引文格式:刘程毅,王凯,陈雷,等.基于Adam梯度下降的GNSS载波多路径建模方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2025,50(12):2460-2471.DOI:10.13203/j.whugis20230171

Citation: LIU Chengyi, WANG Kai, CHEN Lei, et al. GNSS Carrier Phase Multipath Modeling Based on Adam Gradient Descent Algorithm[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2025, 50(12): 2460-2471. DOI: 10.13203/j.whugis20230171

基于Adam梯度下降的GNSS载波多路径建模方法

刘程毅[1,2] 王 凯[3,4] 陈 雷[3,4] 彭 盼[5] 胡志刚[1,2]

1 武汉大学卫星导航定位技术研究中心,湖北 武汉,430079
2 国家卫星定位系统工程技术研究中心,湖北 武汉,430079
3 北京跟踪与通信技术研究所,北京,100094
4 智慧地球重点实验室,北京,100094
5 武汉中地云申科技有限公司,湖北 武汉,430073

摘 要:基于空间域网格多路径建模方法可显著消除多路径误差对全球导航卫星系统(global navigation satellite system,GNSS)精密定位的影响,但在求解网格参数时往往存在约束条件与其先验方差不相符的问题,且测站环境越复杂,其网格分辨率要求越高,造成求解参数数量呈指数增长,解算效率将显著下降。针对静态测站多路径的空间分布特性,提出了一种基于改进自适应矩估计(adaptive moment estimation,Adam)梯度下降的GNSS网格多路径建模方法,无需对网格参数进行先验约束,可大幅缩短高空间分辨率模型的计算时间,提升建模效率。复杂环境多路径实验结果表明,将空间格网分辨率从2°提升到0.05°,解算参数陡增1 556倍,但其计算耗时仅增加了0.27倍;多路径拟合精度从73.93%提升至82.89%;平面和高程定位精度分别从71.6%、72.4%提高到80.9%、82.0%。全球定位系统L1和北斗卫星导航系统B1C互操作信号多路径实验结果表明,同频率信号多路径在空间分布上具有一致性,对复杂环境下利用互操作信号联合进行多路径高精度建模具有参考意义。

关键词:北斗卫星导航系统;时间空间重复性;自适应矩估计;恒星日滤波;多路径半天球格网点模型

中图分类号:P228.4 **文献标识码**:A **收稿日期**:2024-10-11

DOI:10.13203/j.whugis20230171 **文章编号**:1671-8860(2025)12-2460-12

GNSS Carrier Phase Multipath Modeling Based on Adam Gradient Descent Algorithm

LIU Chengyi[1,2] *WANG Kai*[3,4] *CHEN Lei*[3,4] *PENG Pan*[5] *HU Zhigang*[1,2]

1 GNSS Research Center, Wuhan University, Wuhan 430079, China
2 National Engineering Center for Satellite Positioning System, Wuhan 430079, China
3 Beijing Institute of Tracking and Telecommunication Technology, Beijing 100094, China
4 Key Laboratory of Smart Earth, Beijing 100094, China
5 Wuhan C-Geo Clouds Science and Technology Company, Wuhan 430073, China

Abstract: **Objectives**: This paper aims to address two issues in the construction of a carrier phase multipath grid model. First, it focuses on resolving the problem of mismatch between constraint conditions and their prior variances during the process of solving grid parameters. Second, it tackles the escalating demand for higher grid resolution as the complexity of the site environment increases. This escalating demand leads to an exponential growth in the number of solving parameters, resulting in a significant decrease in solving efficiency. **Methods**: A multipath modeling method of global navigation satellite system grid based on improved adaptive moment estimation (Adam) gradient descent is proposed to address the spatial distri-

基金项目:国家自然科学基金(42030109)。

第一作者:刘程毅,硕士,主要从事北斗系统精密定位技术研究。 chengyiliu@whu.edu.cn

通信作者:胡志刚,博士,教授。 Zhigang.hu@whu.edu.cn

bution characteristics of static station multipath. The proposed method does not need prior constraints on grid parameters, and can significantly shorten the calculation time of high spatial resolution models and improve modeling efficiency. **Results:** The results of multipath experiments in complex environments indicate that by increasing the spatial grid resolution from 2° to 0.05°, the calculation parameters increase sharply by 1 556 times, but the calculation time only increase by 0.27 times. The multipath fitting accuracy improves from 73.93% to 82.89% and the horizontal and vertical positioning accuracies increase from 71.6% to 80.9% and from 72.4% to 82.0%, respectiveiy. The experimental results of GPS L1 and BDS B1C interoperability signal multipath show that the same frequency signal multipath has consistent spatial distribution characteristics, and can be applied to joint multipath modeling of interoperability signals. **Conclusions:** This method can significantly improve the efficiency of high-resolution grid based multipath modeling and can be effectively used for high-precision carrier phase multipath modeling in complex observation environments.

Key words: BDS; spatiotemporal repeatability; adaptive moment estimation; sidereal filtering; multi-point hemispherical grid model

地面接收机天线除了接收到视距范围内的全球导航卫星系统(global navigation satellite system,GNSS)卫星直射电磁波信号外,往往还接收到该信号经周围地物镜面反射或者散射的一路或多路非直射信号,出现所谓的多路径效应[1]。直射信号和非直射信号的叠加将直接影响接收机对GNSS信号的跟踪以及载波和伪距观测值的观测质量。严重条件下伪距多路径误差可达40~70 m[2],载波多路径误差可达其波长的1/4[3]。多路径误差降低了码相位和载波相位的测量精度,直接影响用户定位性能[4-5],因此研究多路径的抑制方法一直广受关注。在多路径抑制研究方面,尽管现代化卫星已充分考虑抗多路径信号设计[6-7],结合信号接收终端先进的数字信号处理技术等能够有效削弱多路径效应对定位精度的影响[8-10],即使在观测条件较好且采用抗多路径扼流圈天线情况下,多路径误差仍然很难彻底消除[11]。因此,研究基于观测数据的精密后处理算法是进一步抑制剩余多路径误差的重要途径。

为充分发挥系统服务性能、方便地面通信与测控以及星历预测等,GNSS卫星及其星座均具有轨道回归特性[12]。对于地面静止测站而言,卫星轨道回归特性使卫星与地面测站及周围反射面的几何构型具有周期重复性,从而在观测值域或者定位域均能体现出与卫星回归周期一致的多路径误差变化规律。文献[13-14]据此提出基于全球定位系统(global positioning system,GPS)卫星回归周期的恒星日滤波法(sidereal filtering,SF)。基于坐标域的SF方法算法简单,在高精度GPS变形监测中得到广泛应用[3, 15-16]。随着北斗卫星导航系统(BeiDou satellite navigation system,BDS)和Galileo等多系统的出现,各卫星多路径因其回归周期可能存在较大差异[17-19],致使多系统联合定位的坐标域滤波周期更长、更复杂,且难以确保前后两个滤波周期参与定位的卫星数保持一致,于是发展出了基于观测值域SF[20]。该方法仅需根据各颗卫星单个回归周期建立多路径时间序列,从线性化观测值中扣除对应时刻的多路径,可提高30%~40%定位精度[21]。SF要求提前计算前一周期多路径时间序列,存在星座回归周期长、采样率高、存储数据量大、相邻周期某颗卫星或者历元数据缺失时导致当前历元无多路径改正值等实际情况,从而影响多路径抑制效果,难以在工程实践中得到充分利用。

多路径效应存在周期性的根本原因是GNSS卫星相对于地面测站存在空间重访规律,利用该特性可在测站处建立与卫星高度角和方位角有关的空间多路径模型。该模型可充分利用历史积累数据,不断完善多路径模型,可有效解决SF中随着相隔周期增大而导致其多路径相关性迅速减弱的问题[20]。文献[22]利用计算结果建立了一个有关信号方位的表,映射了接收器天线周围的多径环境;文献[23]对短基线的基准站和流动站采用共时钟的方式进行观测,首先对观测值方程进行参数重组,提取了单差载波多路径,然后将整个空间范围按一定间隔的高度角和方位角进行划分,每个格网内部的值相同,该方法被称之为多路径半天球格网模型(multipath hemispherical map,MHM),形成了关于多路径的空间模型;文献[24]将MHM应用于精密单点定位中,提升了精密单点定位初始收敛阶段的精度;文献[25]在多路径提取方式上进行改进,首

先在残差中分离出符合对流层投影规律的部分,然后添加重心基准后成功实现了长基线的非差多路径提取,在实际的变形监测项目中取得了较好的效果。由于多路径在格网内的值不完全相同,因此上述假设得到的MHM模型精度是有限的,文献[26]对MHM进一步改进,通过对格网内的点进行趋势面拟合的方式来描述该格网的多路径。文献[27-28]分析了BDS-3不同频点多路径的特性,同时将趋势面拟合的方法应用于精密单点定位,其不但提高了定位精度,还缩短了收敛所需时间;文献[29]采用与距离相关的方差-协方差函数描述单位半球上单差多路径点与点之间的关系,从而可以通过待求点与已知点的距离生成方差-协方差,然后采用最小二乘配置的方法利用已知点的值推估求解未知点值;文献[11,30-31]通过格网点的值内插方法去计算格网内部的值,同时为了避免单差或非差提取方式中基准不一致的问题,直接采用双差残差并附加约束条件求解格网点的值,可使整个空间处于同一基准上,并将这种方法命名为多路径半天球格网点模型(multi-point hemispherical grid model,MHGM)。

空间多路径模型的拟合精度取决于观测函数模型的合理性以及空间分辨率大小:(1)为了避免网格内无观测数据导致其周围的网格点参数秩亏问题,MHGM需要事先给定各参数以及各参数约束方法的先验方差,未考虑实际观测质量的先验方差可能导致估算的参数存在较大偏差;(2)在复杂环境下,尤其是存在较强的近距离反射时,要求网格密度越高越好,以便更加精确地反映实际多路径大小,但随之引起待估网格参数个数呈指数级增加,导致计算效率大大降低。针对以上问题,本文提出基于附加加速系数自适应矩估计(adaptive moment estimation,Adam)梯度下降算法与GNSS网格多路径建模相结合的方法,无需对网格参数附加任何约束条件,实现高空间分辨率情况下大量待估参数的快速求解,并设计了多路径实验,利用实测GNSS数据分析验证了所提方法的精度以及解算效率。

1 建模方法

1.1 多路径格网模型

多路径格网模型通过一定规则将空间范围划分成若干网格,使用格网化参数来拟合多路径值。当多路径变化较为缓慢时,可近似认为单个格网内部值相同,此时的格网模型通过格元进行表达;当多路径变化较为复杂时,此时需要格网点参数结合一定的插值算法来表达格网内部值的变化情况。

对于某一观测站,以测站为原点,其GNSS卫星的天空视图轨迹(以下简称星空图轨迹)分布在0°~360°方位角和0°~90°高度角的空间范围。格网划分一般分为等面积和等距离划分,等面积划分方式将整个空间划分为面积相同或面积近似相同的格网。一种简单的等面积划分方式是通过固定的高度角间隔α来得到过圆心的垂直半圆弧上长度相同的弧段,半球表面会得到间隔点分割得到的圆环,不同的圆环继续按高度角划分为相同的面积。在整个划分过程中,假设最底部环带上的方位角按间隔β_1角度划分,则第k条环带的划分间隔β_k与划分个数n_k的计算式如下[32]:

$$\begin{cases} n_k = \mathrm{int}\left[\dfrac{1}{\beta_{k-1}} 2\pi\cos((k-1)\alpha)\right] \\ \beta_k = \dfrac{2\pi}{n_k} \end{cases} \tag{1}$$

此外还有基于三角形、菱形或多边分割的等面积网格分割的思路,但均较为复杂。等面积的划分方式可以在空间中平均化格网待估参数的个数,在一定意义上可以减少高高度角范围内待估参数的个数。然而由于其参数的存储方式较为复杂,有些甚至需要一定的编码方式,使用起来并不方便。因此本文仍然采用等角度间隔的格网划分方式,有学者称之为MHM,即认为多路径在空间上仅跟卫星高度角和方位角有关,并将观测卫星天空视图在整个半球的覆盖范围的高度角和方位角按一定间隔划分若干格子。对于相对定位来说,基准站和流动站均会形成一份独立的二维格网。

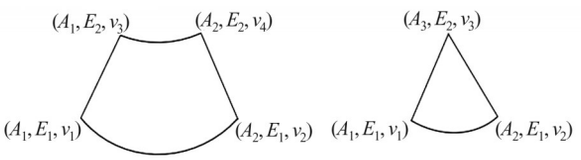
卫星的星空图轨迹点落在每一个格网中,存在两种情况:一种是格网包含4个格网点;另一种是格网包含3个格网点,此时格网紧靠天顶方向。当轨迹点落在包含4个格网点的格网中时,格网内的值可通过双三次或双线性内插的方式计算,双三次内插可能会受部分点的影响而过度拟合,因此本文采用双线性插值方式,如图1(a)所示,其计算式如下:

$$\begin{cases} v_t=\sum_{i=1}^{4}a_i v_i \\ a_1=\dfrac{(A_2-A_t)(E_2-E_t)}{(A_2-A_1)(E_2-E_1)} \\ a_2=\dfrac{(A_t-A_1)(E_2-E_t)}{(A_2-A_1)(E_2-E_1)} \\ a_3=\dfrac{(A_2-A_t)(E_t-E_1)}{(A_2-A_1)(E_2-E_1)} \\ a_4=\dfrac{(A_t-A_1)(E_t-E_1)}{(A_2-A_1)(E_2-E_1)} \end{cases} \tag{2}$$

式中，v_t为通过插值方法得到的对应点的多路径值；v_1、v_2、v_3、v_4分别为4个格网点的值；a_1、a_2、a_3、a_4分别为双线性插值的系数；(A_1,E_1)、(A_2,E_1)、(A_1,E_2)、(A_2,E_2)分别表示格网点的坐标，其中A表示格网点的方位角，E表示格网点的高度角，且$A_1<A_2$，$E_1<E_2$；(A_t,E_t)表示落入该格网内的轨迹点的坐标。当轨迹点落在仅包含3个格网点的格网内时，采用重心坐标方式对其进行插值，如图1(b)所示，根据重心坐标内插的计算式为：

$$\begin{cases} v_t=\sum_{i=1}^{3}b_i v_i \\ b_1=\dfrac{-(A_t-A_2)(E_2-E_1)+(A_3-A_2)(E_t-E_1)}{-(A_1-A_2)(E_2-E_1)} \\ b_2=\dfrac{-(A_t-A_3)(E_1-E_2)+(A_1-A_3)(E_t-E_2)}{-(A_2-A_3)(E_1-E_2)+(A_1-A_3)(E_1-E_2)} \\ b_3=1-b_1-b_2 \end{cases} \tag{3}$$

式中，v_1、v_2、v_3分别为3个格网点的值；b_1、b_2、b_3分别为重心坐标方式进行插值时的系数；点的坐标分别为(A_1,E_1)、(A_2,E_1)、(A_3,E_2)，且$A_1<A_3<A_2$，$E_1<E_2$，(A_t,E_t)表示落入该格网内的轨迹点的坐标。



(a) 格网内包含4个格网点　　(b) 格网内包含3个格网点

图1　不同插值方式的格网类型

Fig. 1　Grid Types of Different Interpolation Methods

短基线双差载波观测值通过差分消除了除多路径和噪声外几乎所有的误差，在改正了天线相位中心的情况下，载波多路径可以从已知坐标(或长时间静态解)基线固定解双差残差中提取，双差观测值包含基准站与流动站共同观测的两颗卫星，无论是双线性插值还是重心坐标插值，由于插值系数的和为1，组成双差后的观测方程组为秩亏方程组。为了使方程可解，文献[11,30]提出了两种附加约束条件，第一种约束条件为所有待求格网点的值为0，第二种约束条件为相邻待求格网点的差值为0，即：

$$Q=0 \tag{4}$$

$$Q_i-Q_{i+1}=0 \tag{5}$$

式中，Q表示全部的格网点参数；Q_i、Q_{i+1}分别表示相邻的格网点参数。文献[11]对于3类公式分别定权处理，称之为格网点的不确定关系。第一类是插值公式，即式(2)、式(3)的不确定度为5 mm；第二类为格网点的值均为0的约束条件公式，即式(4)的不确定度为5 cm；第三类为相邻格网点的差值为0的约束条件公式，即式(5)的不确定度为5 mm/(°)～5 cm/(°)。如何根据格网间隔的大小以及多路径在空间变化的剧烈程度来确定先验约束，文献[11]对此并未做详细的阐述。

附加上述两类约束条件可求解式(2)或者式(3)中的所有网格点参数，但是这种求解方法存在两个明显的不足：一是约束条件本身的问题，两类约束条件所构成的方程会存在冲突，如果所有格网点的值均为零，则格网模型求解失去了意义；而相邻格网点的值相同，则通过递推，所有格网点的值均相同。仅仅使用先验方差来平衡以上矛盾是比较困难的。二是计算效率及计算复杂度的问题，对于越复杂的多路径环境，所需要的格网的分辨率就越高，待求参数个数迅速增加，最终求逆的方程阶数等于格网参数个数，存储和运算这样的矩阵需要大量的存储资源。因此在相关文献中使用该方法仅计算到间隔为2°的格网[11,22]，对于复杂的观测环境下，这样的格网分辨率是不够的。

1.2　改进的Adam梯度下降法求解格网模型

本文在对附加约束的格网解法进行分析研究后，提出了一种采用改进的Adam梯度下降法结合小波降噪的多级格网构建方法，无需对待估参数附加约束条件。梯度下降法是一种循环迭代方法，可以用于求解线性或者非线性的最小二乘问题，其最大优点在于无需求逆，这意味着无

论矩阵是否满秩,总是可以获得待估参数的一组最优估值。Adam算法是传统梯度下降法的一个优化方法,需要的资源更少,模型收敛速度最快。使用Adam算法时,首先需要定义损失函数,本文采用的是便于求导获得梯度变化数值的损失函数E_f,其计算式为:

$$E_f=\min\left[\frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{j}c_i v_i-v_r\right)^2\right] \tag{6}$$

式中,v_r表示原始的双差载波多路径的值;c_i是插值系数;v_i为待求格网点的值,这样的损失函数的定义与等权的最小二乘平差的原则是等价的;变量j的取值为3或4。

梯度下降算法通过不断计算梯度值来改变未知参数的值,当方程本身不可解时,梯度下降速率(待求参数值变化快慢)的最大影响因素为插值的系数,但插值系数本身并不代表当前格网多路径值的特性,如果不对下降速率进行调整,那么迭代的次数会显著增加,且收敛的结果可能会偏离整体最优。因此需要一定的观测量表征多路径的特性,文献[33]采用载噪比实时探测是否有多路径的产生,文献[34]假设信号多路径来源于平面的反射,通过天线辐射方向图去除天线对信号的增益,对多路径值和载噪比的值进行研究建模,得到了采用载噪比计算多路径值的模型,因此采用载噪比或信噪比去标记多路径是一种可行的手段。本文根据流动站参考星与非参考星的载噪比确定的方差[35]以及多路径本身的值设置了一个分段梯度下降算法的加速系数E_{mul},这样的参数是一个经验值,可根据观测环境数据的不同进行分析调整,本文采用的加速系数的计算式如下:

$$k=\begin{cases}k_1, |E_{\text{DD}}|<r_1\\ k_2, r_1\leqslant|E_{\text{DD}}|<r_2\\ \vdots\\ k_n, r_{n-1}\leqslant|E_{\text{DD}}|\end{cases} \tag{7}$$

$$E_{\text{mul}}=\begin{cases}3k, E_{\text{other}}/E_{\text{ref}}>3\\ (E_{\text{other}}/E_{\text{ref}})\cdot k, E_{\text{other}}/E_{\text{ref}}\leqslant 3\end{cases} \tag{8}$$

式中,$|\cdot|$表示绝对值计算;E_{DD}为双差(double difference,DD)载波多路径的值;r_i为分段的值;k_i为分段的系数,分段值和分段系数可以通过使用一次该算法后的残差统计分析来确定;E_{other}为其他卫星的载噪比定权的方差;E_{ref}为参考星的载噪比定权的方差。同时为了避免其系数过大,采用3作为载噪比确定方差比时的限制。结果显示,采用该方式对原始的Adam算法进行调整后,可以用更少次数的迭代达到预期值。

多路径值在空间分布上并不均匀,部分区域变化复杂,部分区域变化则较为平缓。这与电离层的空间分布是类似的,文献[36]对电离层的特性进行分析并设计相关实验发现,简单地提高格网的分辨率,会导致解的稳定性下降进而降低电离层的精度,因此其提出了一种基于局部格网降分辨率的电离层层析方法。与之类似,本文在多路径的处理、建模及模型使用的流程如图2所示。首先建立一个间隔较大的格网,采用较大格网的格网点对多路径空间变化的主要趋势进行拟合,然后在此基础上对模型进行精细化处理,对模型拟合剩余的残差再建立更小间隔格网的模型进行描述,避免直接采用高分辨率建模时格网内部点较少,受少量误差数据的影响更大。在进行最后一级格网点模型建立时,由于多路径较强的环境中观测噪声也相对较大,多路径在空间上的主要趋势有可能已经被噪声覆盖,如果采用原始的双差载波多路径的数据,算法最终迭代收敛的结果较差。因此,在进行最后一级格网点模型的构建之前先对成对卫星的双差载波多路径的时间序列采用小波分析的方式进行降噪,然后对降噪后的数据进行建模拟合,减少噪声对于真实多路径的影响。

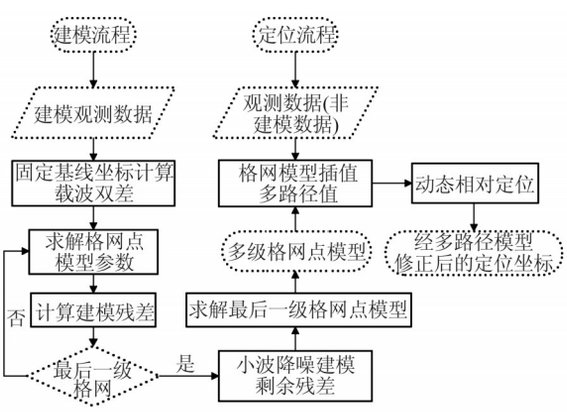


图2 多路径建模及使用流程图

Fig. 2 Multipath Modeling Usage Flowchart

2 实验及结果分析

为验证上述多路径建模算法的有效性以及不同频点多路径关系,本文设计使用强多路径环境的短基线数据进行对比分析。在武汉大学教学实验大楼楼顶安装了两个静态站点,如图3所示。基准站与流动站采用具有3D扼流圈的Leica AR25天线且指北安装,接收机为版本相同的NET 10型号接收机,挡板双面材质均为不锈钢镜面板,



图 3　强多路径实验环境

Fig. 3　Strong Multipath Experiment Environment

尺寸为 40 cm × 50 cm × 0.3 cm，测试时安装角度与平面大致 40°，挡板方向大致为东西方向安装。

实验采用 2021 年年积日（day of year，DOY）第 366－344 天的数据。开始时，流动站不安装天线两侧的挡板，观测时长为 2 d，即 2021 年 DOY 336－337，采用 GPS 观测数据的静态解作为参考基线值；然后在流动站两侧安装上挡板模拟强多路径环境，观测时长为 7 d，即 2021 年 DOY 338－344。基线解算过程中，高度角截止角设置为 10°，由于基线长度不超过 100 m，不考虑对流层和电离层的改正，基线两端的天线同时指北，无需对天线相位中心进行改正。以未安装挡板计算的静态基线坐标为参考值，固定基准站和流动站坐标，计算固定模糊度后的载波双差残差作为多路径原始值进行建模。由于基准站环境相对于流动站要好得多，本文主要考察流动站多路径建模效果。建模完成后，后续的定位解算采用所建格网模型对多路径误差进行修正。为方便对比分析，本文采用静态观测模拟动态定位方式以考察所建多路径模型的修正效果。

2.1　复杂环境下的多路径实验结果

实验观测环境是挡板制造的强多路径环境，多路径空间分布更为复杂。以该数据为例，考察格网加密后对多路径建模效果的提升效果。对 2021 年 DOY 338－343 的 GPS L1 载波双差残差作为原始多路径建立多级格网模型，分别计算 MHGM 对 DOY 343 的多路径拟合情况。

如图 4 所示，构建的 2°格网模型可以大致反演多路径的空间分布。进行多路径实验时，金属挡板安装大致为东西向的安装，反映在图 4 中为红色框的范围，多路径值明显凸出的区域为方位角 70°～120°以及 250°～300°、高度角 20°～40°的范围内，这与安装的挡板位置基本一致。

以 GPS L1 双差载波多路径为例，图 5 显示了原始的双差载波多路径序列以及经过不同分辨率格网模型改正后的残差序列。由图 5 可以看出，随着格网分辨率的提升，双差的载波多路径在数值上的分布更集中于 0 值附近，整体上的数值明显减小，趋势项得到明显的削弱。

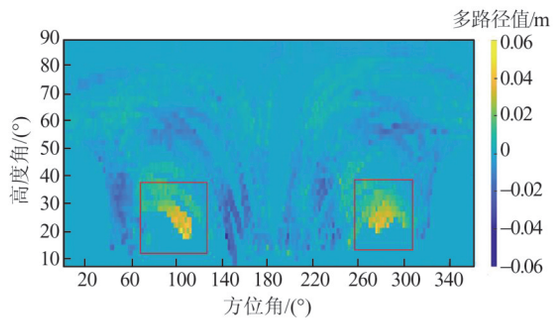


图 4　采用实验数据构建 MHGM 反演多路径空间分布

Fig. 4　MHGM Constructed from Experiment Data Showing Multipath Spatial Distribution

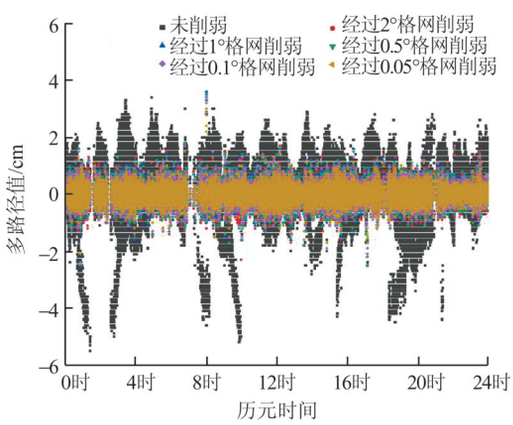
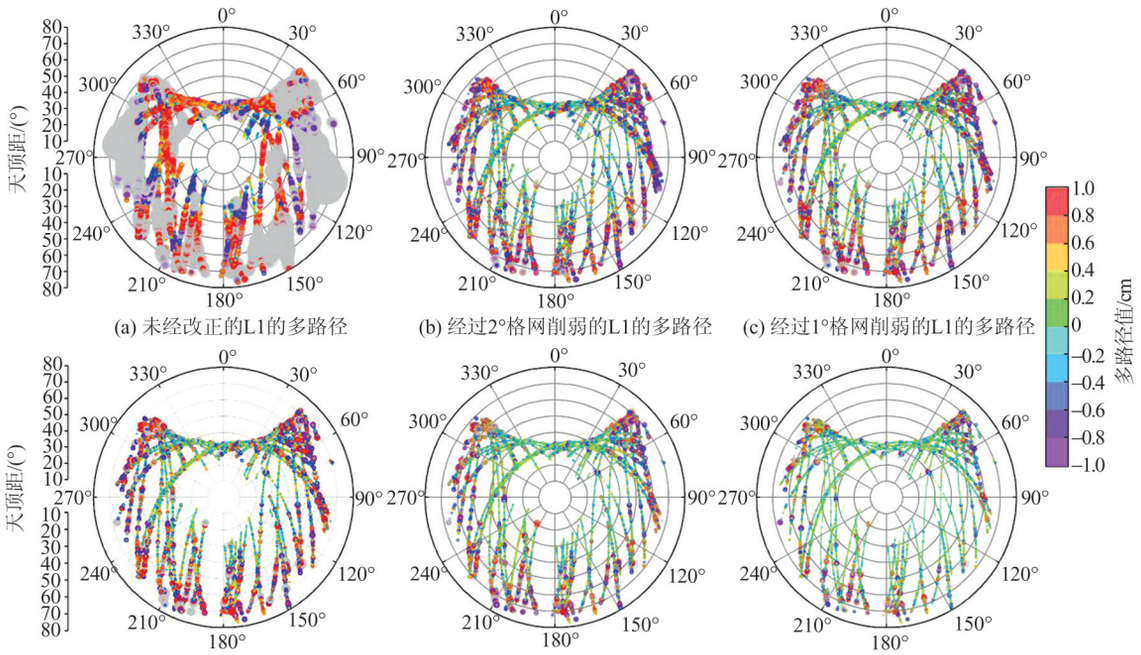


图 5　多级 MHGM 效果评估

Fig. 5　Efficacy Evaluation of Multi-level MHGM

将 DOY 343 GPS 参与建模卫星的多路径残差值空间分布情况绘制成图 6。图 6 中对应的方位角和天顶距是流动站计算得到。为了使结果更明显，仅关注图 6 中天顶距在 60°～80°的部分。随着格网分辨率的提升，多路径的消除效果更为显著，尤其是低高度角部分。结合表 1 计算所得的数据，将 2°格网逐渐增大到 0.05°，拟合效果从 73.93% 提升至 82.89%，这说明提升格网的分辨率有利于对多路径空间分布特征的精准拟合。同时当格网达到 0.05°时，拟合残差的均方根（root mean square，RMS）进一步降低至 1.68 mm。

为了对比该方法相对于传统 SF 多路径建模方式[37]以及 MHM[23]的优劣，将 3 种建模方式进行对比测试。图 7 为 G01 卫星原始载波多路径以及经过 3 种不同方式削弱后的载波多路径残差，由图 7 可以看出，本文提出的 MHGM 模型削弱载波多路径效果更为显著。图 7 中红框标注部分表明，本文的模型相对于 SF 和 MHM 的残差更为平稳，绝对值更小。



(a) 未经改正的L1的多路径 (b) 经过2°格网削弱的L1的多路径 (c) 经过1°格网削弱的L1的多路径

(d) 经过0.5°格网削弱的L1的多路径 (e) 经过0.1°格网削弱的L1的多路径 (f) 经过0.05°格网削弱的L1的多路径

图6 DOY 343不同空间分辨率格网改正后多路径残差值分布

Fig. 6 Distribution of Multipath Residuals with Grid Corrections for Different Spatial Resolutions of DOY 343

表1 DOY 343不同间隔格网对原始多路径的拟合效果

Table 1 Fitting Effect of Grids with Different Intervals on Original Multipath of DOY 343

格网分辨率/(°)	多路径RMS/mm	多路径拟合效果/%
2	2.56	73.93
1	2.41	75.46
0.5	2.36	75.97
0.1	2.11	78.51
0.05	1.68	82.89

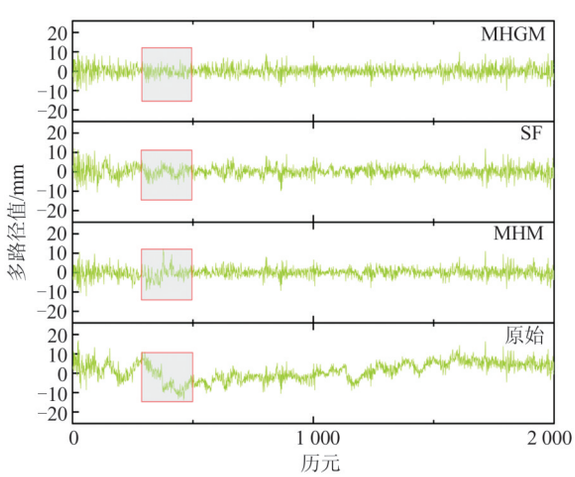


图7 对比不同建模方式削弱载波多路径

Fig. 7 Comparing Different Modeling Methods to Mitigate Carrier Multipath

本文使用上述模型对DOY 343观测数据进行了相对定位实验。从图8可以看出,未改正前,坐标平面和高程RMS分别为12.39 mm、27.50 mm,采用2°格网模型削弱多路径后,平面定位精度为3.50 mm,高程精度为7.58 mm,E、N、U方向的定位精度提升分别为75.5%、67.7%、72.4%。当提升格网模型分辨率达到0.05°时,平面精度为2.38 mm,高程精度为4.96mm,E、N、U方向定位精度提升分别达到83.6%、78.2%、82.0%。定位效果的提升进一步说明了在复杂观测观测环境下提高格网分辨率的必要性。

2.2 同频率信号多路径实验结果

随着GNSS系统迅速发展,用户可观测到的卫星数越来越多。为使用户尽量不增加接收机成本和复杂度的情况下尽可能地接收到更多卫星导航信号,各个卫星导航系统间已考虑信号的兼容和互操作性[38],比如GPS L1、BDS B1C和Galileo E1。为了分析相同频率信号格网模型的通用性,选择不同的建模频点,采用如表2所示的方案进行验证,建模原始数据均来自DOY 338－343,验证数据为DOY 343以及DOY 344所采集数据。

对相同频率的信号进行实验验证时,首先采用以上方案建立多级格网模型,然后使用DOY 343数据,即建模数据的最后一天验证模型拟合效果,再使用DOY 344数据验证模型预报效果,统计精度包括多路径残差RMS及定位结果RMS,如表3所示。由表3和图9可以看出,改正

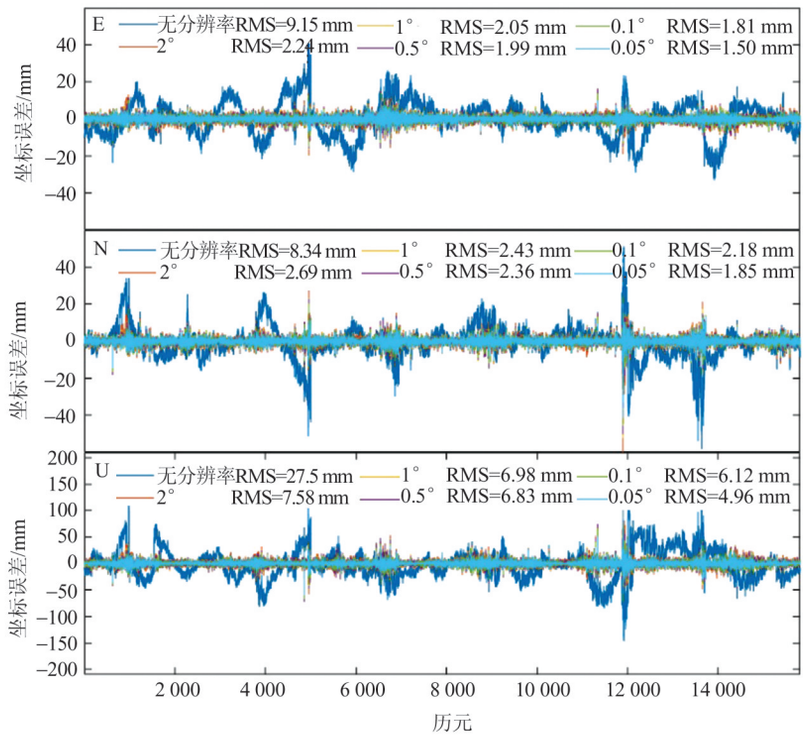


图 8　基于不同空间分辨率多路径改正的定位误差时间序列图

Fig. 8　Time Series Plot of Positioning Errors Based on Multipath Corrections at Different Spatial Resolutions

表 2　实验分析方案

Table 2　Analysis Schemes Used in the Experiment

方案	建模采用频点	验证采用频点
M1	GPS L1	GPS L1
M2	BDS B1C	GPS L1
M3	GPS L1/BDS B1C	GPS L1

前，DOY 343 的 GPSL1 频点的双差残差的 RMS 值为 9.82 mm，在整个空间中多路径的值较大，尤其是在挡板方向。经过 3 种方案的多路径修正后，整个空间中多路径的值明显减小。

表 3　GPS L1 频点 DOY 343 和 DOY 344 不同方案下的多路径拟合效果

Table 3　Multipath Fitting Effect Under Different Schemes of DOY 343 and DOY 344

方案	DOY	未改正 RMS/mm	改正后残差 RMS/mm	改正效果/%
M1	343	9.82	1.68	82.89
M2			2.81	71.58
M3			1.73	82.39
M1	344	9.97	2.50	74.93
M2			2.80	71.92
M3			2.42	75.64

这 3 种方案中多路径改正效果最好的为 M1 方案，改正效果为 82.89%。由于 DOY 343 数据既是建模数据又是验证数据，考虑到其自洽性，统计结果可反映出模型拟合精度较高。采用 M3 方案时，效果接近于 M1 方案；而 M2 方案的建模数据中并未使用到 GPS L1 频点的原始双差的载波多路径，所建模型是 BDS B1C 多路径空间模型，但对 GPS L1 的改正效果可达 70.58%，对于整体的多路径来说也是一个比较大的提升效果，这说明不同系统相同频率的多路径误差空间分布十分近似。为了更进一步分析这个问题，采用 DOY 338－343 数据依据不同方案所建的模型对非建模数据 DOY 344 GPS L1 的载波双差进行改正，以考察模型的预报性能。

从表 3 还可以看出，改正前 DOY 344 的 GPS L1 频点载波双差残差 RMS 值为 9.97 mm，3 种方案对残差的改正效果均超过了 70%，模型预报效果显著。其中，改正效果最好的是 M3 方案，为 75.64%，与同等格网的 M1 方案相比略有提升，当采用 M2 方案时，改进程度可达 71.92%。与 DOY 343 的多路径改正效果相对比，M1 方案和 M3 方案均有所下降，而 M2 方案却没有太大变化。这是因为建模数据卫星的轨迹与测试数据卫星的轨迹不完全相同导致的。对于 M2 方案来说，相邻天的测试数据中 GPS 卫星的轨迹与建模数据中 BDS 卫星的轨迹差异较大，但多路径模型仍然对 GPS 有效。本文在格网模型建立时仅采用了 7 d 观测数据，单个格网内轨迹点的分布具

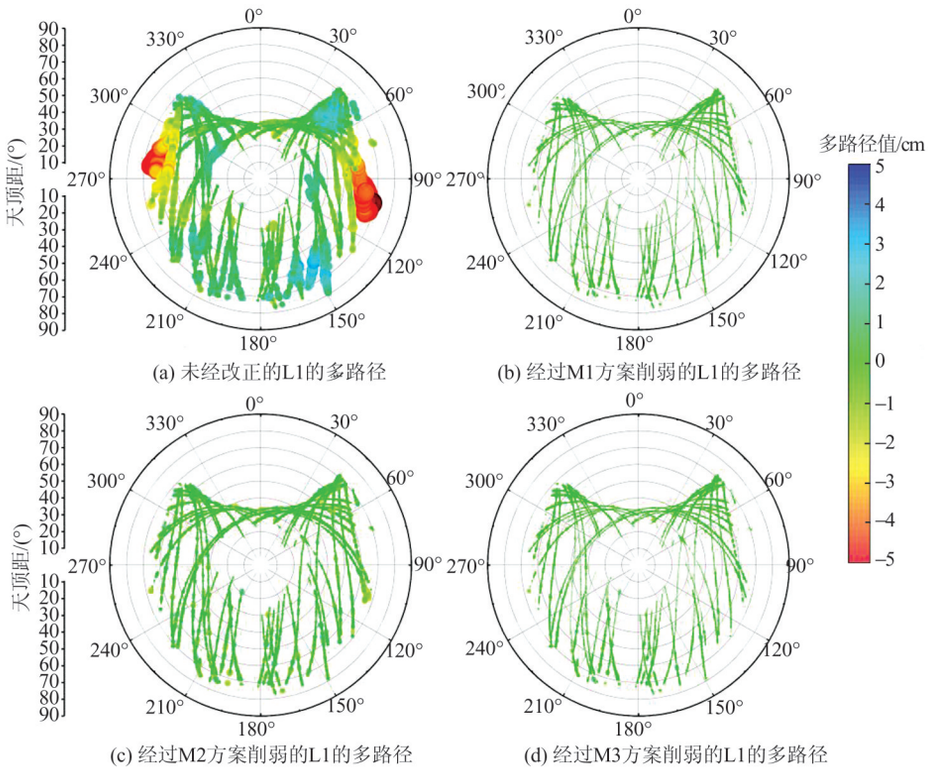


图9 经过不同方案构建的模型改进后的GPS L1多路径的空间分布

Fig. 9 Spatial Distribution of Multipath on GPS L1 Mitigated by Models that Constructed by Different Schemes

有一定的规律性,一般为某颗卫星的轨迹,分布点并不会随机分布在格网内部,格网点双线性内插计算得到的多路径更偏向于这颗卫星的轨迹点上的值,不具有整个格网空间中的最优拟合性质。当不断添加建模所用数据时,建模拟合精度将会进一步提高。

结合3种方案来看,同一测站上GPS L1与BDS B1C的多路径值空间分布具有极强的相似性,二者单独建模时,由于BDS与GPS卫星轨迹不同,建模使用的GPS的卫星轨迹更接近于验证数据时GPS卫星的轨迹,其改进后的精度也就略高。从实验结果来看,使用不同系统相同频率观测数据联合进行多路径建模是一种有效的方式。

采用3种方案的格网模型计算DAY 344多路径改正后定位结果,坐标序列如图10所示。未进行多路径模型改正时,E、N、U方向定位精度分别为9.03 mm、9.50 mm、29.90 mm。经过M3方案改正后,E、N、U方向定位精度分别为2.01 mm、2.30 mm、6.80 mm,平面精度提升为76.7%,高程精度提升为77.3%。由图10可以看出,当同一测站某个系统无多路径改正模型时,采用其他相同频率信号GNSS系统的多路径模型进行改正对定位有一定改善。

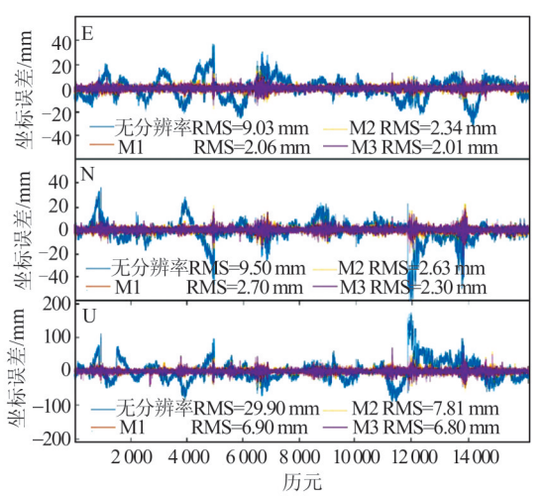


图10 经过不同方案建立的模型改进后的定位结果

Fig. 10 Improved Positioning Results of the Model Established by Different Schemes

2.3 算法效率分析

格网分辨率的增大会导致待估参数的指数级增长,采用传统方式进行解算时,对于2°的格网解算时间会长达20 min左右,而格网空间分辨率提升后时间会明显的增长,而本文采用Adam梯度下降算法与空间多路径建模相结合,可显著缩短模型解算时间。实验时采用硬件设备为Linux运行系统,i7-1165G7@2.80 GHz处理器,16.0 GB内存。

表4统计了上述实验过程中格网模型的平均解算时间。由表4可以看出，当网格分辨率由2°提高到0.05°时，其解算参数多了接近1 600倍，但是其解算时间仅仅增加了不到40 s。即格网模型的待估参数显著增加，本文建模方法的解算时间并不会受到明显的影响。这对于需要在复杂环境下在普通计算机上快速建立高精度多路径模型，提升高精度变形监测等应用具有重要参考意义。

表4　模型参数个数及平均求解时间

Table 4　Number of Model Parameters and Average Solution Time

格网分辨率/(°)	待估参数个数	平均解算时间/s
2	8 326	132
1	32 851	167
0.5	130 501	167
0.1	3 244 501	159
0.05	12 969 001	168

3　结　语

本文提出了一种基于Adam梯度下降算法的半天球格网多路径模型解算方法。该方法无需对网格参数附加额外的约束条件，避免了约束条件不合理可能带来的问题。同时，该解法无需计算高阶矩阵的求逆，大大提高了计算效率，其计算复杂度不会随着格网分辨率的增大而显著增长。

实验验证结果表明，在模拟的复杂观测环境中随着格网分辨率的增大，得到的格网模型对原始建模数据的拟合程度越高。采用不同的方案对不同系统相同频率信号的模型改进效果进行了分析，结果表明相同频率信号的多路径空间分布极为接近，这意味着GNSS同频点兼容信号的多路径模型具有一定的通用性，建模时可以将不同系统相同频率信号的原始数据同时建模以增加模型在空间上的有效分布范围。实验数据的定位验证结果表明，当多路径格网模型分辨率达到0.05°时，其平面和高程定位精度相对于不采用多路径改正可提升78%～84%。最后本文对模型算法计算效率进行了分析，相对于传统方法，引入Adam梯度下降算法可显著提升参数解算效率，解决了增大多路径模型空间分辨率随之带来待估参数指数级增长导致解算时间显著增加的矛盾，无需耗费大量计算资源即可实现高空间分辨率的多路径模型快速建立，可应用于复杂环境下的高精度变形监测等领域。

参　考　文　献

[1] 谢钢. GPS原理与接收机设计[M]. 2版. 北京：电子工业出版社，2022.
XIE Gang. Principles of GPS and Receiver Design [M]. 2nd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2022.

[2] MORA E J, CARRASCOSA S C, ORTEGA G. Characterisation of the Multipath Effects on the GPS Pseudorange and Carrier Phase Measurements[C]// The 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Nashville, USA, 1998.

[3] 章繁，柴洪洲，王敏，等. 组合GPS/GLONASS三频观测值的非差非组合PPP模糊度快速固定[J]. 武汉大学学报(信息科学版)，2024，49(10)：1900-1910.
ZHANG Fan, CHAI Hongzhou, WANG Min, et al. Undifferenced and Uncombined PPP Ambiguity Resolution Combined with GPS/GLONASS Triple-Frequency Observations[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2024, 49(10): 1900-1910.

[4] DICKMAN J, ZHU Z, BARTONE C. Carrier Phase Multipath Error Characterization and Reduction in Single Aircraft Relative Positioning[J]. *GPS Solutions*, 2010, 14(2): 141-152.

[5] 杨帆，柳景斌，龚晓东，等. 基于移动采集指纹的手机自适应压缩感知室内定位方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版)，2025，50(10)：2135-2144.
YANG Fan, LIU Jingbin, GONG Xiaodong, et al. Mobile Phone-Based Indoor Positioning Method Using Adaptive Compressed Sensing for Mobile-Collected Fingerprints[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2025, 50(10): 2135-2144.

[6] IRSIGLER M, HEIN G W, EISSFELLER B. Multipath Performance Analysis for Future GNSS ignals[C]//National Technical Meeting of the Institute of Navigation, San Diego, USA, 2004.

[7] 陆明泉，姚铮，崔晓伟，等. 北斗三号B1频点卫星导航信号的调制复用及实际接收性能[J]. 中国科学(物理学、力学、天文学)，2021，51(1)：36-47.
LU Mingquan, YAO Zheng, CUI Xiaowei, et al. BDS-3 B1 Signal Modulation and Multiplexing Techniques with Receiving Performance[J]. *Scientia Sinica* (*Physica*, *Mechanica* & *Astronomica*), 2021, 51(1): 36-47.

[8] VAN DIERENDONCK A J, FENTON P, FORD T. Theory and Performance of Narrow Correlator

Spacing in a GPS Receiver[J]. *NAVIGATION*, 1992, 39(3): 265-283.

[9] TOWNSEND B, FENTON P, VAN DIERENDONCK K, et al. L1 Carrier Phase Multipath Error Reduction Using MEDLL Technology[C]// The 8th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation, Palm Springs, USA, 1995.

[10] FENTON P C, JONES J. The Theory and Performance of NovAtel Inc.'s Vision Correlato [C]// The 18th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2005), LongBeach, USA, 2005.

[11] TANG W M, WANG Y W, ZOU X, et al. Visualization of GNSS Multipath Effects and Its Potential Application in IGS Data Processing[J]. *Journal of Geodesy*, 2021, 95(9): 103.

[12] 张育林, 范丽, 张艳, 等. 卫星星座理论与设计[M]. 北京: 科学出版社, 2008.
ZHANG Yulin, FAN Li, ZHANG Yan, et al. Theory and Design of Satellite Constellations[M]. Beijing: Science Press, 2008.

[13] GENRICH J F, BOCK Y. Rapid Resolution of Crustal Motion at Short Ranges with the Global Positioning System [J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1992, 97(B3): 3261-3269.

[14] BOCK Y. Continuous Monitoring of Crustal Deformation[J]. *GPS World*, 1991, 2(6): 40-47.

[15] 袁林果, 黄丁发, 丁晓利, 等. GPS载波相位测量中的信号多路径效应影响研究[J]. 测绘学报, 2004, 33(3): 210-215.
YUAN Linguo, HUANG Dingfa, DING Xiaoli, et al. On the Influence of Signal Multipath Effects in GPS Carrier Phase Surveying[J]. *Acta Geodaetica et Cartographic Sinica*, 2004, 33(3): 210-215.

[16] 柳景斌, 毛井锋, 吕海霞, 等. BDS/GPS组合定位可靠性分析与粗差探测研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(2): 214-223.
LIU Jingbin, MAO Jingfeng, LÜ Haixia, et al. Reliability Analysis and Gross Error Detection of BDS/GPS Combined Positioning[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(2): 214-223.

[17] YE S R, CHEN D Z, LIU Y Y, et al. Carrier Phase Multipath Mitigation for BeiDou Navigation Satellite System[J]. *GPS Solutions*, 2015, 19(4): 545-557.

[18] AGNEW D C, LARSON K M. Finding the Repeat Times of the GPS Constellation[J]. *GPS Solutions*, 2007, 11(1): 71-76.

[19] 胡超, 王中元, 吕伟才, 等. 一种顾及先验约束的北斗观测数据多路径一步修正模型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(1): 101-112.
HU Chao, WANG Zhongyuan, LÜ Weicai, et al. A One-Step Multipath Delay Correction Model for BeiDou Satellite Observations with Prior Constraint[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(1): 101-112.

[20] 李鹏博, 胡志刚, 周仁宇, 等. 基于观测值域的多路径消除方法及其在GNSS实时变形监测中的应用[J]. 大地测量与地球动力学, 2018, 38(8): 840-845.
LI Pengbo, HU Zhigang, ZHOU Renyu, et al. The Multipath Mitigation Method Based on Observation Domain and Its Application in GNSS Real-Time Deformation Monitoring[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2018, 38(8): 840-845.

[21] 杨威, 张秋昭, 马晓东. 基于小波分解与恒星日滤波的BDS多路径削减方法[J]. 河南理工大学学报(自然科学版), 2022, 41(4): 58-64.
YANG Wei, ZHANG Qiuzhao, MA Xiaodong. Strategy for BDS Multipath Mitigation Based on Wavelet Decomposition and Sidereal Filter[J]. *Journal of Henan Polytechnic University (Natural Science)*, 2022, 41(4): 58-64.

[22] COHEN C E, PARKINSON B W. Mitigating Multipath Error in GPS Based Attitude Determination [J]. *Guidance and Control*, 1991, 2(1): 53-68.

[23] DONG D, WANG M, CHEN W, et al. Mitigation of Multipath Effect in GNSS Short Baseline Positioning by the Multipath Hemispherical Map[J]. *Journal of Geodesy*, 2016, 90(3): 255-262.

[24] 王琰, 张传定, 胡小工, 等. 球面多路径格网的恒星日滤波算法及其在PPP中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(10): 1496-1503.
WANG Yan, ZHANG Chuanding, HU Xiaogong, et al. Sidereal Filtering Based on Sphere Multipath Stacking and Its Application in PPP[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(10): 1496-1503.

[25] CHEN D Z, YE S R, XIA F Y, et al. A Multipath Mitigation Method in Long-Range RTK for Deformation Monitoring[J]. *GPS Solutions*, 2022, 26(3): 96.

[26] WANG Z R, CHEN W, DONG D N, et al. Multipath Mitigation Based on Trend Surface Analysis Applied to Dual-Antenna Receiver with Common Clock[J]. *GPS Solutions*, 2019, 23(4): 104.

[27] LU R, CHEN W, DONG D N, et al. Multipath

Mitigation in GNSS Precise Point Positioning Based on Trend-Surface Analysis and Multipath Hemispherical Map [J]. *GPS Solutions*, 2021, 25(3): 119.

[28] LU R, CHEN W, ZHANG C L, et al. Characteristics of the BDS-3 Multipath Effect and Mitigation Methods Using Precise Point Positioning[J]. *GPS Solutions*, 2022, 26(2): 41.

[29] TIAN Y M, LIU Z F, LIN M, et al. Modelling and Mitigation of GNSS Multipath Effects by Least-Squares Collocation Considering Spatial Autocorrelation[J]. *Journal of Geodesy*, 2023, 97(4): 37.

[30] 王亚伟, 邹璇, 唐卫明, 等. 削弱 GNSS 多路径效应的半天球格网点建模方法[J]. 测绘学报, 2020, 49(4): 461-468.
WANG Yawei, ZOU Xuan, TANG Weiming, et al. A Method for Mitigating GNSS Multipath Effect Based on Multi-point Hemispherical Grid Model [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2020, 49(4): 461-468.

[31] 邹璇, 付睿男, 王亚伟, 等. 测站处 GNSS 多路径误差效应反演及其应用研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(9): 1416-1421.
ZOU Xuan, FU Ruinan, WANG Yawei, et al. Inversion of GNSS Multipath Effects Around the Stations and Its Applications[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(9): 1416-1421.

[32] FUHRMANN T, LUO X G, KNÖPFLER A, et al. Generating Statistically Robust Multipath Stacking Maps Using Congruent Cells[J]. *GPS Solutions*, 2015, 19(1): 83-92.

[33] ZHANG Z T, LI B F, GAO Y, et al. Real-Time Carrier Phase Multipath Detection Based on Dual-Frequency C/N0 Data[J]. *GPS Solutions*, 2018, 23(1): 7.

[34] BILICH A, LARSON K M. Correction Published 29 March 2008: Mapping the GPS Multipath Environment Using the Signal-to-Noise Ratio (SNR) [J]. *Radio Science*, 2007, 42(06): 1-16.

[35] 刘成, 李芳. 不同卫星定位加权方法的比较与分析[J]. 测绘科学, 2018, 43(8): 39-44.
LIU Cheng, LI Fang. Comparison and Analysis of Different GNSS Weighting Methods[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2018, 43(8): 39-44.

[36] 王文越, 余接情, 王颖, 等. 电离层局部格网降分辨率层析方法[J]. 测绘学报, 2020, 49(7): 843-853.
WANG Wenyue, YU Jieqing, WANG Ying, et al. Ionospheric Tomography Method by Reducing Grid Resolution Locally[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2020, 49(7): 843-853.

[37] WANG M H, WANG J X, DONG D N, et al. Comparison of Three Methods for Estimating GPS Multipath Repeat Time[J]. *Remote Sensing*, 2018, 10(2): 6-16.

[38] 谭述森, 周兵, 郭盛桃, 等. 我国全球卫星导航信号设计研究[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2010, 40(5): 514-519.
TAN Shusen, ZHOU Bing, GUO Shengtao, et al. Studies of Compass Navigation Signals Design[J]. *Scientia Sinica* (*Physica*, *Mechanica* & *Astronomica*), 2010, 40(5): 514-519.