引文格式：庞正辉,张品超,李金涛,等. 南昌市市域现代测绘基准体系建设与关键技术[J]. 地理空间信息, 2023, 21(11): 127-133. doi:10. 3969/j. issn. 1672-4623.2023.11.031

南昌市市域现代测绘基准体系建设与关键技术

庞正辉[1]，张品超[2]，李金涛[1]，吴小串[1]，李群喜[1]，邓廷银[1]
（1. 中工武大设计集团有限公司，湖北 武汉 430079；2. 南昌市自然资源和规划局，江西 南昌 330038）

摘　要：为保障城市市域的城乡共同建设发展，很多城市迫切需要建设市域现代测绘基准体系。南昌市市域现代测绘基准体系建设项目充分利用已有测绘基础设施与成果，通过新建、整合、改造、完善等方式建立了集平面、高程、重力信息于一体的南昌市市域高精度实用三维现代测绘基准体系，实现了市域覆盖、动静结合、邻域关联；同时研究了GNSS和水准观测的同期性、GNSS数据处理以及大地水准面计算等关键技术，可为国内城市建立市域现代测绘基准体系提供参考。

关键词：现代测绘基准；CORS；大地水准面；空间平差；Stokes-Helmert；球冠谐
中图分类号：P228.4　　**文献标志码：**B　　**文章编号：**1672-4623（2023）11-0127-07

Construction of Modern Surveying and Mapping Benchmark System and Key Technologies in Nanchang City

PANG Zhenghui[1], ZHANG Pinchao[2], LI Jintao[1], WU Xiaochuan[1], LI Qunxi[1], DENG Tingyin[1]
(1. Cewud Group Company Limited, Wuhan 430079, China;
2. Nanchang Natural Resources and Planning Bureau, Nanchang 330038, China)

Abstract: In order to ensure the urban-rural co-construction development, there is a great need for many cities to build a modern urban surveying and mapping benchmark system. We made full use of the existing surveying and mapping infrastructure and achievements, and set up a high-precision, practical, 3D modern surveying and mapping benchmark system in Nanchang through new construction, integration, renovation and improvement, which integrated the information of plane, elevation and gravity, achieving the urban coverage, dynamic and static combination and neighborhood correlation. At the same time, we studied some key technologies, such as the synchronization of GNSS and leveling observation, GNSS data processing and geoid calculation, which could provide reference for the modern urban surveying and mapping benchmark system construction in domestic cities.

Key words: modern surveying and mapping benchmark, CORS, geoid, spatial adjustment, Stokes-Helmert, spherical crown harmonics

测绘基准体系是国民经济、社会发展、国家安全和信息化建设的重要基础，主要包括大地基准、高程基准和重力基准。2000年已有学者开始研究我国现代大地测量基准建设工作，2008年我国发布使用CGCS2000坐标系。国家现代测绘基准体系基础设施建设工程于2012年启动，2017年5月通过验收，建成了高精度、三维、动态、几何与物理基准融合统一的我国现代测绘基准体系[1-6]。我国全部省级区域、部分城市群和多数地市已进行区域现代测绘基准体系建设，形成了一些研究成果[7-10]。2015年江西省启动了江西省现代大地基准完善项目，并于2017年通过验收，建立了与国家基准协调一致的高精度、三维地心、动态实用的江西省现代测绘基准体系[11]。2017年南昌市建成了南昌市连续运行卫星定位服务系统（NCCORS），建立并启用推广南昌2000坐标系[12]；同步启动南昌市市域现代测绘基准体系建设工程，主要包括南昌市市域平面和高程基础控制网的复测与联测项目以及南昌市似大地水准面精化模型建立项目，并分别于2018年、2020年通过验收，建立了既与国家基准体系协调一致，又能满足南昌市市域城乡经济建设、重大工程施工需求的高精度、三维地心、动态实用的市域现代测绘基准体系，极大地提高了南昌市测绘地理信息保障服务能力[13-14]。

收稿日期：2022-08-19。
项目来源：南昌市测绘地信“十三五”规划资助项目（洪府厅发[2017]10号）。
第一作者简介：庞正辉（1980—），正高级工程师，注册测绘师，主要从事大地测量、工程测量、摄影测量遥感的理论与方法研究，E-mail：115821357@qq.com。

1 历史基准概况

南昌市市域已有测绘基准不统一、现势性较差，覆盖范围有限，平面、高程成果分离，高精度CORS定位三维成果与二维坐标框架不匹配，繁琐的低等级水准测量制约了测绘生产效率，无法满足高质量经济社会发展的需求。已有基准主要为CGCS2000坐标系、南昌2000坐标系、1954年北京坐标系、1980西安坐标系、南昌国土坐标系和南昌城建坐标系。江西省连续运行卫星定位服务系统（JXCORS）和NCCORS分别于2009年和2017年建成并投入试运行，在南昌市市域及其周边设有国家和江西省共用基准站1座、江西省基准站2座、江西省与南昌市共用基准站8座、南昌市基准站1座。现有国家布设的GNSS B级点、一等水准点，江西省布设的GNSS B级点、C级点和二等水准点。

2 总体思路

在充分利用已有测绘基础设施与成果的条件下，本文采用精密水准测量、卫星定位测量等现代大地测量技术，通过新建、整合、改造和完善等方式，布设加密全市域GNSS B级、C级点和二等水准点[15]；联测确定全市各平面坐标系间的有效联系；结合重力数据、地形资料和重力场模型，建立覆盖南昌市域的高精度似大地水准面模型；推广应用南昌2000坐标系；基于NCCORS平台，实现全市域高精度实时三维卫星定位服务。南昌市市域现代测绘基准体系见图1。

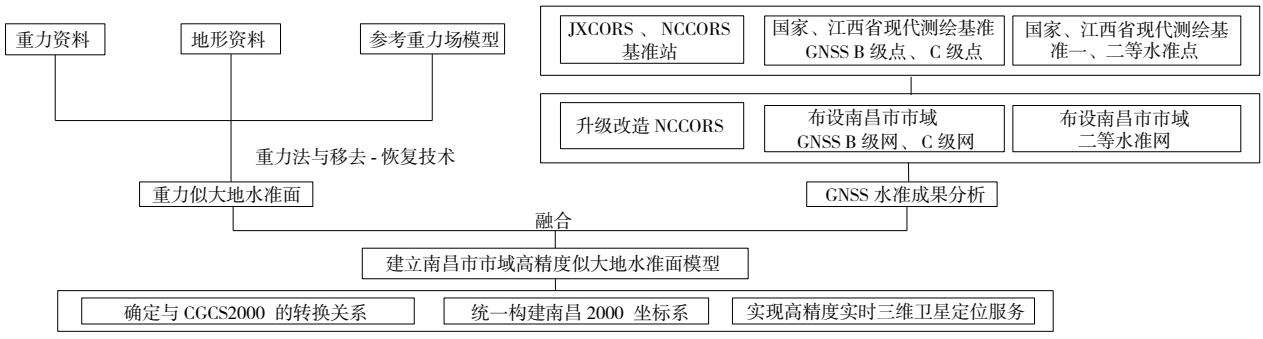


图1 南昌市市域现代测绘基准体系图

3 建设内容

1）控制网布测。控制网采用南昌2000坐标系，1985国家高程基准。现有9座NCCORS基准站采用厘米级实时动态定位新技术，建成了以北斗为主、兼容GPS、GLONASS和Galileo等系统的多模CORS系统，并利用JXCORS基准站实现了站网服务覆盖全市域及其邻域一定范围。

基于CORS网，利用市域GNSS B级点，加密布设B级控制网点，形成的骨干网覆盖全市域及其邻域一定范围；基于骨干网，利用市域GNSS C级点，加密布设C级控制网点，利用市域国家一等和二等水准点成果，布设二等水准网并进行联测，形成的基本网覆盖全市域及其邻域一定范围。

2）南昌2000坐标系的应用推广。通过联测已有GNSS控制点，求取南昌2000坐标系与1954年北京坐标系、1980西安坐标系、南昌国土和城建坐标系的转换关系，并研制了坐标转换软件。基于此，开展市域有关单位现有测绘成果和相关专题数据库的数据转换工作，促进全市域各类测绘地理信息成果共享，避免重复测绘、节约财政资金。

3）市域高精度似大地水准面模型的建立。以基本控制网的GNSS/水准共用点成果为基础，根据收集的重力数据，融合两类似大地水准面高，建立南昌市域2′×2′格网高精度大地水准面模型，模型精度优于±5 mm，开发完成NCGEOID系统应用软件，插值有效范围为南昌市市域外扩5 km区域。市域似大地水准面等值图见图2。

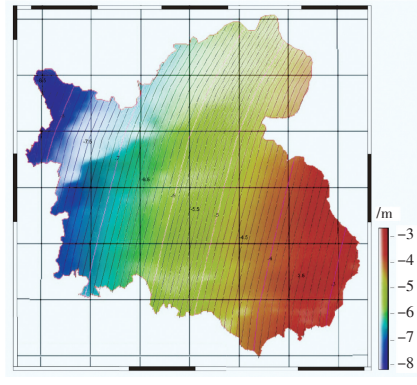


图2 南昌市市域2′×2′似大地水准面等值图

4 关键技术研究

4.1 GNSS和水准观测的同期性

稳定的控制点仍可能存在极其缓慢微小的基础沉

降或反弹，虽不对控制点精度造成影响，但因GNSS和水准外业观测存在时间差，若能有效控制GNSS与水准观测的同期性，将使这种微小的竖向变化的影响降到最低。本文的GNSS和水准外业观测方案经严格设计后实际作业时间控制在2个月以内，可为似大地水准面内业计算提供变化量极小的大地高和水准高同期数据，有效提高似大地水准面模型精度。

4.2　GNSS基线处理

1）基线处理策略。B、C级网基线处理采用GAMIT软件，考虑了多频多模GNSS数据的综合处理，包括BDS、GPS和GLONASS的相关观测数据，优化了各观测值的权比，最终得到融合一致的高可靠性基线向量。基线解算主要考虑的因素为：①卫星钟差模型改正用广播星历中的钟差参数；②接收机钟差模型改正用根据伪距观测值计算得到的钟差；③电离层折射影响用LC观测值消除；④对流层折射根据标准大气模型用萨斯坦莫宁模型改正，采用分段线形的方法估算折射量偏差数；⑤卫星相位中心偏差采用IGS_08模型，接收机天线相位中心偏差采用GPS：IGS_08模型；⑥测站位置的潮汐改正；⑦观测值采用双频消电离层组合观测值；⑧数据解算模式为周跳自动修复技术；⑨B级网考虑卫星轨道误差，C级网不考虑，即松驰IGS轨道和固定IGS轨道。

2）重复基线、同步环和异步环精度统计。B、C级网分别有536组和924组重复基线，整网的基线向量重复性见表1，可以看出，B、C级网基线各分量整体重复性的固定误差和比例误差较小，基线整体解算精度较高。由于GAMIT软件采用的是网解（即全组合解），其同步环闭合差在基线解算时已进行了分配，可以解的NRMS值作为检验同步环质量好坏的一个指标，一般要求B、C级网的NRMS值分别小于0.3和0.5。本文B、C级网同步环NRMS最大值分别为0.194 7、0.220 8，说明GNSS网的整体外业观测质量好，基线解的精度高。异步环闭合差反映的是整个GNSS网的外业观测质量和基线解算质量的可靠性，相对于同步环闭合差，异步环闭合差对GNSS成果质量更重要。本文B、C级网中分别检核最简异步环201个和274个，结果见表2，可以看出，B、C级网所有异步环精度均远优于规范要求，基线解算精度优异。

表1　基线向量重复性统计表/mm+10^{-8}

类型	南北方向		东西方向		垂直方向		基线长度	
	a	b	a	b	a	b	a	b
B级	1.17	0.02	1.63	0.02	5.39	−0.01	1.42	0.03
C级	0.99	4.17	1.18	1.73	4.45	7.70	1.03	4.40

表2　异步环精度统计表

类型	相对异步环			绝对异步环		
	位置闭合差最大值/m	位置闭合差限差/m	最大相对精度/ppm	位置闭合差最大值/m	位置闭合差限差/m	最大相对精度/ppm
B级	0.007	0.44	0.506	0.023	0.760 2	0.009
C级	0.002	0.035	1.292	0.04	1.172	0.451

4.3　GNSS网平差

4.3.1　平差软件和观测量

三维平差采用武汉大学编制的POWERNET科研版软件，以各同步观测网的独立基线向量及其全协方差矩阵作为观测量。

4.3.2　平差策略

以兼容性好的江西和南昌CORS站点的CGCS2000成果为基准，对B级网进行平差，再以B级网平差结果为基准，对C级网点进行平差。考虑基于现势框架历元的GNSS网观测值与CGCS2000坐标系下的约束点可能存在系统性差异，本文创新性地引入空间平差的思想，尤其是在约束平差数据处理中重点考虑了不同基准间的尺度和旋转等系统误差影响，将系统误差分为尺度基准系统误差和方位基准系统误差，并估计各种系统误差参数。

1）顾及基线向量尺度基准系统误差的模型。基线向量尺度基准系统误差是指GNSS网基线向量整体尺度上的系统性误差。在整体平差时，采用附加未知尺度参数的函数模型可消除该误差。假设GNSS网相对于平差基准的系统误差为 m，则基线向量的误差方程为：

$$\begin{bmatrix} V_{\Delta X} \\ V_{\Delta Y} \\ V_{\Delta Z} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} dX_i \\ dY_i \\ dZ_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dX_j \\ dY_j \\ dZ_j \end{bmatrix} + m\begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X'_{ij} - \Delta X_{ij} \\ \Delta Y'_{ij} - \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z'_{ij} - \Delta Z_{ij} \end{bmatrix} \tag{1}$$

式中，$V_{\Delta X}$、$V_{\Delta Y}$、$V_{\Delta Z}$ 为观测值改正数；dX_i、dY_i、dZ_i 和 dX_j、dY_j、dZ_j 分别为 i、j 两点坐标从近似值到平差值的改正数；ΔX_{ij}、ΔY_{ij}、ΔZ_{ij} 为 i、j 两点的近似坐标差值；$\Delta X'_{ij}$、$\Delta Y'_{ij}$、$\Delta Z'_{ij}$ 为基线向量观测值。

通过整体平差即可得到消除GNSS网整体尺度误差的平差结果，并同时求出观测量相对于平差基准的系统尺度误差。

2）顾及基线向量方位基准系统误差的模型。基线向量方位基准系统误差是指整个GNSS网在空间直角坐标系中整体旋转的系统误差，可表述为绕X、Y、Z轴的旋转角。整体平差时，在函数模型中加入这3个旋转参数可消除该误差。假设GNSS网相对于平差基准的旋转参数为w_x、w_y、w_z，则基线向量的误差方程为：

$$\begin{bmatrix} V_{\Delta X} \\ V_{\Delta Y} \\ V_{\Delta Z} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} dX_i \\ dY_i \\ dZ_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dX_j \\ dY_j \\ dZ_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\Delta Z_{ij} & \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} & 0 & -\Delta X_{ij} \\ -\Delta Y_{ij} & \Delta X_{ij} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X'_{ij} - \Delta X_{ij} \\ \Delta Y'_{ij} - \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z'_{ij} - \Delta Z_{ij} \end{bmatrix} \tag{2}$$

3）同时顾及基线向量尺度基准和方位基准系统误差的模型。其误差方程为：

$$\begin{bmatrix} V_{\Delta X} \\ V_{\Delta Y} \\ V_{\Delta Z} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} dX_i \\ dY_i \\ dZ_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dX_j \\ dY_j \\ dZ_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\Delta Z_{ij} & \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} & 0 & -\Delta X_{ij} \\ -\Delta Y_{ij} & \Delta X_{ij} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} + m\begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X'_{ij} - \Delta X_{ij} \\ \Delta Y'_{ij} - \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z'_{ij} - \Delta Z_{ij} \end{bmatrix} \tag{3}$$

4.3.3 平差精度统计

本文GNSS网约束平差最终获得了高精度的平差成果，点位精度统计见表3、4。

表3 点位精度中误差统计/m

等级	方向	最大值	最小值	平均值
B级	X	0.002 4	0.000 5	0.000 9
	Y	0.002 7	0.000 6	0.001 1
	Z	0.009 3	0.002 1	0.004 2
C级	X	0.003 6	0.000 9	0.001 6
	Y	0.003 5	0.000 9	0.001 5
	Z	0.020 4	0.004 8	0.007 5

表4 点位精度中误差区间个数统计/个

等级	方向	0~0.005 m	0.005~0.01 m	0.01~0.02 m	>0.02 m
B级	X	26	0	0	0
	Y	26	0	0	0
	Z	23	3	0	0
C级	X	96	0	0	0
	Y	96	0	0	0
	Z	3	72	21	0

4.4 似大地水准面计算

4.4.1 确定高分辨率高精度地面局部重力场的总体思路

1）构建高分辨率（2′×2′）地面重力异常格网数字模型。采用地形均衡重力归算，以高分辨率地形均衡重力异常为基础进行拟合内插，拟合插值函数采用连续曲率张力样条函数。该方法对实测重力数据中包含的地形影响敏感，在山区均衡重力异常变化反映地形变化，张力样条函数对局部地形起伏有较好的自适应特性，特别适宜在重力数据稀疏地区的拟合内插。

2）精化地形影响。采用Helmert第二类（地形）凝集法，将地形质量垂向压缩凝集在大地水准面上成薄层，这种地形移去—恢复模式优于其他模式，且物理概念简明，能较方便地计算地形间接影响。

3）精化各类地形影响的球面积分。传统积分采用平面近似，随后发展为球面近似，但均忽略了其中球面曲率的影响项，研究推导严格顾及该项的精密球面积分，可使精度提高到亚厘米级。

4）精化局部重力场短波和甚短波分量。将确定局部重力场扰动位的Stokes积分公式等价分解为多分辨率表达形式，即$S(\Delta g+\delta A)=S(\Delta g)+S(\delta A)$，$S(\cdot)$为Stokes积分算子，$\Delta g$为较低分辨率的格网值，$\delta A$为地形直接影响。计算$S(\delta A)$时Stokes核函数采用高阶或甚高阶球谐展开级数，利用高分辨率DEM计算高分辨率或甚高分辨率δA格网数据，可使$S(\delta A)$的分辨率达到10 km，甚至更高，可最大限度地恢复局部地形变化的贡献。

4.4.2 球面近似和椭球改正

在局部重力场的计算中，由于积分计算的范围较小，当只要求米级或分米级精度时，为简化计算，通常又将球面积分作平面近似，忽略了球面弯曲，即地球曲率影响；当要求厘米级或更优的精度时，必须采用更严密的球面积分。Stokes-Helmert边值问题涉及地球表面和大地水准面（或似大地水准面）两个边界面，都是非常复杂的曲面，数学上不可能用解析式精确表达，因此在这种高粗糙度的表面上实施Stokes积分，无法给出其积分核函数的封闭解析表达式，必须将其简化为一个规则光滑的曲面。大地水准面代表地球总体形状，粗略一点接近球体，准确一点接近一个旋转椭球体，但要构建椭球面上Stokes积分核函数也很困难，因此现有的计算界面上扰动位T的积分公式以及计算地形影响dV和dA的积分都是球面近似公式。同时，各种计算公式中涉及的空间点位、方向和观测量都是在以参考椭球为基准面的大地坐标系中（基准方向是椭球面法线方向）定义的，而采用球面近似的大地水准面相对以椭球面为基准的大地水准面将受到歪曲，观测的重力方向也偏离了椭球法线方向，产生垂线偏差，使在大地坐标系中计算的点位和方位角受到影响。利用球面近似计算的扰动位去计算垂线偏差又受到间接影响。理论上参考椭球不能取球面代替，在高精度全球和局部重力场的逼近中所涉及的量值，特别是作为基础数据的重力异常Δg都应加椭球改正，本文着重讨论Δg力的椭球改正[16-18]。Δg

的椭球改正包括垂线偏差影响（ε_p）和椭球法向与地心矢径方向之间夹角的影响（ε_e）。

$$\Delta g=\left|\boldsymbol{g}_P\right|-\left|\boldsymbol{\gamma}_Q\right|=\boldsymbol{g}_P\times\boldsymbol{e}_g-\left|\boldsymbol{\gamma}_Q\right|$$

$$=-\left(\frac{\partial W}{\partial h}\boldsymbol{e}_n+\frac{\partial W}{\mathrm{M_E}\partial\varphi}\boldsymbol{e}_\varphi+\frac{\partial W}{\mathrm{N_E}\cos\varphi\partial\lambda}\boldsymbol{e}_\lambda\right)\boldsymbol{e}_g-\left|\boldsymbol{\gamma}_Q\right| \quad (4)$$

式中，$\mathrm{M_E}$、$\mathrm{N_E}$ 分别为子午圈和卯酉圈的曲率半径。

图3是在局部直角坐标系中表示垂线偏差，X 轴指向北，Y 轴指向东，Z 轴与椭球法线重合；$\boldsymbol{e}_\varphi$、$\boldsymbol{e}_\lambda$、$\boldsymbol{e}_h$ 分别为对应坐标轴的单位向量；u 为总垂线偏差；$\boldsymbol{e}_g$ 为重力方向的单位向量，在该坐标系中表示为：

$$\boldsymbol{e}_g=\cos u\left(\boldsymbol{e}_h+\tan\xi\boldsymbol{e}_\varphi+\tan\eta\boldsymbol{e}_\lambda\right)\approx\cos u\left(\boldsymbol{e}_h+\xi\boldsymbol{e}_\varphi+\eta\boldsymbol{e}_\lambda\right) \quad (5)$$

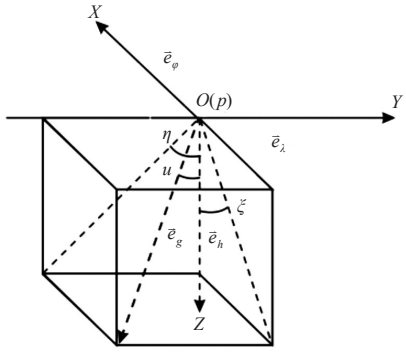


图3　垂线偏差

将式（5）代入式（4）可得：

$$\Delta g=-\cos u\left(\frac{\partial W}{\partial h}+\xi\frac{\partial W}{\mathrm{M_E}\partial\varphi}+\eta\frac{\partial W}{\mathrm{N_E}\cos\varphi\partial\lambda}\right)-\left|\boldsymbol{\gamma}_Q\right| \quad (6)$$

Δg 是按其定义顾及垂线偏差影响的理论值，但作为Stokes积分边值的重力异常观测值 $\Delta g'$ 未顾及垂线偏差影响，直接采用重力异常向量 $\left(\boldsymbol{g}_P-\boldsymbol{\gamma}_Q\right)$ 在椭球法向上的分量 $-\frac{\partial W}{\partial h}$，即

$$\Delta g'=\left(\boldsymbol{g}_P-\boldsymbol{\gamma}_Q\right)\times\boldsymbol{e}_n=\boldsymbol{g}_P\times\boldsymbol{e}_n-\left|\boldsymbol{\gamma}_Q\right|=-\frac{\partial W}{\partial h}-\left|\boldsymbol{\gamma}_Q\right| \quad (7)$$

顾及 $\cos u\times\xi\approx\xi$，$\cos u\times\eta\approx\eta$，则有：

$$\varepsilon_P=\Delta g-\Delta g'=\left[(1-\cos u)\frac{\partial W}{\partial h}-\xi\frac{\partial W}{\mathrm{M_E}\partial\varphi}-\eta\frac{\partial W}{\mathrm{N_E}\cos\varphi\partial\lambda}\right] \quad (8)$$

图4中 $\boldsymbol{e}_h$ 为椭球面法线外方向上的单位向量；$\boldsymbol{e}_r$ 为地心矢径方向上的单位向量；$\boldsymbol{e}_\theta$ 为在子午面内与 $\boldsymbol{e}_r$ 正交的单位向量，指向地心余纬 θ 增加的方向，则有：

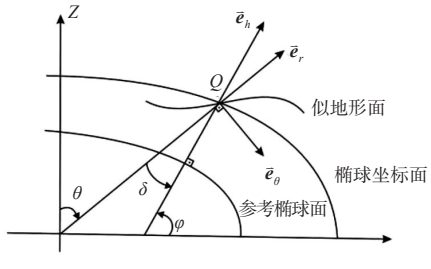


图4　椭球面法线方向与地心矢径方向的偏差

$$\boldsymbol{e}_h=\cos\delta\times\boldsymbol{e}_r-\sin\delta\times\boldsymbol{e}_\theta \quad (9)$$

利用式（9）可将属于椭球法线的向量转换为属于椭球矢径的向量 $(\boldsymbol{e}_r,\boldsymbol{e}_\theta)$，但推求 ε_e 难以利用推导 ε_p 类似的几何关系，因此利用Molodensky问题严格线性化边值条件，将边界正常的地球表面视作正常椭球面（中心重合，扁率相同），且等天顶线方向 τ 与椭球法线方向 h 近似重合，并顾及 $\frac{2}{r}=-\frac{1}{\gamma}\frac{\partial\gamma}{\partial r}$，则法线方向偏导数 $\frac{\partial}{\partial h}$ 与地心矢径方向偏导数 $\frac{\partial}{\partial r}$ 的关系为：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial T}{\partial h}=\dfrac{\partial T}{\partial r}+\varepsilon_h\\[2ex]\dfrac{1}{\gamma}\dfrac{\partial\gamma}{\partial h}=\dfrac{1}{\gamma}\dfrac{\partial\gamma}{\partial r}+\varepsilon_r\end{cases} \quad (10)$$

$$\varepsilon_e=\varepsilon_h+\varepsilon_\gamma \quad (11)$$

梯度向量 ∇T 在径向标架 $\left(\boldsymbol{e}_r,\boldsymbol{e}_\theta,\boldsymbol{e}_\lambda\right)$ 中可表示为：

$$\nabla T=\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)\boldsymbol{e}_r+\left(\frac{\partial T}{r\partial\theta}\right)\boldsymbol{e}_\theta+\left(\frac{\partial T}{r\cos\theta\partial\lambda}\right)\boldsymbol{e}_\lambda \quad (12)$$

由于 $\frac{\partial T}{\partial h}=\nabla T\times\boldsymbol{e}_h$，顾及式（9），则有：

$$\frac{\partial T}{\partial h}=\cos\delta\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)-\sin\delta\left(\frac{\partial T}{r\partial\theta}\right) \quad (13)$$

由椭球大地测量学可知，$\sin\delta\approx\boldsymbol{e}^2\sin\theta\cos\theta$，$\cos\delta\approx1$，则有：

$$\frac{\partial T}{\partial h}=\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\boldsymbol{e}^2\sin\theta\cos\theta\frac{\partial T}{r\partial\theta} \quad (14)$$

$$\varepsilon_h=\boldsymbol{e}^2\sin\theta\cos\theta\frac{\partial T}{r\partial\theta} \quad (15)$$

$$\frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial h}\right)=\frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial r}\right)-\boldsymbol{e}^2\sin\theta\cos\theta\frac{\partial\gamma}{\gamma r\partial\theta} \quad (16)$$

由正常位 $U(r,\theta)$ 可导出 $\gamma=-\frac{\partial U}{\partial h}$、$\frac{\partial\gamma}{\partial r}$ 和 $\frac{\partial\gamma}{\partial\theta}$，略去推导细节，则有：

$$\frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial h}\right)T=-\frac{2}{r}T+\varepsilon_\gamma \quad (17)$$

$$\varepsilon_\gamma=\left[6J_2\frac{a^2}{r^3}P_2(\cos\theta)-\frac{3\omega^2r^2}{GM}\sin^2\theta\right]T \quad (18)$$

式中，J_2 为二阶带谐系数（动力形状因子）；$P_2(\cos\theta)$ 为二阶Legendre多项式；ω 为地球自转角速度；实用上可将 ε_h 和 ε_γ 做成数字格网，形成格网平均值。

4.4.3　利用高分辨率地形数据恢复甚短波扰动重力场

在局部重力场的确定中，目前可利用5′×5′（相当于10 km×10 km）地面格网平均重力异常和2 160阶次的参考重力场EGM08恢复近乎全波段的局部扰动重力场，包括扰动位、大地水准面、高程异常和垂线偏差。这里可将高于5′×5′分辨率（对应阶次 n >2 160）的重力场谱分量认为是甚短波重力场，若需获得更高

分辨率的局部重力场参数，理论上要求有更高分辨率的重力数据，可能要大幅提高成本投入；而中等和高山区正是重力数据稀疏、重力测量困难的地区，如何在这些地区在不增加重力测量的条件下，恢复更高分辨率的扰动位，是本文研究的问题。

1）理论依据。本文以地形对地面点引力的直接影响 δg_t 为边值数据实施广义Stokes积分，计算地形对地面点扰动位和垂线偏差的贡献。地形高采用超高分辨率（如7.5″×7.5″）格网化数据，Stokes核函数则采用相应超高阶球谐级数展开。

该方法的基本理论依据为地面甚短波局部扰动重力场完全由局部地形质量产生。地面上一点的扰动重力场参数、重力异常、扰动位和垂线偏差均可在频谱域分解为长波、中波、短波和甚短波4个波段谱分量的迭加。地球外部（包括地球表面）扰动重力场是地球自然重力场与正常地球重力场之差，后者是由正常椭球产生的正常重力场。假定正常椭球包含的质量与地球总质量相等、椭球中心与地球质心重合、椭球短轴与地球自转轴重合、旋转角速度相同以及正常椭球表面是一个封闭的水准面，其位常数与大地水准面的位常数相等，则可认为扰动重力场由地球体中扰动质量分布产生。扰动质量分布又归结为地球密度异常分布，是地球密度分布相对于正常椭球某种理论密度分布之差；正常椭球外部无物质分布，因此大地水准面外部的地形质量全部构成一种扰动质量分布或密度异常分布，在空间尺度上，产生中波、短波和甚短波扰动重力场；大地水准面下面至地球深部扰动质量分布，产生长波和中波扰动重力场。因此，可以认为短波和甚短波扰动重力场，特别是甚短波，完全由地形质量产生，与大地水准面以下异常物质分布无关。

目前扰动重力场的长波和中波段可由最新高精度全球扰动位模型以优于1 cm的精度确定，100 km分辨率的短波部分也可达到厘米级精度（2~3 cm），随着GOCE卫星重力梯度数据的积累和精化处理，新一代全球扰动位模型提供的短波扰动重力场的精度也可望达到1 cm精度，但垂线偏差不可能达到1″的精度，超出了卫星重力探测敏感地形影响的极限能力，必须在局部重力场确定时利用超高分辨率的地形数据恢复短波和甚短波扰动重力场，使垂线偏差的精度达到或优于1″的水平。

2）由地形数据恢复甚短波地面扰动位。地面Helmert空间异常可表示为：

$$\Delta g^h=(g_p-\gamma_Q+\delta g_F+\frac{2}{r_Q}\delta V_{P_g})+\delta g_t \tag{19}$$

右边第一项相当于Stokes方法中大地水准面上的普通空间异常，用 Δg 表示，则有：

$$\Delta g^h=\Delta g+\delta g_t \tag{20}$$

由Stokes公式，地面扰动位可表示为：

$$T_t=\frac{R}{4\pi}\iint_\sigma(\Delta g+\delta g_t)S(r,\psi)\mathrm{d}\sigma+\delta V^t \tag{21}$$

将式（21）分项积分，用两项积分之和表示，即

$$T_t(r,\varphi,\lambda)=\frac{R}{4\pi}\iint_\sigma\Delta gS(r,\psi)\mathrm{d}\sigma+\frac{R}{4\pi}\iint_\sigma\delta g_tS(r,\psi)\mathrm{d}\sigma+\delta V^t \tag{22}$$

其中第一项积分是利用地面重力异常计算地面扰动位的普通Stokes积分，其分辨率取决于 Δg 格网数据的分辨率，这里可以是5′×5′或2.5′×2.5′；第二项积分中的边值数据 δg_t 是完全由地形数据计算的地形对地面点引力的直接影响，与重力观测数据无关，这里通过7.5″×7.5″地形高格网数据计算。$S(r,\psi)$ 的球谐级数展开式为：

$$S(r,\psi)=\sum_{n=2}^{n_{\max}}\frac{2n+1}{n-1}\frac{R^{n+1}}{r^{n+1}}P_n(\cos\psi) \tag{23}$$

式中，r 为计算点的地心距；$P_n(\cos\psi)$ 为 n 阶Legendre多项式。

设 $t=\cos\psi$，则有以下简单递推公式：

$$\begin{cases}P_n(t)=-\dfrac{n-1}{n}P_{n-2}(t)+\dfrac{2n-1}{n}tP_{n-1}(t)\\ P_0(t)=1,\ P_1(t)=t,\ P_2(t)=\dfrac{3}{2}t^2-\dfrac{1}{2}\end{cases} \tag{24}$$

式（23）中 $S(r,\psi)$ 级数的最大截断阶 $n_{\max}$ 应与7.5″×7.5″分辨率一致，则 $n_{\max}$=86 400。$P_n(\cos\psi)$ 递推计算简单快速高效，虽然总体增加了计算机耗时，但可以很高的精度恢复甚短波地面扰动位。

4.4.4 似大地水准面计算实施情况

南昌市市域似大地水准面模型覆盖面积近8 000 km^2，在全市域似大地水准面计算中，7.5″×7.5″SRTM用于Airy-Haiskanen地形均衡归算、地形位和地形引力影响的计算，采用4 250个点重力数据和80个GNSS水准资料，以EIGEN6C4地球重力场模型为参考重力场，由第二类Helmert凝集法计算重力似大地水准面，与80个GNSS水准资料的比较精度为±7 mm，均匀分布的22个未参与大地水准面计算的独立GNSS水准点外部检核精度为±7 mm（表5）[18-20]。利用球冠谐[21-22]调和分析方法将GNSS水准与重力似大地水准面联合求解似大地水准面，其精度可达±4.5 mm，若采用四舍五入的小数进位法后得出似大地水准面精度为±5 mm；若采用奇进偶不进的小数进位法可得似大地水准面精度为±4 mm，是目前国内精度最高的地级

市市域似大地水准面之一。

表5　GNSS水准与GNSS似大地水准面高程残差统计/m

方法	点数	最大值	最小值	平均值	均方根	标准差
外部检核	22	0.013	−0.010	0.000	±0.007	±0.007
球冠谐调和	80	0.011	−0.010	0.000	±0.004 5	±0.004 5

5　结　语

南昌市市域现代测绘基准体系的建设，实现了市域覆盖、动静结合、邻域关联，完善了南昌市域现代化、高精度的测绘基准框架，可为社会各界提供三维、动态、高精度的空间定位保障，为数字南昌、国土空间规划、城乡建设、自然资源调查和灾害监测等各项经济建设提供广泛的测绘服务，具有极其重要的科学意义和社会效益。NCCORS与亚厘米级市域高精度似大地水准面的结合应用，真正实现了GNSS技术在几何和物理意义上的三维定位功能，极大地改善了传统测量作业模式，大幅提高了生产效率，具有巨大的经济效益。通过研究GNSS和水准观测的同期性、GNSS数据处理以及大地水准面计算等关键技术，提升了测绘技术水平，促进了科技进步，可为国内城市建立市域现代测绘基准体系提供借鉴。。

参考文献

[1] 陈俊勇. 面向数字中国建设中国的现代大地测量基准[J]. 地理空间信息,2005,3(5):1-3

[2] 陈俊勇,杨元喜,王敏,等. 2000国家大地控制网的构建和它的技术进步[J]. 测绘学报,2007,36(1):1-8

[3] 陈俊勇,张鹏. 国家测绘基准“十二五”重大项目的思考[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2009,34(10):1135-1138

[4] 赵鑫,段怡红,吕玉霞,等. 现代测绘基准体系标准化建设探讨[J]. 地理空间信息,2018,16(5):23-25

[5] 张鹏,武军郦,孙占义. 国家现代测绘基准建设与服务[J]. 地理信息世界,2018,25(1):39-41

[6] 张鹏,武军郦,孙占义. 国家测绘基准体系基础设施建设[J]. 测绘通报,2015(10):9-11

[7] 张凯,吕志慧,徐偲. 江苏省新型基础测绘体系建设研究[J]. 地理空间信息,2020,18(10):118-121

[8] 邓思胜,宋传峰,陈敬,等. 粤港澳大湾区大地基准和高程基准的统一[J]. 地理空间信息,2022,20(5):169-172

[9] 符阳,符永好. 海口市测绘基准升级改造[J]. 地理空间信息,2019,17(12):106-109

[10] 卢立. 宜昌城区2000国家大地基准建设[J]. 地理空间信息,2022,20(6):99-101

[11] 徐锦明. 江西省现代大地基准似大地水准面精化完善[J]. 江西测绘,2018(1):19-23

[12] 南昌市人民政府关于全面使用南昌2000坐标系的通知:洪府字[2019]17号[Z].

[13] 陈明,武军郦. 卫星导航定位基准站网调查分析与发展思考[J]. 地理信息世界,2017,24(2):73-77

[14] 吴迪,汪建光. 基础测绘转型升级融入自然资源管理的思考[J]. 地理空间信息,2022,20(4):44-47

[15] 罗泳,张品超,吴金华. 南昌市域平面控制网建设及数据处理方法分析[J]. 江西测绘,2020(4):6-9

[16] 宁津生. 地球重力场模型及其应用[J]. 冶金测绘,1994,3(2):1-8

[17] 何亚军,陈晓茜. 多类地球重力场模型的高程异常精度比较[J]. 地理空间信息,2021,19(6):60-63

[18] 黄谟涛,邓凯亮,陈欣,等. 基于Stokes-Helmert边值理论的大地水准面计算模型改化及分析检验[J]. 海洋测绘,2020,40(5):1-8

[19] 章传银,马旭,章磊,等. 基于GNSS水准和重力场误差特性的大地水准面精度评估方法[J]. 测绘学报,2021,50(1):12-17

[20] 方郧农,闵会,孙聪,等. 城市似大地水准面精化成果精度检测和评定[J]. 地理空间信息,2020,18(12):63-64

[21] 王燚,姜效典,李德勇. 多源重力数据球冠谐模型抗差融合法[J]. 测绘学报,2015,44(9):952-957

[22] 曾艳艳,于锦海,万晓云. 任意球冠下Stokes-Neumman混合边值问题的球谐函数有限逼近方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2014,39(1):65-69

(上接第122页)

[10] 葛茂荣,谢宝童. 动态对动态GPS实时差分定位[J]. 工程勘察,1998,26(4):57-59

[11] 张先春. 联动目标的北斗高精度定位技术研究与应用[D]. 武汉:武汉大学,2018

[12] 叶兴彬,庄磊,张如伟,等. L频段星载SAR与GNSS同频干扰分析及验证[J]. 航天器工程,2021,30(5):101-106

[13] 苗欣欣. 卫星5G一体化网络同频干扰机理分析研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2021

[14] 王晓君,甄云双. 宽带干扰背景下的多阵元卫星导航信号模拟[J]. 太赫兹科学与电子信息学报,2020,18(2):208-214

[15] 杜冰,李家旺,王先梅,等. 基于干扰对齐的NGSO星座系统同频干扰抑制[J]. 通信学报,2021,42(12):144-151

[16] 谭添,文嘉棋. 5G通信对C波段卫星接收信号的干扰分析与应对措施[J]. 广播电视信息,2022,29(2):88-90

[17] Wang S, Zhan X, Zhai Y, et al. Highly Reliable Relative Navigation for Multi-UAV Formation Flight in Urban Environments[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2020, 34(7): 257-270