稳定分析方法的复杂度。

由式(21)可提取广义运行短路比指标 $\delta_{\mathrm{gOSCR}}$，如式(22)所示，证明过程见附录 C。

$$\delta_{\mathrm{gOSCR}} = \min\left(\lambda_i\left(\mathrm{diag}(U_i^2 / P_i)\boldsymbol{B}\right)\right) \tag{22}$$

式中：$\lambda_i$ 为矩阵特征值，$i$ 为特征值编号。由于 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}} - \mathrm{diag}(\boldsymbol{P})$ 和 $\mathrm{diag}(U_i^2 / P_i)\boldsymbol{B}$ 的特征值都是实数(对称矩阵特征值为实数，且这 2 个矩阵的特征值存在比例关系[19])，因此 $\lambda_i$ 存在最小值。

此外，当系统运行于临界稳定条件时，$\delta_{\mathrm{gOSCR}}=1$，此时 $\det(\boldsymbol{B} - \mathrm{diag}(P_i / U_i^2)) = 0$，故所提指标的临界值为 1；系统稳定运行时，$\delta_{\mathrm{gOSCR}}>1$，且指标数值越大，系统稳定裕度也越大。

有必要指出，本文所提广义运行短路比在 $\delta_{\mathrm{gOSCR}}$ 不计无功功率影响时与文献[18]中的指标具有一致性，但二者存在以下 3 点显著区别：(1)本文

方法适用于静态电压稳定分析，而文献[18]针对的是小干扰稳定问题；(2)本文指标临界值为 1，而文献[18]的临界值由设备动态模型决定；(3)本文旨在说明电网强度评估指标领域普遍存在的忽略相角差以及线路电阻背后的数学机理，通过理论分析发现忽略以上因素所得评估指标实际上可视作系统稳定的近似充分条件；(4)对于指标提取及临界值分析，文献[12]基于相似变换后的雅可比矩阵对角占优性提取指标及临界值，但该方法具有较强的保守性。本文基于近似的雅可比矩阵奇异性等价提取广义运行短路比，在保证充分性基础上降低了其保守性，2 种指标值对比结果见附录 D。

3.3.2 计及无功功率影响的情况

由式(19)中矩阵的奇异性可得：

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}-\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}) & \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}) \\ \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}) & \boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}+\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{a} \\ \boldsymbol{b} \end{bmatrix}=\boldsymbol{0} \tag{23}$$

式中：$\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 组成矩阵 $\boldsymbol{J}_2$ 的特征向量。

由式(23)可得 $\delta_{\mathrm{gOSCR}}$ 的平方如式(24)所示，推导过程见附录 C。

$$\delta_{\mathrm{gOSCR}}^2=\min\left(\lambda_i\left((\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}^{\mathrm{P}}-\mathrm{diag}(Q_i/P_i^2))(\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}+\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}))\right)\right) \tag{24}$$

式中：$\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}^{\mathrm{P}}=\mathrm{diag}^{-1}(\boldsymbol{P})\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}\mathrm{diag}^{-1}(\boldsymbol{P})$。

### 3.4 广义运行短路比应用流程

由于向局部电网馈入功率的对象仅为新能源场站，因此该文电压稳定评估方法侧重于分析电源侧的馈入功率承载能力，总体流程如图 3 所示。首先，对图 1 所示电网获取局部电网等值电路(可以通过同步相量测量装置(phasor measurement unit, PMU)数据在线估计多端口戴维南等值电路)。其次，电压稳定评估指标计算阶段只需要获取节点电压和有功功率，可通过对图 2 所示的局部电网进行在线测量来获取上述数据。将在线测量得到的节点的电压幅值和有功功率作为电压稳定性评估指标计算的输入数据。

具体评估流程如下：

1）针对图 1 获取局部电网等值电路，见图 2。

2）根据图 2 中局部电网，在线测量系统潮流得到电源侧节点电压幅值和有功功率。

3）由 3.3 节中相关矩阵，得到指标计算所需要的矩阵。

4）求解该矩阵的最小特征值，得到广义运行短路比 $\delta_{\mathrm{gOSCR}}$。将所得指标值与 1 进行比较，若 $\delta_{\mathrm{gOSCR}}>1$，则表明系统电压稳定；若 $\delta_{\mathrm{gOSCR}}<1$，则表明系统电压失稳；若 $\delta_{\mathrm{gOSCR}}=1$，则表明系统处于电压稳定临界状态。且当系统电压稳定时，$\delta_{\mathrm{gOSCR}}$ 值越大，表明系统稳定裕度越大。

## 4 算例分析

为验证本文所提方法的有效性，本章基于 Matlab/Simulink 平台搭建了如图 2 所示的 3 场站并网系统模型，电压基准值为 230 kV，功率基准值为 100 MW。其中每个场站以具有 PQ 外环的电压源型变流器(voltage source converter, VSC)平均模型来简化建模，各节点有功功率分别为 1.3、1.1、1 pu，戴维南等值电路参数和外电网电压参考华东某沿海地区局部电网的某规划年数据，线路参数如表 1 所示。通过改变节点 3 处新能源场站有功出力，验证广义运行短路比在电压稳定分析中的适用性，并进一步分析该指标计及实际电压幅值的必要性。

### 4.1 矩阵奇异等价性分析

本文指标适用性分析过程是基于系统原雅可比矩阵奇异性进行的一系列推导，因此可基于各矩阵的最小特征值情况及其奇异性特点，明确本文指标在提取过程中的正确性。

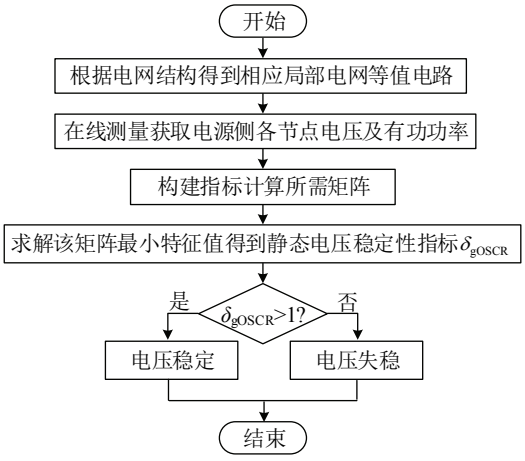



图 3 电压稳定评估流程

Fig.3 Voltage stability assessment process

表 1 各线路阻抗参数

Table 1 Impedance parameters of each line

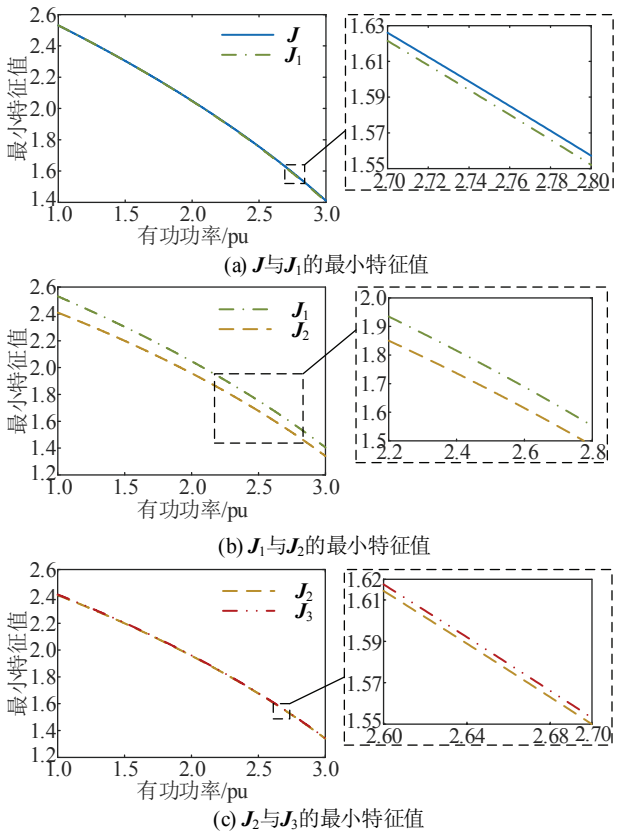
| 线路 | 阻抗/pu |
|---|---|
| 节点 1—节点 6 | 0.043 9+j0.379 8 |
| 节点 1—节点 2 | 0.086 7+j0.393 6 |
| 节点 1—节点 3 | 0.025 17+j0.096 78 |
| 节点 2—节点 5 | 0.020 2+j0.412 2 |
| 节点 2—节点 3 | 0.020 21+j0.306 02 |
| 节点 3—节点 4 | 0.051 3+j0.222 7 |

4.1.1　新能源场站有功出力的影响

改变图 2 所示新能源场站节点 3 处的有功功率，各场站节点无功功率为 0.1 pu，计算不同功率下各雅可比矩阵的最小特征值，结果如图 4 所示。

节点 3 有功功率由 1 pu 增大至 3 pu 的过程中，由图 4(a)可知，矩阵 $\boldsymbol{J}$ 和 $\boldsymbol{J}_1$ 2 个矩阵的最小特征值十分相近，平均误差仅为 0.002 1，又据电网实际数据可知，电源侧节点间往往相角差较小(一般<10°)，因此本文忽略相角差影响具有一定可行性。$\boldsymbol{J}_1$ 基于 Lyapunov 定理推得矩阵 $\boldsymbol{J}_2$，由图 4(b)可知，其最小特征值较 $\boldsymbol{J}_1$ 略小，并且随着节点 3 有功功率的增大，二者间差值呈现缩小趋势，因此可有效应用 $\boldsymbol{J}_2$ 正定是 $\boldsymbol{J}_1$ 正稳定这一充分条件。由图 4(c)可知，由于无功功率 $Q$ 值较小，$\boldsymbol{J}_3$ 的最小特征值与 $\boldsymbol{J}_2$ 亦十分相近，平均误差为 0.003 5，验证了本文忽略无功功率对矩阵奇异值影响的可靠性。

进一步地，为分析矩阵奇异性临界时的等价性，在新能源场站节点 2 不同有功功率条件下，逐步增大节点 3 有功功率，直至矩阵 $\boldsymbol{J}$ 和 $\boldsymbol{J}_3$ 奇异性临界(为防止出现潮流无解，临界状态选为矩阵最小特征值为 0.05)，得到 2 矩阵的功率边界如图 5 所示。可见，同一 $P_2$ 水平下，2 矩阵对应的功率临界值差距很小，可近似认为 2 矩阵在不同 $P_2$ 条件下均具有相同的奇异性边界，验证了本文推导的可靠性。此外，$\boldsymbol{J}_3$ 的临界功率较 $\boldsymbol{J}$ 略小，与本文前述的指标充分性条件相符合。




(a) $\boldsymbol{J}$与$\boldsymbol{J}_1$的最小特征值

(b) $\boldsymbol{J}_1$与$\boldsymbol{J}_2$的最小特征值

(c) $\boldsymbol{J}_2$与$\boldsymbol{J}_3$的最小特征值

图 4　改变有功出力下各矩阵最小特征值对比

Fig.4　Comparison of the minimum eigenvalues of each matrix with varying active power output

4.1.2　线路电阻变化的影响

本研究基于表 1 基准线路参数，通过按比例调整线路电阻值(调整倍数 0.5~2.5)，获得不同电阻工况下的 $P_3$ 功率边界变化规律，如图 6 所示。

仿真结果表明：

1）线路电阻值增加导致 2 矩阵临界功率参数呈现单调递增特性，且二者偏差幅度随电阻值提升持续扩大。

2）线路电阻倍增工况下的最大相对误差为 1.17%，处于工程允许误差范围。

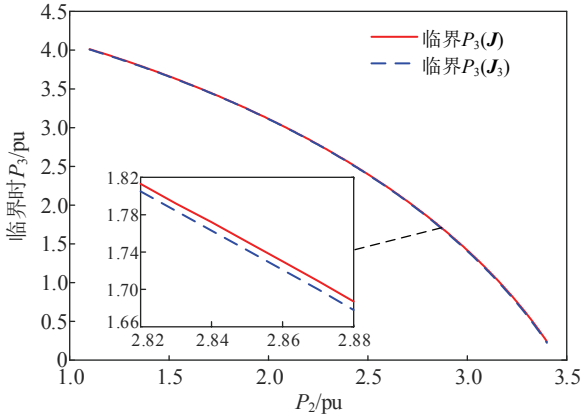



图 5　节点 2 不同有功功率下的节点 3 临界功率

Fig.5　Critical active power at bus 3 under varying active power injections at bus 2

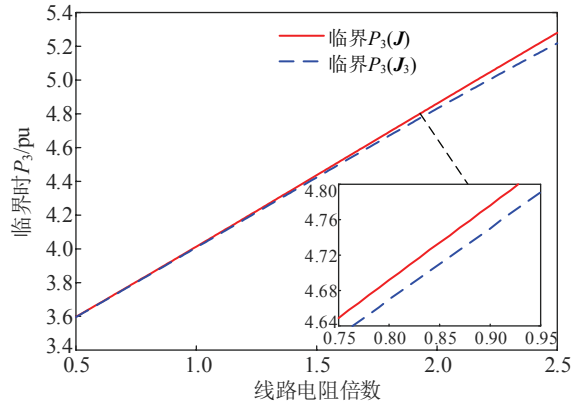



图 6　不同线路电阻值下节点 3 临界功率

Fig.6　Critical active power at bus 3 under different line resistance values

结合实际电网线路阻抗角特性分析可知，合理电阻波动范围内，本文提出的分析方法具有参数鲁棒性，其结论有效性不受线路电阻变化影响，验证了本文 $\delta_{gOSCR}$ 指标中消除电导是可行的。

### 4.2 电压稳定性指标适用性验证

本研究基于 4.1 节建模架构，通过时域仿真验证广义运行短路比($\delta_{gOSCR}$)的电压稳定评估有效性。在系统稳定运行后，自 0.3 s 起逐步提升节点 3 有功出力至电压崩溃临界点，关键过程如下文所述。

#### 4.2.1 广义运行短路比有效性分析

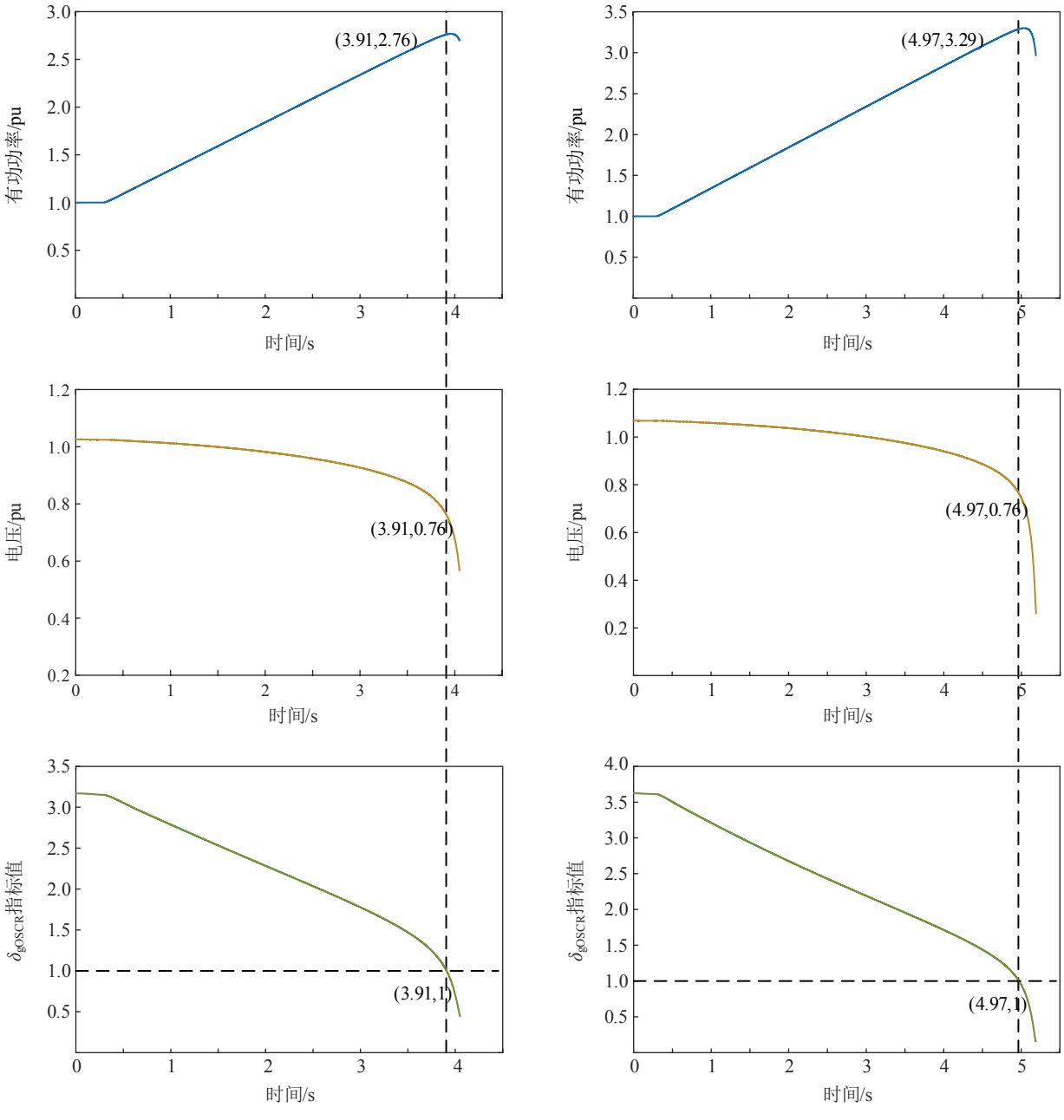
设置新能源场站无功出力为 $Q$=0、0.1 pu 2 种工况，分析式(22)所示忽略无功的广义运行短路比指标有效性，图 7 展示了有功功率 $P$、节点 3 电压及 $\delta_{gOSCR}$ 指标的动态演变过程(横/竖线分别标记临界阈值 1 及对应时刻)。

当 $Q$=0 时(图 7(a))：

1）场站有功出力增长导致节点电压呈单调衰减特性，$\delta_{gOSCR}$ 指标呈现平滑线性衰减特性。

2）当 $\delta_{gOSCR}$ 至临界阈值 1 时，节点 3 电压跌落至 0.76 pu，且系统接近电压崩溃状态。

3）继续增大有功出力将触发电压失稳，表现为电压急剧崩溃与功率反向跌落。




(a) $Q$=0 pu (b) $Q$=0.1 pu

图 7 时域仿真结果图

Fig.7 Time-domain simulation results plot

当 $Q$=0.1 pu 时(图 7(b))：

1）无功支撑使节点电压整体提升约 0.05 pu，但 $\delta_{gOSCR}$ 衰减路径与 $Q$=0 工况保持一致性。

2）指标临界阈值 1 仍准确表征系统电压失稳起始点，验证了判据对无功波动的鲁棒性。

结果表明：$\delta_{gOSCR}$ 指标在临界阈值 1 处可有效预警电压崩溃，其预警裕度与理论分析中的充分条件相符，证实了该指标在工程实践中的预警可靠性。

4.2.2　无功功率对指标的影响性分析

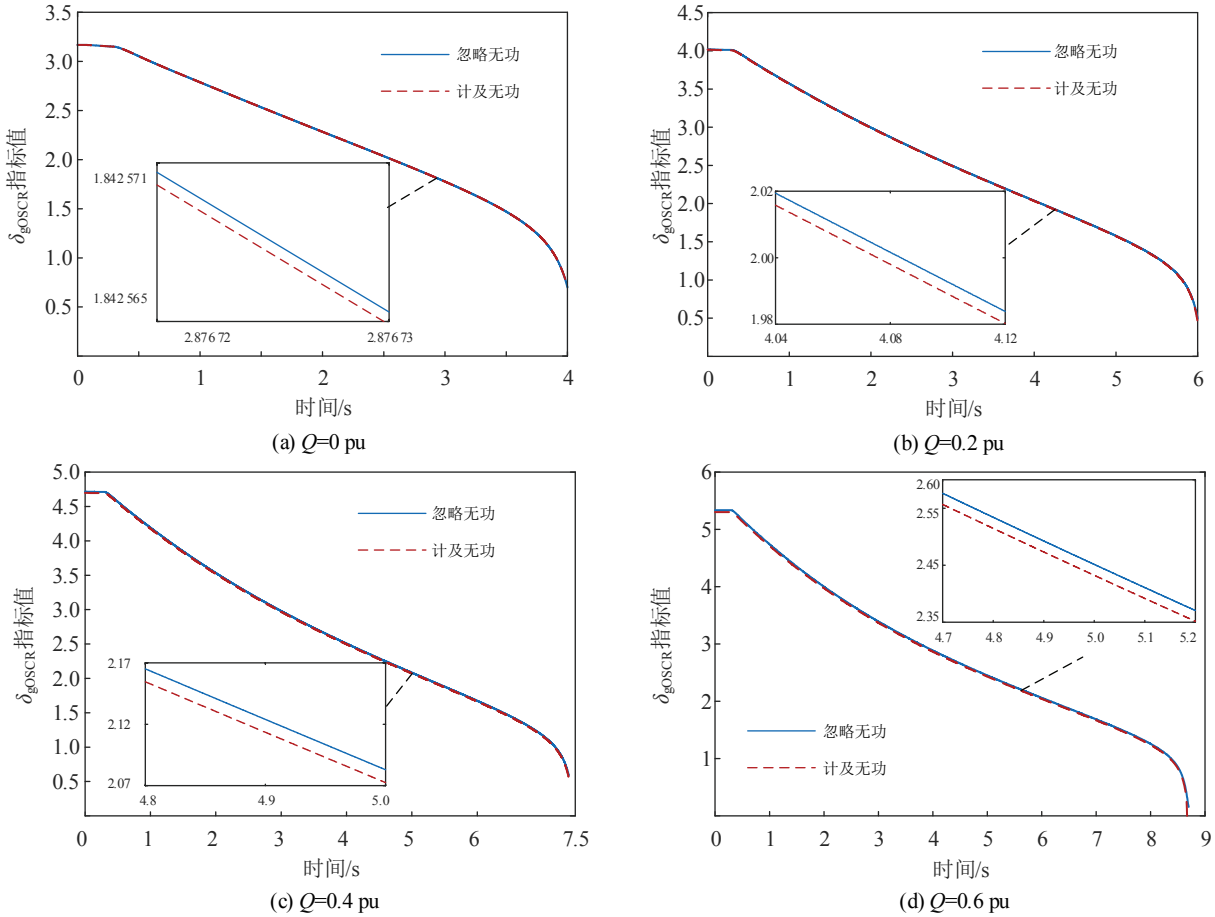
本研究通过调节新能源场站无功出力水平，开展指标对无功功率的灵敏度分析。设置不计无功与计及无功 2 种工况进行多工况仿真对比($Q_{max}$=0.6 pu)，系统指标变化规律如图 8 所示。

仿真结果表明：不计无功工况下的指标估值整体偏高，且其偏差幅度随无功功率水平提升呈递增趋势。当无功出力达到 0.6 pu 时，指标平均绝对误差为 0.025(平均相对误差 1.71%)，处于工程允许误差范围内。这验证了忽略无功功率的简化模型在电压稳定评估中的工程适用性，考虑到新能源场站整体对外无功较低，其微小偏差不影响系统稳定性判据的核心功能，若无功水平较大时可采用计及无功指标进行评估。

4.2.3　电压实际幅值对指标的影响性分析

本研究针对节点电压幅值对评估指标的影响特性开展对比分析。考虑实际电力系统运行中节点电压通常在 1 pu 附近波动的工程特征，设置计及实际电压幅值与理想值 1 pu 的 2 种工况(模型参数保持 4.2.1 节配置)，图 9 展示了忽略电压幅值时的指标变化规律。

随着新能源场站有功出力增加，系统指标值呈现先降后升的非单调变化特征：在电压失稳前随功率增长持续下降，失稳后因场站功率受限而逐步回升。对比图 7 与图 9 的失稳时刻数据可知，计及电压幅值时指标精确达到临界阈值 1，而忽略幅值工况下的指标值分别为 2.01 与 1.78，均显著偏离临界阈值。这表明实际电压幅值的计入可有效提升指标对电压失稳状态的辨识精度，其机理修正显著增强了评估指标的工程可靠性。

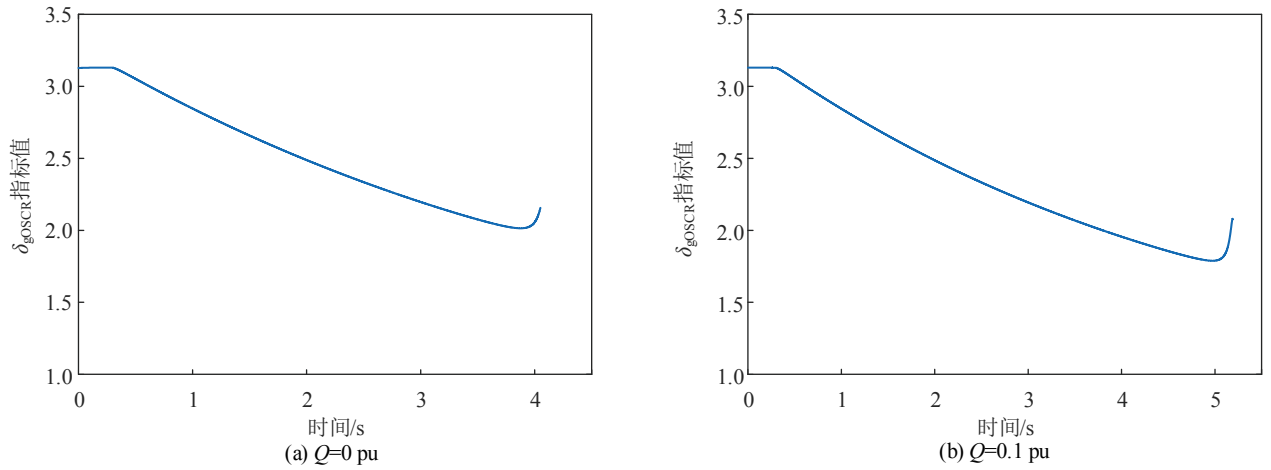



(a) $Q$=0 pu　(b) $Q$=0.2 pu

(c) $Q$=0.4 pu　(d) $Q$=0.6 pu

图 8　不同无功水平的指标值对比

Fig.8　Comparison of indicator values for different reactive power levels




(a) $Q$=0 pu (b) $Q$=0.1 pu

图 9 忽略实际电压的指标值

Fig.9 Indicator values ignoring actual voltage

## 5 结论

1）忽略电压相角与线路电导的广义运行短路比指标具有理论合理性，通过调节场站有功出力与线路电阻参数，根据不同工况下系统各矩阵最小特征值及功率边界加以验证。

2）该指标具有明确临界阈值(指标值为 1)，其判据无需额外计算稳定裕度即可实现电压失稳预警。当指标值低于临界阈值时系统呈现电压失稳特性，显著提升了工程评估效率。

3）计及与忽略无功功率的指标对比未产生显著偏差，验证了简化模型的适用性；而忽略节点电压幅值将弱化稳定评估有效性，证实电压幅值修正的理论必要性。

需要指出，本文研究聚焦于静态电压稳定分析框架，未计及新能源场站动态控制特性对指标的影响，后续将重点构建动态控制耦合作用下的修正模型以完善评估体系，并进一步研究网络等值过程中负荷等元件的详细动态特性对建模的影响，提高对真实电网动态场景响应能力。

附录见本刊网络版(http://hve.epri.sgcc.com.cn)。

## 参考文献 References

[1] 查晓明，李锡林，黄 萌，等. 源-机-网协同视角下电力电子并网装备同步控制方法综述[J]. 高电压技术，2025，51(4)：1507-1526.
ZHA Xiaoming, LI Xilin, HUANG Meng, et al. Review of synchronous control for power electronic grid-connected equipment from the perspective of source-converter-network cooperation[J]. High Voltage Engineering, 2025, 51(4): 1507-1526.

[2] 冯艳涛，谢 震，李梦杰，等. 低短路比下双馈风力发电机组电压主动支撑的优化控制策略[J]. 高电压技术，2023，49(1)：42-50.
FENG Yantao, XIE Zhen, LI Mengjie, et al. Optimal control strategy of voltage active support for doubly fed induction generator with low short circuit ratio[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(1): 42-50.

[3] HUANG Y H, YUAN X M, HU J B, et al. DC-bus voltage control stability affected by AC-bus voltage control in VSCs connected to weak AC grids[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2016, 4(2): 445-458.

[4] LOU Y T, XIN H H, LIU X Y, et al. Preserving existence of equilibrium point for renewable energy source dominated power system[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2023, 38(6): 4324-4334.

[5] 付 媛，江国文，张祥宇，等. 柔性直流电网的暂态稳定判据与电压恢复控制技术[J]. 高电压技术，2020，46(5)：1711-1719.
FU Yuan, JIANG Guowen, ZHANG Xiangyu, et al. Transient stability criterion of flexible DC grid and voltage recovery control technology[J]. High Voltage Engineering, 2020, 46(5): 1711-1719.

[6] WENG Y, YU S, DVIJOTHAM K, et al. Fixed-point theorem-based voltage stability margin estimation techniques for distribution systems with renewables[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2022, 18(6): 3766-3776.

[7] DVIJOTHAM K, MALLADA E, SIMPSON-PORCO J W. High-voltage solution in radial power networks: existence, properties, and equivalent algorithms[J]. IEEE Control Systems Letters, 2017, 1(2): 322-327.

[8] 庄慧敏，肖 建. 交直流系统电压稳定性的 Hopf 分岔分析[J]. 高电压技术，2009，35(3)：699-704.
ZHUANG Huimin, XIAO Jian. Hopf bifurcation analysis of voltage stability in AC/DC systems[J]. High Voltage Engineering, 2009, 35(3): 699-704.

[9] 王冠中，王 巍，张 宇，等. 多直流馈入系统最近鞍结分岔点迭代算法[J]. 电网技术，2025，49(3)：1130-1136.
WANG Guanzhong, WANG Wei, ZHANG Yu, et al. Computation method of the closest saddle-node bifurcation point in LCC-HVDC multi-infeed systems[J]. Power System Technology, 2025, 49(3): 1130-1136.

[10] 冯卓诚，万凯遥，姜 彤. 基于渐近数值法的静态电压稳定域边界高阶拟合方法[J]. 电力系统自动化，2020，44(7)：100-106.
FENG Zhuocheng, WAN Kaiyao, JIANG Tong. High-order fitting method of boundary for static voltage stability region based on asymptotic numerical method[J]. Automation of Electric Power Systems,

2020, 44(7): 100-106.

[11] SONG Y, HILL D J, LIU T. Static voltage stability analysis of distribution systems based on network-load admittance ratio[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(3): 2270-2280.

[12] 王　冲，庞榕泽，杨晓雷，等. 考虑设备外特性影响的多馈入电力系统静态电压稳定分析[J]. 中国电机工程学报，2025，45(10)：3813-3825.
WANG Chong, PANG Rongze, YANG Xiaolei, et al. Static voltage stability analysis of multi-infeed power systems considering the influence of external characteristics of equipment[J]. Proceedings of the CSEE, 2025, 45(10): 3813-3825.

[13] 郝文清，黄志光，陆建宇，等. 含光伏电网的电压-无功雅可比矩阵结构特征及电压稳定性分析[J]. 中国电机工程学报，2023，43(5)：1719-1729.
HAO Wenqing, HUANG Zhiguang, LU Jianyu, et al. Structural properties of V-Q Jacobian matrix and voltage stability analysis of power network with photovoltaic penetration[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(5): 1719-1729.

[14] 陈仕原，林舜江，杨悦荣，等. 新能源基地经柔性直流送出系统的构网型变流器优化配置方法[J/OL]. 高电压技术，2025：1-12 [2025-08-21]. https://doi.org/10.13336/j.1003-6520.hve. 20250379.
CHEN Shiyuan, LIN Shunjiang, YANG Yuerong, et al. Optimal configuration method of grid forming convertors for large-scale renewable generation base transmitted by VSC-HVDC system[J/OL]. High Voltage Engineering, 2025: 1-12[2025-08-21]. https://doi.org/10.13336/j.1003-6520.hve.20250379.

[15] 李羽晨，王冠中，张　静，等. 考虑光伏无功补偿的多馈入直流受端电网强度分析[J]. 电力系统自动化，2021，45(15)：28-35.
LI Yuchen, WANG Guanzhong, ZHANG Jing, et al. Strength analysis of multi-infeed receiving-end DC power grid considering photovoltaic reactive power compensation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(15): 28-35.

[16] 周勤勇，刘玉田，汤　涌. 受端电网最大直流受入规模分析方法[J]. 高电压技术，2015，41(3)：770-777.
ZHOU Qinyong, LIU Yutian, TANG Yong. Analysis method for the maximum HVDCs' capacity to receiving-end power grid[J]. High Voltage Engineering, 2015, 41(3): 770-777.

[17] 黄启元，曹善康，吴宇奇，等. 计及新能源幅相特性的新型多馈入短路比指标[J]. 中国电机工程学报，2024，44(15)：5960-5972.
HUANG Qiyuan, CAO Shankang, WU Yuqi, et al. A new multi-infeed short circuit ratio index taking into account the amplitude and phase characteristics of new energy[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(15): 5960-5972.

[18] LIU C X, XIN H H, WU D, et al. Generalized operational short-circuit ratio for grid strength assessment in power systems with high renewable penetration[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2024, 39(4): 5479-5494.

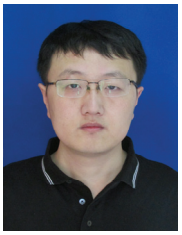
[19] 王锡凡，方万良，杜正春. 现代电力系统分析[M]. 北京：科学出版社，2003：80-84.
WANG Xifan, FANG Wanliang, DU Zhengchun. Modern power system analysis[M]. Beijing, China: Science Press, 2003: 80-84.

[20] BHAYA A, KASZKUREWICZ E, SANTOS R. Characterizations of classes of stable matrices[J]. Linear Algebra and Its Applications, 2003, 374: 159-174.



**刘浩坤**
2002—，男，硕士生
主要从事电力系统稳定与控制的研究工作
E-mail: liuhaokun200201@163.com

LIU Haokun



**王冠中**(通信作者)
1990—，男，博士，副研究员
主要从事电力系统稳定与控制的研究工作
E-mail: eewgz@sdu.edu.cn

WANG Guanzhong
Ph.D.
Associate professor
Corresponding author

收稿日期　2025-05-21　在线出版日期　2025-09-10　　编辑　程子丰

## 附录 A

令 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{R}}=\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}+\mathrm{j}\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}$，其中 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}$、$\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}$ 分别表示电压相量的实部和虚部。利用 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}$ 和 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}$ 可对雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}$ 进行分解(为简化书写，本文附录中针对向量运算做如下定义：其 $n$ 次方为分别对向量内各元素直接进行相应运算，如向量 $\boldsymbol{A}=[a, b, c]^{\mathrm{T}}$，则 $\boldsymbol{A}^{-1}=[1/a, 1/b, 1/c]^{\mathrm{T}}$；向量间的乘积亦为各对应位置元素直接相乘)，则有：

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{J}=&\begin{bmatrix}-\mathrm{diag}\left(\boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}\right) & \mathrm{diag}\left(\boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}\right)\\ \mathrm{diag}\left(\boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}\right) & \mathrm{diag}\left(\boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}\right)\end{bmatrix}\cdot\\
&\left(\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}} & -\boldsymbol{G}_{\mathrm{red}}\\ \boldsymbol{G}_{\mathrm{red}} & \boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}\end{bmatrix}+\right.\\
&\left.\begin{bmatrix}\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}\left(\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}^{2}-\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}^{2}\right)\boldsymbol{U}^{-2})-2\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}\boldsymbol{U}^{-2}) & \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}^{2}-\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}^{2}\right)\boldsymbol{U}^{-2})+2\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}\boldsymbol{U}^{-2})\\ \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}^{2}-\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}^{2}\right)\boldsymbol{U}^{-2})+2\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}\boldsymbol{U}^{-2}) & -\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}\left(\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}^{2}-\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}^{2}\right)\boldsymbol{U}^{-2})+2\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}\boldsymbol{U}^{-2})\end{bmatrix}\right)\cdot\\
&\begin{bmatrix}-\mathrm{diag}\left(\boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}\right) & \mathrm{diag}\left(\boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}\right)\\ \mathrm{diag}\left(\boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}\right) & \mathrm{diag}\left(\boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}\right)\end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{A1}
$$

由于 $\det\left(\begin{bmatrix}-\mathrm{diag}\left(\boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}\right) & \mathrm{diag}\left(\boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}\right)\\ \mathrm{diag}\left(\boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{re}}\right) & \mathrm{diag}\left(\boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{U}_{\mathrm{im}}\right)\end{bmatrix}\right)=(-1)^{n}\neq 0$，$n$ 为节点数。因此，矩阵 $\boldsymbol{J}$ 和 $\boldsymbol{J}_4$ 保持相同的奇异性。为便于分析，将式(A1)中的矩阵 $\boldsymbol{J}_4$ 近似为如下式(A2)的结果。

$$
\boldsymbol{J}_4\approx\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}} & -\boldsymbol{G}_{\mathrm{red}}\\ \boldsymbol{G}_{\mathrm{red}} & \boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}) & \mathrm{diag}(\boldsymbol{P})\\ \mathrm{diag}(\boldsymbol{P}) & -\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q})\end{bmatrix}
\tag{A2}
$$

对比正文中的矩阵 $\boldsymbol{J}_1$ 和 $\boldsymbol{J}_4$ 可知，二者之间可以通过初等行列变换进行相互转化，因此具有相近的特征值。进而可知，通过分析矩阵 $\boldsymbol{J}_1$ 的奇异性，即可近似分析出矩阵 $\boldsymbol{J}$ 是否奇异。

## 附录 B

采用特征值摄动法验证 $\boldsymbol{Q}$ 对 $\boldsymbol{J}_2$ 的奇异性影响较小，令矩阵 $\boldsymbol{Q}'$ 如式(B1)所示并作为摄动矩阵，求取忽略 $\boldsymbol{Q}$ 后矩阵 $\boldsymbol{J}_2'$ 的特征值，所得最小特征值作为主导特征值，并求取该特征值对应特征向量。进一步根据特征值摄动理论计算 $\Delta\lambda=\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}'\boldsymbol{v}$，以此得到矩阵 $\boldsymbol{J}_2'$ 受 $\boldsymbol{Q}'$ 矩阵扰动后的特征值变化近似值，式中，$\boldsymbol{w}$ 为该特征值对应左特征值，$\boldsymbol{v}$ 为右特征值，归一化后满足 $\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{v}=1$，H 表示共轭转置。

$$
\boldsymbol{Q}'=\begin{bmatrix}-\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}) & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \mathrm{diag}(\boldsymbol{Q})\end{bmatrix}
\tag{B1}
$$

模型参数设置与 4.2.1 节相同，设定 $Q$=0.6 pu 时，不同 $P_3$ 有功功率水平下特征值摄动分析结果如表 B1 所示，可见 $\Delta\lambda$ 值远小于原有主导特征值，其次考虑到新能源场站整体对外部无功水平较低，因此 $\boldsymbol{Q}$ 对 $\boldsymbol{J}_2$ 的奇异性影响较小。

表 B1　特征值摄动结果

Table B1　Results of eigenvalue perturbation calculation

| $P_3$/pu | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| 主导特征值 | 3.39 | 3.21 | 3.00 | 2.77 | 2.51 |
| $\Delta\lambda$ | $-8.32\times10^{-16}$ | $6.66\times10^{-16}$ | $1.44\times10^{-15}$ | $4.99\times10^{-16}$ | $1.11\times10^{-16}$ |

## 附录 C

1）不计无功功率影响的情况

根据分块矩阵行列式的性质，矩阵 $\boldsymbol{J}_3$ 的行列式可以进一步解耦，即：

$$
\det(\boldsymbol{J}_3)=\det(\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}+\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}))\cdot\det(\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}-\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}))
\tag{C1}
$$

由于矩阵 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}$ 和 $\mathrm{diag}(\boldsymbol{P})$均为对角占优阵，$\det(\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}+\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}))\neq 0$。当系统运行于临界稳定条件时，可由 $\det(\boldsymbol{J}_2)$推导出 $\det(\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}-\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}))=0$。针对临界稳定条件，继续通过行列式性质得到如下式(C2)的结果。由此，得到正文中的指标。

$$
0=\det(\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}-\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}))=\det(\boldsymbol{B}-\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}\boldsymbol{U}^{-2}))
\tag{C2}
$$

2）计及无功功率影响的情况

由正文式(23)，可得：

$$
\begin{cases}\left(\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}-\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q})\right)\boldsymbol{a}+\mathrm{diag}(\boldsymbol{P})\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}\\ \mathrm{diag}(\boldsymbol{P})\boldsymbol{a}+\left(\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}+\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q})\right)\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}\end{cases}
\tag{C3}
$$

将式(C3)中的 $\boldsymbol{b}$ 消除后，可得：

$$
\left\{\left(\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}^{-1})-\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{P}^{-1})\right)-\mathrm{diag}(\boldsymbol{P})\left(\boldsymbol{B}_{\mathrm{red}}+\mathrm{diag}(\boldsymbol{Q})\right)^{-1}\right\}\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}
\tag{C4}
$$

据式(C4)中{}内矩阵奇异性可得等价条件为

$\min\left(\lambda_i\left((\boldsymbol{B}_{\text{red}}^{\text{P}}-\text{diag}(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{P}^{-2}))(\boldsymbol{B}_{\text{red}}+\text{diag}(\boldsymbol{Q})\right)\right)=1$，即正文中的指标平方。

## 附录 D

于附录 D 对比本文指标与多馈入短路比指标。由文献[12]，多馈入短路比指标如式(D1)所示，并且该指标基于矩阵对角占优性确定指标临界值，因此具有较强的保守性。

$$\delta_{\text{MISCR}}=\frac{U_i^2}{\left|Z_{i,i}\right|S_i+\sum\limits_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n}\left|Z_{i,j}\right|S_j} \tag{D1}$$

模型参数设置与 4.2.1 节相同，其中令 $Q$=0 pu，本文指标以及最小 $\delta_{\text{MISCR}}$ 在不同有功功率水平下指标值如图所示。两指标临界值均为 1，可见二者均具有一定充分性，但本文指标较 $\delta_{\text{MISCR}}$ 指标滞后到达临界值，与正文中所述多馈入短路比指标具有较强的保守性相对应，导致 $\delta_{\text{MISCR}}$ 实用性不足。

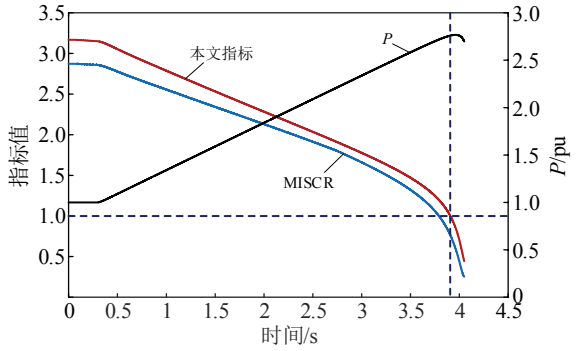



图 D1　指标值对比

Fig.D1　Comparison of indicator values