引文格式：苗长伟. 基坑变形混沌特征识别与非线性预测模型研究[J]. 地理空间信息, 2023, 21(4): 78-81. doi:10. 3969/j.issn. 1672-4623.2023.04.019

基坑变形混沌特征识别与非线性预测模型研究

苗长伟[1]
（1. 中核勘察设计研究有限公司，河南 郑州 450000）

摘　要：混沌理论特征识别是进行混沌时间序列分析和预测的前提。普通的线性数学算法已经无解决基坑变形所遇到的问题，为了研究基坑变形监测数据的非线性复杂问题，采用混沌非线性理论方法，首先求取基坑变形时间序列的延迟时间和嵌入维数，其次对基坑监测数据进行相空间重构，最后对比分析加权一阶局域预测模型以及RBF神经网络混沌预测模型的预测结果，实验表明RBF神经网络混沌预测模型预测精度最高，同时也说明了混沌预测模型更适合短期预测。最终证明了RBF神经网络混沌预测模型应用在基坑变形监测中的可行性与有效性。

关键词：相空间重构；混沌识别；混沌时间序列；加权一阶局域预测；RBF神经网络混沌预测
中图分类号：P258　　**文献标志码：**B　　**文章编号：**1672-4623（2023）04-0078-04

Research on Chaotic Feature Recognition and Nonlinear Prediction Model of Foundation Pit Deformation

MIAO Changwei[1]
(1. China Nuclear Industry SurveyDesign & Research Co., Ltd., Zhengzhou 450000, China)

Abstract: Chaotic theory feature recognition is the premise of chaotic time series analysis and prediction. Common linear mathematical algorithms have failed to solve the problems encountered in the foundation pit deformation. In order to study the nonlinear and complex problems of foundation pit deformation monitoring data, weused the chaotic nonlinear theory method. Firstly, we obtained the delay time and embedding dimension of time series of foundation pit deformation, and then carried out the phase space reconstruction of foundation pit monitoring data. Finally, we compared and analyzed the prediction results of the weighted first-order local prediction model and the chaotic prediction model of RBF neural network. The experimental result shows that the chaotic prediction model of RBF neural network has the highest prediction accuracy, and the chaotic prediction model is more suitable for short-term prediction, which can prove the feasibility and effectiveness of RBF neural network chaotic prediction model in monitoring foundation pit deformation.

Key words: the phase space reconstruction, chaotic recognition, chaotic time series, the weighted first-order local prediction, the chaotic prediction model of RBF neural network

目前非线性科学已涉及自然学科和社会学科的各个领域，混沌理论作为一种常见的非线性学科已应用于多种领域，并且在研究中都取得了较为理想的效果[1-2]。本文在研究基坑变形监测的基础上将混沌理论引入，首先对基坑变形系统进行混沌特征识别，使用多种非线性预测模型对基坑变形数据进行建模预测，这对揭示基坑变形机理以及基坑工程的安全施工具有重要的意义。

1　混沌特征识别

基坑变形的各科参量具有不确定性[3]，在基坑施工或运营过程中由于受到外界的干扰，系统可能会发生分岔并且可能演变成混沌状态，针对此类问题可选用 Verhulst 生物模型拟合基坑变形位移时间序列来判断基坑变形的混沌特性，其方程表示为：

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=k(1-x)x \tag{1}$$

式中，x 为变形值；t 为时间；k 为参数。

$$x_{n+1}=k(1-x_n)x_n \tag{2}$$

若 $k\in[0,1]$，$x\in[0,1]$，则对应logistic映射表示为：

1）$0\leqslant k\leqslant 1$，则 $t\to\infty_0$ 趋于平衡，$x^*=0$，即 $:x\to 0$；

2）$1<k\leqslant 3=k_1$，系统向 $\overline{x^*}=1-\frac{1}{k}$ 演化，k 不断增长，这时 k_1 就为不断变动的分岔点。

3）$3<k\leqslant 1+\sqrt{6}=k_2$，$x^*$ 不断变换，随着 t 值的不断增长，位移序列近似于 x_1^*,x_2^*：

$$x_1^*,x_2^*=\frac{1+k\pm\sqrt{(k+1)(k-3)}}{2k} \tag{3}$$

收稿日期：2021-06-30；修回日期：2022-07-19。
作者简介：苗长伟（1986—），硕士，研究方向为工程测量，E-mail：miaochangwei@qq.com。

4）$k>k_2$，由2点周期变为4点周期，这时$k_3=3.54$；$k>k_3$，变为8点周期；$k>k_4$时，变为16点周期……，这种现象称为周期分岔，示意图如图1所示。

当$k>k_n$时，会出现稳定的2^n点周期，当$k\geqslant k_\infty=3.569\,95$，则表现为$\lim\limits_{k\to\infty}2^n=\infty$的非周期。

1.1　最大Lyapunov指数

混沌时间序列的重构相空间为：

$$Y(ti)=[x(ti),x(ti+\tau),x(ti+2\tau),\cdots,x(ti+(\mathrm{u}-1)\tau)],\quad i=1,2,\cdots M \tag{4}$$

式中，$M=N-(\mathrm{u}-1)\tau$，查询给定轨道上每个点的最近邻点[4]，即：

$$d_t(0)=\min\left\|Y(t)-Y(\hat{t})\right\|,\left|t-\hat{t}\right|>p \tag{5}$$

式中，$\hat{t}=1,2,\cdots,M$，$M=N-(\mathrm{u}-1)\tau$，且$t\neq\hat{t}$，p为时间序列的平均周期。$Y(t)$为相空间的状态点，$d_t(0)$为最近邻点之间的距离。

通过相邻点计算取最大Lyapunov指数为：

$$\lambda_1(i,\mathrm{m})=\frac{1}{\mathrm{u}\Delta t}\frac{1}{(M-\mathrm{u})}\sum_{t=1}^{M-\mathrm{u}}\ln\frac{d_t(i+\mathrm{u})}{d_t(i)} \tag{6}$$

式中，u为常数；Δt为样本周期；$d_t(i)$为第t对最邻近点对经过i个离散时间步长的距离。

结合Sato算式得:

$$d_t(i)=C_te^{\lambda_1(i\Delta t)},C_t=d_t(0) \tag{7}$$

对上式求对数变形的：

$$\ln d_t(i)=\ln C_t+\lambda_1(i\Delta t),t=1,2,\cdots,M \tag{8}$$

由上式直线的斜率可以求得最大Lyapunov指数[5]。

本文采用地铁3号线纵向线L_9点3 a内的300期水平监测数据为例，求取该点x、y方向变形时间序列的最大Lyapunov指数。最终求得两方向最大Lyapunov指数分别为0.011和0.015。格里波基证实[6]，若最大Lyapunov指数大于零，则系统存在混沌状态，这与前面Verhulst生物模型拟合实验结果一致。

1.2　时间延迟的选择

C–C法求取时间延迟，是将时间序列分成t个不相交的子集，每个子序列表示为：

$$S_1(m,N,r,t)=C(m,N,r,t)-C^m(1,N,r,t) \tag{9}$$

式中，m为嵌入维数，N为点数，r为不同元素之间相关半径，t为重构时延，$N\to\infty$时[7-8]，则：

$$S_2(m,r,t)=\frac{1}{t}\sum_{s=1}^{t}\left[C_s(m,r,t)-C_s^m(1,r,t)\right],(m=2,3\cdots) \tag{10}$$

$$\Delta S(m,t)=\max\left\{S(m,r_i,t)\right\}-\left\{S(m,r_j,t)\right\} \tag{11}$$

取$m=2,3,4,5,r_i=\frac{i\sigma}{2}$，（$i$=1，2，3，4，$\sigma$为时间序列的标准差）：

$$\bar{S}(t)=\frac{1}{16}\sum_{m=2}^{5}\sum_{j=1}^{4}S(m,r_j,t) \tag{12}$$

$$\Delta\bar{S}(t)=\frac{1}{4}\sum_{m=2}^{5}\Delta S(m,t) \tag{13}$$

$$S_{\mathrm{cor}}(t)=\Delta\bar{S}(t)+\left|\bar{S}(t)\right| \tag{14}$$

由式（12），（13），（14）求得时间序列的首个局部最大值，这时所求的t就是时间延迟，当τ=2时，$\Delta\bar{S}(t)$和$S_{\mathrm{cor}}(t)$首次取到近似极小值，由此得知基坑时间序列的延迟时间τ=2。

1.3　求取嵌入维数

设$\{x_1,x_2,\cdots,x_i,\cdots\}$为实测数据，选取$\{x_1,x_2,\cdots,x_i,\cdots\}$中局部数据组成一个$m$维子序列[9-11]：

$$\begin{cases}r_1=(x_1,x_2,\cdots,x_m)\\r_2=(x_2,x_3,\cdots,x_{m+1})\\\cdots\ \cdots\ \cdots\\r_N=(x_N,x_{N+1},\cdots,x_{m+N-1})\end{cases} \tag{15}$$

令：$C(r)=\frac{1}{N^2}\sum\limits_{i,j=1,i\neq j}^{N}\theta(r-\left|r_i-r_j\right|)$。

式中，$\theta(x)$为Heaviside函数。

时间序列吸引子的关联维数表达为：

$$d_c=\lim_{r\to0}\frac{\ln C(r)}{\ln r} \tag{16}$$

持续增大m的值，并求取m所对应的d_c，当d_c值达到饱和时，可将m估计作为嵌入维数，根据$m=2[d]+1$，就可求取最佳嵌入维数m的数值。时间延迟$\tau=2$，令m=2，3……13，分别做出基坑变形时间序列的$\ln C(r)$~lnr曲线，当嵌入维数为9时，$\ln C(r)$与$\ln r$的比值不随m的增大而改变，由此可以得，所求嵌入维数m=9。

1.4　二维重构轨迹

二维最大Lyapunov指数是指x、y方向之和，即$\lambda=\lambda_x+\lambda_y=0.026$，由此可以得知二维数据具有混沌特性，使用时间延迟$\tau$=2，嵌入维数$m$=9对$\mathrm{L}_9$点水平位移时间序列进行相空间重构如图1所示。

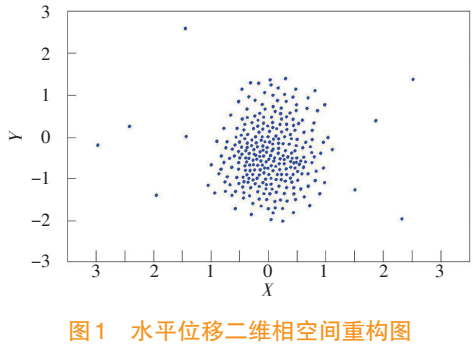


图1　水平位移二维相空间重构图

由图可知，水平位移相空间二维重构较为集中，若长期观测，获取大量的变形数据，将会得到更为密集的二维相空间重构图。

2 混沌模型预测分析

2.1 RBF神经网络预测模型

本文对河南省人民医院地下智能停车及综合开发建设项目（A-05地块）进行监测工作，本次观测工作使用精度为0.6 mm的徕卡TS30全站仪。施工前对监测区域进行3次独立测量工作，并与施工测量数据进行比较，若观测数据满足精度要求则取其平均值作为测量数据的初值。整个水准网布设2个高程基准点和6个工作基点。

RBF神经网络模型包含三层前馈网络，分别为第一层的输入层，第二层的隐含层，第三层的输出层[12-15]。其实质是输入信号通过隐含层映射到高维度空间，来解决低纬度空间线性不可分问题。本文采用RBF神经网络混沌预测模型对观测数据进行预测处理，采用混沌特征识别求取嵌入维数，从而对输入量进行相空间重构，得到一组输入样本，最后将其输入到RBF神经网络模型中计算预测值。

取L_9观测点300期数据中的前270期数据用来训练，后30期用来与预测数据进行对比分析。对L_9观测点y方向变形数据进行归一化处理，将前270期数据做为训练样本，其误差曲线图如图2所示。

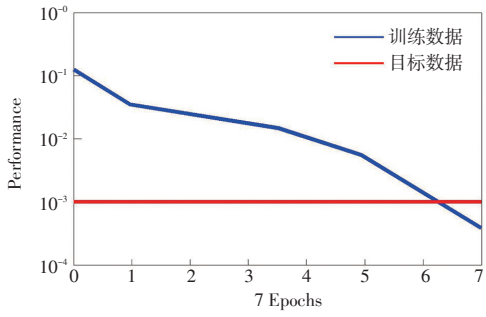


图2 网络训练图

由图2可以得知，网络训练过程中，仅需7步就达到了目标标准差0.001。对后输入的30个数据进行相空间重构，组成一个$N-(m-1)\tau$个样本输入，其中$\tau=2$，$m=9$，第t个输入样本为：

$$X(t)=\{x(t),x(t+1),x(t+2),x(t+3),x(t+4),x(t+5),x(t+6)\} \tag{17}$$

将样本输入到RBF神经网络预测模型中，计算RBF神经网络混沌预测模型预测数值。

2.2 加权一阶局域预测分析

求取每个邻域点到$X(t)$的距离，并解算出$X(t)$的参考向量集$X(t),i=1,2,\cdots,N$，$X(t_i)$与$X(t)$的距离为d，设d_m是d_i中的最小量[16-17]，则点权值为：

$$P_i=\frac{e^{-a(d_i-d_m)}}{\sum_{i=1}^{q}e^{-a(d_i-d_m)}} \tag{18}$$

a为常数，一般令a=1，则一阶局域线性拟合为：

$$X(t_i+1)=aR+bX(t_i)，\ i=1,2,\cdots,N \tag{19}$$

$R=[1,1,\cdots,1]^T$，嵌入维数$m=2$时，使用加权最小二乘法[18]

$$\sum_{i=1}^{N}P_i[X(t_i+1)-a-bX(t_i)]^2=\min \tag{20}$$

对上式中a、b求偏导，并求解a和b的数值并代入就可以求取预测值。

$$X(t_i+1)=aR+bX(t_i) \tag{21}$$

2.3 RBF神经网络混沌预测与加权一阶局域预测对比分析

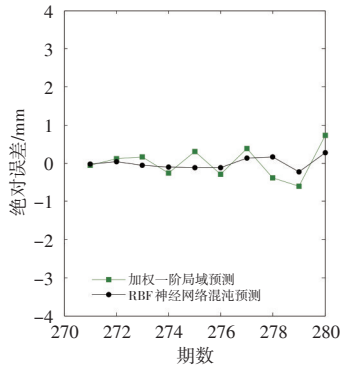
对比分析RBF神经网络混沌预测模型以及加权一阶局域预测模型的预测精度。对L_9观测点y方向的后30期数据进行预计处理，271~280期预测结果如表1所示，2种模型预测绝对误差如图3所示。

由表1可以得知加权一阶局域预测模型预测绝对误差最大值为0.73 mm，最小绝对误差为0.05 mm，而RBF神经网络混沌预测模型的预测绝对误差最大值为

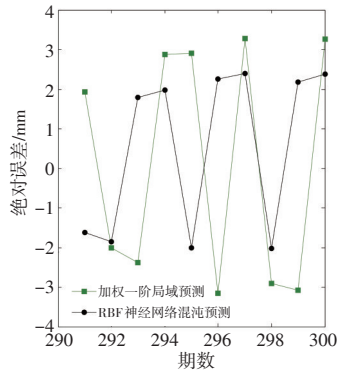
表1 两种模型预测结果对比表

预测期数	实测值/mm	加权一阶局域预测			RBF神经网络混沌预测		
		预测值/mm	绝对误差/mm	相对误差/%	预测值/mm	绝对误差/mm	相对误差/%
271	3.31	3.36	−0.05	−1.51	3.33	−0.02	0.60
272	−0.55	−0.67	0.12	−21.82	−0.59	0.04	7.27
273	6.71	6.55	0.16	2.38	6.77	−0.06	0.89
274	1.31	1.57	−0.26	−19.85	1.41	−0.10	7.63
275	10.23	9.92	0.31	3.03	10.35	−0.12	1.17
276	5.56	5.85	−0.29	−5.22	5.67	−0.11	1.98
277	8.03	7.65	0.38	4.73	7.89	0.14	1.74
278	−3.52	−3.13	−0.39	11.08	−3.69	0.17	4.83
279	6.71	7.31	−0.60	−8.94	6.94	−0.23	3.43
280	2.39	1.66	0.73	30.54	2.11	0.28	11.72

0.28 mm，最小值为0.02 mm，由此可以得知RBF神经网络混沌预测模型预计精度高于加权一阶局域预测模型预计精度。



a 271~280期预测绝对误差



b 291~300期预测绝对误差

图3　两种模型预测绝对误差

由图3可见，270~280期的绝对误差低于290~300期的绝对误差，由此可以得出混沌预测模型适合短期预测。

3　结　论

本文以河南省人民医院地下智能停车及综合开发建设项目（A–05地块）的3号线纵向线 L_9 点的变形监测数据为例，提出了基坑变形混沌判别标准，并使用不同的方法进行验证，确定了研究区域基坑变形数据存在混沌现象，随后进行了基坑变形混沌相空间重构，结合神经网络非线性处理方法，建立了混沌预测模型，具体结论如下：

1）使用C–C算法求得时间延迟 τ =2，采用G–P算法求得嵌入维数 m =9。利用重构参数对基坑变形数据进行了相空间重构，建立了基坑变形混沌识别预测模型。

2）建立混沌预测模型分别对 L_9 点y方向观测数据的271~280期数据以及291~300期数据进行预测处理，最终得出RBF神经网络预测模型预测精度优于加权一阶局域预测模型预测精度。271~280期数据预测精度高于291~300期预测精度，由此可以得知混沌预测模型更适合短期预测。

参考文献

[1] 臧妻斌,黄腾. 时间序列分析在地铁变形监测中的应用[J]. 测绘科学,2014,39(7):155-157

[2] 胡正威. 基于混沌理论的基坑工程监测数据分析与预测研究[D]. 武汉:华中科技大学,2013

[3] 代永新,赵武鹞. 基于混沌神经网络方法的边坡稳定性分析[J]. 金属矿山,2012,41(11):56-59

[4] 李世玺,孙宪坤,尹玲,等. 一种基于混沌理论和LSTM的GPS高程时间序列预测方法[J]. 导航定位学报,2020,8(1):65-73

[5] 焦攀. 混沌分形在铜绿山矿区降雨量预测中的应用[D]. 武汉:武汉理工大学,2007

[6] 楼玉. 混沌时间序列在径流预报中的应用研究[D]. 杭州:浙江大学建筑工程学院,2005

[7] 邬开俊,王铁君. 基于RBF神经网络优化的混沌时间序列预测[J]. 计算机工程,2013,39(10):208-211

[8] Zhang R, Tao J. Decoupled ARX and RBF Neural Network Modeling Using PCA and GA Optimization for Nonlinear Distributed Parameter Systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018, 29(2): 457-469

[9] 李文华,马思宁,沈培根,等. 振动条件下铁路继电器寿命预测研究[J]. 电气工程学报,2017,12(7):8-15

[10] 袁昌茂,文鸿雁. 变形监测数据的混沌现象分析[J]. 地理空间信息,2012,10(1):142-145

[11] Su L Y, Sun H H. Detection and Estimation of Weak Pulse Signal in Chaotic Background Noise[J]. Acta Physica Sinica,2017,66(9):23-36

[12] 鲁金金,黎小浪,文鸿雁,等. 混沌理论在变形分析与预报中的应用[J]. 地理空间信息,2012,10(1):137-138

[13] Wang L , Zou F , Hei X H. A Hybridization of Teaching-learning-based Optimization and Differential Evolution for Chaotic Time Series Prediction[J]. Neural Comput & Applic, 2014,25(6):1 407-1 422

[14] 王超,朱明,赵元棣. 基于改进加权一阶局域法的空中交通流量预测模型[J]. 西南交通大学学报,2018,53(1):206-213

[15] 王红庆,黄少骞,钟世红,等. 基于改进的加权一阶局域预测模型的风电功率预测[J]. 武汉大学学报(工学版),2019,52(5):431-436

[16] 谢忠玉. 电力短期负荷时间序列混沌特性分析及预测研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2010

[17] 刘娜. 基于混沌时间序列的桥梁变形预测分析[D]. 青岛:山东科技大学,2011

[18] 李辉,鞠兴华. 基于混沌相空间重构的新型智能算法在地铁基坑中的应用研究[J]. 甘肃科学学报,2020,32(5):116-121