引文格式：欧江霞,陈运坤,邓雄文,等. 一种基于双影响因子的软基沉降时序模型[J]. 地理空间信息, 2023, 21(11): 107-110. doi:10. 3969/j.issn. 1672-4623.2023.11.026

一种基于双影响因子的软基沉降时序模型

欧江霞[1]，陈运坤[1]，邓雄文[1]，李　茹[1]
（1. 广州市地质调查院，广东 广州 510663）

摘　要：为进一步提高软基沉降预测精度，对利用钻探取样、单轴固结实验、渗透—三轴固结联合实验、经验公式建立的固结沉降时序模型以及通过稳健加权总体最小二乘算法拟合得到的区块沉降时序模型进行组合，得到一种以时间为自变量、基于固结沉降和区块沉降双影响因子的软基沉降时序模型。将模型应用于广州市南沙区某软基地面监测点沉降预测中，结果表明该模型较好地反演了软基沉降规律，预测误差指标均小于其他模型，预测准确性和可靠性最高。

关键词：软基沉降；固结实验；多项式拟合；Huber 函数；加权总体最小二乘
中图分类号：P258　　**文献标志码：**B　　**文章编号：**1672-4623（2023）11-0107-04

Time Series Model of Soft Ground Settlement Based on Double Influence Factors

OU Jiangxia[1], CHEN Yunkun[1], DENG Xiongwen[1], LI Ru[1]
(1. Geological Survey of Guangzhou, Guangzhou 510663, China)

Abstract: In order to improve prediction accuracy of soft ground settlement, we combined the consolidation settlement time series model based on drilling sampling, uniaxial consolidation experiment, seepage-triaxial consolidation experiment and empirical formula and block settlement time series model fitted with robust weighted total least squares algorithm to obtain the time series model of soft ground settlement based on double influence factors. The model was applied to the settlement prediction of a soft ground monitoring point in Nansha District, Guangzhou City. The result shows that this model has a good inversion of the soft ground settlement law, its prediction errors are less than other models, and has the highest prediction accuracy and reliability.

Key words: soft ground settlement, consolidation experiment, polynomial fitting, Huber function, weighted total least squares

沿海地区地貌以冲积平原为主，地基由分布广、厚度大的软土组成，地质环境相对复杂，在开发、利用过程中出现的地基沉降、地面塌陷等地质灾害问题日益突出。近年来，国内外学者围绕应力—应变本构模型对软基力学特性开展了大量研究，提出了剑桥模型[1-2]；刘创印[3]、李鹏[4]和Liu M D[5]等引入孔隙比及其对应的演变特性，建立了结构剑桥模型；殷建华[6-7]等则提出了等效时间概念，建立了一维粘—弹—塑性本构模型（EVP），经香港机场沉降分析等工程项目实践论证后，被广泛应用于软基沉降预测领域。

上述模型较好地描述和演绎了软土在固结实验和短期地基处理工程等领域的力学特性，为模拟地基沉降规律、研判地基发展趋势和制定项目施工工艺提供了及时有效的数据支撑。然而，由于软土固结过程的复杂性和长周期性，对于持续时间较长的软基处理工程，其荷载、内部土体结构和外部地质环境的无规律变化使得上述模型无法准确掌握地基固结状态以及附着其上建（构）筑物的沉降情况。本文在EVP的基础上，将软基沉降划分为固结沉降和区块沉降两部分，固结沉降为软基理论沉降，包括主固结沉降和蠕变沉降，其时序模型通过钻探取样、单轴固结实验、渗透—三轴固结联合实验等方式计算；区块沉降包括由顶部覆盖层荷载变化、内部结构变形、地质环境变化等因素产生的沉降，其时序模型通过基于稳健估计Huber函数[8-10]构建的新的加权总体最小二乘法对区块沉降（软基沉降剥离量）进行多项式拟合得到。本文对固结沉降时序模型、区块沉降时序模型进行组合，构建新的软基沉降时序模型，并将其应用于软土地基沉降预测中，以验证模型的可靠性和优越性。

收稿日期：2022-08-18。
项目来源：国家自然科学基金资助项目（41974214）。
第一作者简介：欧江霞（1989—），硕士研究生，工程师，注册测绘师，主要研究方向为大地测量数据处理方法研究，E-mail：oujx0512@163.com。

1 软基沉降时序模型推导

1.1 固结沉降时序模型

对于一维应变软基固结沉降分析，根据达西定律和相关连续条件，则有[11]：

$$\frac{kv}{\gamma_w}\frac{\partial^2\mu_e}{\partial z^2}=-\frac{\partial\varepsilon_z}{\partial t} \tag{1}$$

式中，kv 为软土渗透系数；γ_w 为水的重度；μ_e 为软土超孔隙水压力。

若已知静水压力 μ_s、μ_e 和总竖向应力 μ_z，EVP模型可写为：

$$\frac{\partial\varepsilon_z}{\partial t}=\frac{\kappa}{V}\frac{1}{\mu_z-\mu_s-\mu_e}\frac{\partial(\mu_z-\mu_s-\mu_e)}{\partial t}+\frac{\psi}{Vt_0}\times \exp\left[-(\varepsilon_z-\varepsilon_{z_0}^{ep})\frac{V}{\psi}\right](\frac{\mu_z-\mu_s-\mu}{\sigma'_{Z_0}})^{\lambda/\psi} \tag{2}$$

式中，κ 为回弹系数；$V=1+e_0$（e_0 为初始孔隙水压力）；λ 为压缩系数；ψ 为粘性系数。

结合式（1）、（2）可得到 μ_e、μ_z 及其在时间上的分布情况。为便于计算，殷建华[12]对上述公式进行了简化，提出正常固结状态下的固结沉降时序模型，即

$$S_C=S_P+S_R=U_tS_f+\frac{C_{\alpha\varepsilon}H}{(1+e_0)}\log(\frac{t}{t_0}) \tag{3}$$

$$\begin{cases}U_t=1-\dfrac{8}{\pi^2}e^{-\frac{\pi^2}{4}T_v}\\ T_v=tC_v/h_0^2\\ C_v=kv/m_v\\ m_v=\lambda/(1+e_0)\end{cases} \tag{4}$$

式中，U_t 为参考时间 t 点的软土固结度；S_f 为最终固结沉降量；T_v 为竖向固结时间因子；C_v 为软土竖向固结系数；m_v 为体积压缩系数；h_0 为软土最远排水距离（单面排水 h_0 为软土厚度，双面排水 h_0 为软土厚度一半）；$C_{\alpha\varepsilon}$ 为蠕变系数；t_0 为蠕变时间参数（一般取1 d）。

1.2 区块沉降时序模型

根据软基沉降的复杂性和不稳定性，采用多项式拟合法模拟区块沉降规律，令：

$$S_a=b_0+b_1t+b_2t^2+b_3t^3+\cdots+b_mt^m \tag{5}$$

式中，b_0、b_1、…、b_m 为待求参数；t 为时间变量。

顾及观测向量误差与系数矩阵误差的EIV模型为：

$$\boldsymbol{S}_a-e_{S_a}=(\boldsymbol{A}-E_A)\xi \tag{6}$$

式中，$\boldsymbol{S}_a$ 为含有随机误差 e_{S_a} 的 $n\times1$ 维观测向量；$\boldsymbol{A}$ 为含有随机误差 E_A 的 $n\times m$ 维系数矩阵；ξ 为待估参数，在满足 $\left\|(\Delta\boldsymbol{A},\Delta\boldsymbol{S}_a)\right\|_F=\min$ 的约束条件下，可解算得到 ξ 的值[13-15]。

在此基础上，本文引入稳健估计Huber函数，进一步优化加权总体最小二乘解算，具体步骤为：

1）利用最小二乘法计算参数估值 $\hat{\xi}_{(0)}$，分别定义系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行向量 $\boldsymbol{P}_{t(1)}$、列向量矩阵 $\boldsymbol{P}_0$ 以及观测向量初始权阵 $\boldsymbol{P}_{S_a(1)}$。

$$\begin{cases}\underset{(m+1)\times(m+1)}{\boldsymbol{P}_0}=\mathrm{diag}\left[\overbrace{1\ \ 1\ \cdots\ 1}^{m}\ 0\right]\\ \underset{n\times n}{\boldsymbol{P}_{t(1)}}=\underset{n\times n}{\boldsymbol{P}_{S_a(1)}}=\mathrm{diag}\left[\overbrace{1\ \ 1\ \cdots\ 1}^{n}\right]\end{cases} \tag{7}$$

2）计算 $\hat{\xi}_{(1)}$ 的迭代初始值。$\boldsymbol{Q}_{S_a}$、$\boldsymbol{Q}_t$、$\boldsymbol{Q}_0$ 分别为 $\boldsymbol{P}_{S_a}$、$\boldsymbol{P}_t$、$\boldsymbol{P}_0$ 的广义逆定义，即

$$\begin{cases}\hat{v}_{(0)}=0\\ \hat{\boldsymbol{\xi}}_{(0)}=(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{S_a(1)}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{S_a(1)}\boldsymbol{S}_a\\ \hat{\boldsymbol{\mu}}_{(0)}=(\boldsymbol{Q}_{S_a(1)}+((\hat{\xi}_{(0)})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_0\hat{\xi}_{(0)})\boldsymbol{Q}_{t(1)})^{-1}\\ \hat{\boldsymbol{\xi}}_{(1)}=((\hat{\mu}_{(0)}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\hat{\mu}_{(0)})\boldsymbol{S}_a\end{cases} \tag{8}$$

3）计算 $\hat{\mu}_{(i)}$、$\hat{\lambda}_{(i)}$ 和 $\hat{v}_{(i)}$，即

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{\mu}}_{(i)}=(\boldsymbol{Q}_{S_a(i)}+((\hat{\boldsymbol{\xi}}_{(i)}{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_0\hat{\boldsymbol{\xi}}_{(i)})\boldsymbol{Q}_{t(i)})^{-1}\\ \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{(i)}=\hat{\boldsymbol{\mu}}_{(i)}(\boldsymbol{S}_a-\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{\xi}}_{(i)})\\ \hat{\boldsymbol{v}}_{(i)}=(\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{(i)})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{t(i)}\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{(i)}\end{cases} \tag{9}$$

4）计算 $\hat{\boldsymbol{\xi}}_{(i+1)}$，即

$$\hat{\boldsymbol{\xi}}_{(i+1)}=(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\mu}}_{(i)}\boldsymbol{A}-\hat{\boldsymbol{v}}_{(i)}\boldsymbol{Q}_0)^{-1}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\mu}}_{(i)}\boldsymbol{S}_a) \tag{10}$$

5）计算残差 $V(i)$，即

$$V(i)=\frac{\boldsymbol{S}_a-\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{\xi}}_{(i+1)}}{\sqrt{1+(\hat{\boldsymbol{\xi}}_{(i+1)})^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\xi}}_{(i+1)}}} \tag{11}$$

6）根据 $V(i)$ 和稳健估计Huber方案计算权因子 $\omega_{(i)}$，并重新定义观测向量权阵、$\boldsymbol{P}_{S_a(i+1)}=\boldsymbol{P}_{S_a(i+1)}\omega_{(i)}$，则有：

$$\omega_{(i)}=\begin{cases}1, & \left|V_{(i)}\right|\leqslant C\\ \dfrac{C}{\left|V_{(i)}\right|}, & \left|V_{(i)}\right|>C\end{cases} \tag{12}$$

式中，C 为调和函数，本文取1.5倍中误差（即 $1.5\hat{\sigma}$）。

7）重复步骤3）~6），直至满足 $\|\hat{\boldsymbol{\xi}}_{(i+1)}-\hat{\boldsymbol{\xi}}_{(i)}|<\delta_0$ 为止（δ_0 为阈值，本文取 $\delta_0=10^{-6}$）。

1.3 软基沉降时序模型

令 t 时刻软基沉降量为：

$$S_{T(t)}=S_{C(t)}+S_{a(t)} \tag{13}$$

在已知若干期软基沉降量 $S_{T(t)}$ 和软基沉降量 $S_{C(t)}$ 的前提下，利用式（14）对已知沉降量进行剥离，得到区块沉降量 $S_{a(t)}$，再根据区块沉降时序模型拟合得到区块沉降时序模型。软基沉降时序模型为：

$$S_T=\overbrace{U_tS_f+\frac{C_{\alpha\varepsilon}H}{(1+e_0)}\log(\frac{t}{t_0})}^{S_C}+\overbrace{b_0+b_1t+b_2t^2+b_3t^3+\cdots+b_mt^m}^{S_a} \tag{14}$$

区块沉降时序模型 S_a 的阶数 m 需满足以下检验[16]：

$$F=\frac{rs(m-1)-rs(m)}{rs(m)/(N-m-1)}\sim F_a(1,N-m-1) \tag{15}$$

式中，rs 为拟合残差；N 为样本总数。

2　算例分析

本文利用构建的软土地基沉降时序模型模拟广州市南沙区某软基地面监测点沉降规律，2011—2021年每半年对实验监测点进行沉降观测一次，共取得22期观测数据。顾及偶然误差影响，以年度为周期统计获取数据（表1），前8次观测结果用于拟合计算沉降时序模型，后3次用于预测对比。

表1　监测点沉降量

期数	沉降量/mm	期数	沉降量/mm
1	90.70	7	374.17
2	150.31	8	410.80
3	195.70	9	440.61
4	233.12	10	474.39
5	270.58	11	512.16
6	−330.73		

广州市南沙区属典型冲击平原地貌，软土厚度大、固结系数低。监测点所属软基处理项目填土高度为2.5 m，根据现场静力触探试验（CPT1~2）探测深度达32.5 m，其中硬壳层和中砂厚度为7.5 m，有效软土厚度为25.0 m。为准确测定监测点所处区域软土力学特性，最大程度降低土样参数与实际参数差异带来的影响，在监测点埋设位置进行了静力触探钻孔取样，并利用单轴固结实验测定土样压缩系数、回弹系数和蠕变系数，利用三轴固结—渗透联合测定土样压缩指标和渗透性指标。

经实验测定的土样力学参数见表2，再根据力学参数计算得到监测点的固结沉降时序模型以及前8期固结沉降量、区块沉降量（表3）。

表2　土样基本力学参数

参数	数值	参数	数值
土样	ZK1	kv（$\times10^{-7}$）	1.15
λ	0.060 9	平均初始孔隙比 e_0	1.50
κ	0.011 1	顶部孔隙比 e_1	1.57
$C_{\alpha\varepsilon}$	0.002 423	底部孔隙比 e_2	1.52

表3　前8期固结沉降量、区块沉降量

期数	固结沉降量/mm	区块沉降量/mm	期数	固结沉降量/mm	区块沉降量/mm
1	82.43	8.28	5	259.36	11.22
2	144.03	6.28	6	283.16	47.57
3	191.86	3.84	7	302.23	71.94
4	229.51	3.61	8	317.58	93.22

对表3所列区块沉降量建立多项式时序模型，并利用本文提出的稳健加权总体最小二乘法解算模型参数。当 m =3 时，拟合残差 $rs(2)$= 709.12、$r(3)$= 218.15，经计算 $F=5.03>F_{0.01}(1,4)=4.54$，说明区块沉降时序模型阶数 $m=3$。由此可得监测点沉降时序模型，并对后3期沉降量进行预测（表4）。

表4　后3期预测沉降量/mm

期数	实测沉降量	模型预测沉降量			误差|Δ|			均方差 $\pm\hat{\sigma}$		
		本文时序模型	传统时序模型	固结时序模型	本文时序模型	传统时序模型	固结时序模型	本文时序模型	传统时序模型	固结时序模型
9	440.61	445.42	426.37	329.99	4.81	14.24	110.62			
10	474.39	479.59	450.69	340.08	5.20	23.70	134.31	7.73	44.28	238.99
11	512.16	509.06	487.57	348.32	3.10	34.59	163.84			

由表4可知，3种时序模型的预测沉降量差别较大，传统时序模型未对相关影响因子进行解析，而是将已知沉降量当作混沌整体，构建的沉降模型表现为前后沉降量的相关函数，虽具一定规律性，但与沉降实际过程有一定出入，因而预测效果不理想，预测误差随时间的推移呈增加趋势；固结时序模型为当前软土地基处理工程中常用的沉降预测模型，其只考虑软土固结过程所产生的沉降，未考虑软土所在区域的整体沉降，因此预测结果与实际沉降存在较大差距；本文时序模型同时考虑了软土固结沉降和区块沉降两个影响因子，利用钻探取样、力学实验建立了固结沉降时序模型，引入稳健加权总体最小二乘法拟合得到了区块沉降时序模型，再将二者组合构建软土沉降时序模型，能较好地反演沉降规律、贴近沉降过

程（图1），预测误差、均方差最小，预测精度最高。

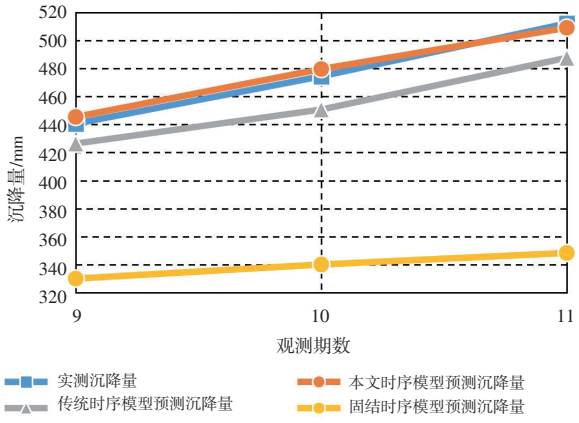


图1 模型预测沉降量与实测沉降量对比

3 结 语

本文提出了一种同时顾及固结沉降和区块沉降的软基沉降时序模型，首先通过钻探取样、单轴固结实验和三轴固结—渗透联合实验测定相关力学参数，结合经验公式建立固结沉降时序模型；再对往期沉降量进行剥离计算区块沉降量，并利用基于稳健估计Huber函数构造的新的加权总体最小二乘算法对区块沉降量进行多项式拟合，得到区块沉降时序模型；最后组合上述两个模型，得到软土地基沉降时序模型。实际应用表明，相较于传统软基沉降预测模型，本文提出的模型预测误差、均方差最小，准确性和可靠性更高。

事实上，由于荷载的动态变化和内部土体结构的复杂性，导致软基沉降的因素很多，为及时发现并有效解决软基沉降带来的不利影响、确保软基处理工程质量以及附着其上建（构）筑物的安全，相关影响因子的作用范围和破坏程度值得进一步深入研究。

参考文献

[1] Riemer W. Landslide and Reservoir (Keynote Paper)[C]// Proceedings of the 6th International Symposium on Landslides,Christchurch,1992

[2] 杨忠文,彭胤宗. 剑桥模型的验证分析[J]. 石家庄铁道大学学报(自然科学版),1990,3(4):20-28

[3] 刘创印,唐亮,孔祥勋,等. 上下加载面剑桥模型在盾构开挖模拟中的应用[J]. 地下空间与工程学报,2020,16(增刊2):722-728

[4] 李鹏,吴刚,刘强,等. 海相软黏土修正剑桥模型参数试验研究[J]. 工程勘察,2020,48(10):17-22

[5] Liu M D,Carter J P. Modeling the Restructuring of Soils During Virgin Compression[J]. Essionnn，2000，50(4):479-483

[6] 殷建华. 等效时间和岩土材料的弹粘塑性模型[J]. 岩石力学与工程学报,1999,18(2):6-10

[7] 殷建华,李廷芥,周国林. 土体与时间相关的一维应力－应变性状、弹粘塑性模型和固结分析[J]. 岩土力学,1994,15(3):65-80

[8] 王新洲,陶本藻,邱卫宁,等. 高等测量平差[M]. 北京:测绘出版社,2006:73-89

[9] 甄龙,周楠,王岚,等. GPS重复基线粗差探测方法比较及实例分析[J]. 地理空间信息,2021,19(12):117-122

[10] 葛文,井发明,徐长虹,等. 自由设站法在地铁竣工测量中的应用研究[J]. 地理空间信息,2021,19(10):65-68

[11] 陈希哲,叶菁. 土力学地基基础[M]. 北京:清华大学出版社,2013:129-135

[12] 殷建华. 从本构模型研究到试验和光纤监测技术研发[J]. 岩土工程学报,2011,33(1):1-15

[13] 欧江霞,刘伟诚. 基于IGGⅢ方案的加权总体最小二乘点云球面拟合[J]. 激光技术,2017,41(5):749-753

[14] 欧江霞,李明峰,王永明,等. 基于稳健加权总体最小二乘的点云数据平面拟合[J]. 大地测量与地球动力学,2014,34(3):160-163

[15] 欧江霞,邓雄文,蔡茂欣,等. 一种基于LS-WTLS的稳健平面拟合方法[J]. 激光技术,2020,44(6):784-788

[16] 黄声享,尹晖,蒋征. 变形监测数据处理[M]. 武汉:武汉大学出版社. 2010:9-29

（上接第100页）

[15] 李爽,程承旗,童晓冲,等. 基于多级信息网格的海量遥感数据存储管理研究[J]. 测绘学报,2016,45(增刊1):106-114

[16] 徐永士,臧冬松,孙功星. 分布式文件元数据管理系统设计[J]. 计算机工程与应用,2012,48(7):1-4

[17] 姚晓闯. 矢量大数据管理关键技术研究[J]. 测绘学报,2018,47(3):423

[18] 赵彦庆,程芳,魏勇. 一种海量空间数据云存储与查询算法[J]. 测绘科学技术学报,2019,36(2):185-189

[19] 葛微,罗圣美,周文辉,等. HiBase:一种基于分层式索引的高效HBase查询技术与系统[J]. 计算机学报,2016,39(1):140-153

[20] Jing W P，Tian D X. An Improved Distributed Storage and Query for Remote Sensing Data[J]. Procedia Computer Science,2018,129:238-247