doi:10. 3969/j.issn. 1672-4623.2023.02.002

基于WTLS的倾斜摄影模型坐标变换方法

钱荣荣[1]，张　畅[1]，龙　容[1]，余　航[2]
（1. 浙江省测绘科学技术研究院，浙江 杭州 310012；2. 苏州科技大学，江苏 苏州 215000）

摘　要：倾斜摄影测量技术作为新兴技术在城市规划方面有广泛的应用前景，但倾斜测量数据模型坐标系与地方规划坐标系存在不统一问题。为了进行坐标转换工作，提出利用OSG对倾斜测量数据进行结构解析，针对转换参数计算中控制点原始坐标和目标坐标均存在误差的问题，引入加权总体最小二乘进行参数求解的方法。应用模拟数据验证加权总体最小二乘方法算法效果，相较于最小二乘法有一定的提高。最后应用于实测倾斜摄影测量数据，转换后三维模型与二维数据套合情况良好、模型完整性效果良好。结果表明该方法能够有效的解决倾斜摄影测量数据坐标转换过程中的问题。

关键词：倾斜摄影测量；OpenSceneGraph；坐标转换；加权总体最小二乘
中图分类号：P231　　**文献标志码：**B　　**文章编号：**1672-4623（2023）02-006-05

Coordinate Transformation Method of Oblique Photogrammetry Model Based on WTLS

QIAN Rongrong[1], ZHANG Chang[1], LONG Rong[1], YU Hang[2]
(1. Zhejiang Academy of Surveying and Mapping Science and Technology, Hangzhou 310012, China;
2. Suzhou University of Science and Technology, Suzhou 215000, China)

Abstract: Oblique photogrammetry technology as a new technology has broad application prospects in town planning, but its coordinate system is not the same with the local coordinate system. For coordinate transformation, we used OSG to analyze the structure of data, and presented a weighted total least squares(WTLS) method for solving the error of coefficient matrix. The example of simulation calculations showed that the parameter using WTLS was more reasonable than using least squares method. Finally, we applied this method to measure oblique photogrammetry data. The results show that 3D model after coordinate conversion fits well with the 2D data and has good integrity, this method can effectively solve coordinate transformation problem in oblique photogrammetry technology.

Key words: oblique photogrammetry, OpenSceneGraph, coordinate transformation, WTLS

近年来，无人机倾斜摄影测量技术发展迅速，倾斜摄影测量数据能够反映地物的实景三维模型，获取建筑物等地物细节信息，为城市三维规划提供数据支撑和辅助决策支持[1]。目前各规划部门多采用的地方坐标系，为了更好地进行规划服务，需进行倾斜模型三维数据与地方坐标系之间的三维坐标转换工作。

为了得到三维坐标转换模型参数最佳值，通常采用最小二乘（LS）方法，建立经典的高斯-马尔科夫模型对误差方程进行求解，但该方法通常假设坐标已知值不受偶然误差污染，随机误差仅存在观测向量当中。但实际情况中，同一控制点的两套坐标量测值均存在偶然误差，因而最小二乘法在该情况中存在一定的局限性。为了同时考虑两方面的误差影响，本文引入加权总体最小二乘（WTLS）方法来解算三维坐标转换参数，同时结合计算机图形学和场景渲染技术，借助目前主流的C++编程语言和独立于硬件的开源三维图形渲染引擎（OSG）实现倾斜摄影测量模型结构数据解析，进行三维坐标转换。

1　坐标系统转换模型

设有两个坐标系A和B，A为源平面坐标系，B为目标平面坐标系（如图1所示）。某点P在A坐标系下的空间直角坐标为$[x_A \quad y_A]^T$，设该点在B坐标系中的空间直角坐标为$[x_B \quad y_B]^T$，其中$[x_0 \quad y_0]^T$为A坐标系转换到B坐标系的平移参数，k为A坐标系转换到B坐标系的尺度因子。

则平面四参数的转换模型为：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_A \tag{1}$$

收稿日期：2021-11-08。
项目来源：浙江省科协2021年软科学研究课题。

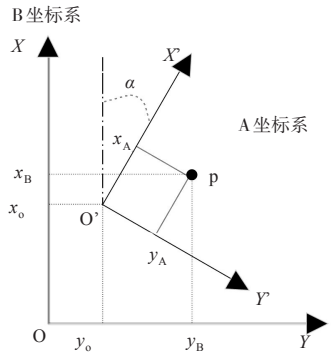


图1　不同平面坐标系

整理后为：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_A & -y_A \\ 0 & 1 & y_A & x_A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ k\cos\alpha \\ k\sin\alpha \end{bmatrix} \tag{2}$$

当控制点数不小于3时，坐标转换模型为：

$$\begin{bmatrix} x_{B1} \\ y_{B1} \\ \vdots \\ x_{Bn} \\ y_{Bn} \end{bmatrix}_{2n\times 1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_{A1} & -y_{A1} \\ 0 & 1 & y_{A1} & x_{A1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & x_{An} & -y_{An} \\ 0 & 1 & y_{An} & x_{An} \end{bmatrix}_{2n\times 4} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ k\cos\alpha \\ k\sin\alpha \end{bmatrix}_{4\times 1} \tag{3}$$

2　参数模型求解

2.1　最小二乘解

当观测个数 w（$w=2\times n$）大于参数个数 t 时，以往的做法是采用最小二乘方法求得参数的最或然值。此时需要有一个基本假设，即偶然误差只存在于观测向量 $\boldsymbol{L}$ 中，而系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 是完全正确且不受偶然误差污染。因此观测值方程可表示为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{L}-\boldsymbol{V}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{X} \\ \mathrm{rank}(\boldsymbol{A})=t<w \end{cases} \tag{4}$$

式中，观测向量 $\boldsymbol{L}\in R^{w\times 1}$；系数矩阵 $\boldsymbol{A}\in R^{w\times t}$；参数向量 $\boldsymbol{X}\in R^{t\times 1}$；$\boldsymbol{V}$ 为观测向量中的随机误差，它服从正态分布：

$$\boldsymbol{V}\sim N(0,\sigma_0^2 P^{-1}) \tag{5}$$

式中，σ_0^2 为变量的方差；P 是一个 $w\times w$ 阶的观测值的权阵。最小二乘方法对解的要求为：

$$\min\left\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}-\boldsymbol{L}\right\|_2=\min\left\|\boldsymbol{V}\right\|_2 \tag{6}$$

于是模型参数的最小二乘解为：

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{LS}=(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{A})^{-1}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{L}) \tag{7}$$

2.2　加权总体最小二乘解

在转换模型中源坐标数据是含有误差的，但经典最小二乘仅考虑观测值 $\boldsymbol{L}$ 的误差，如公式（4）所示，而认为系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 不含误差。在实际工程应用中，两个坐标系下测量得到的公共点坐标都是存在误差的，需考虑系数矩阵和观测值矩阵同时存在偶然误差的情形，同时对系数矩阵和观测值矩阵进行改正[2]。

$$\underset{2n\times 1}{\boldsymbol{L}}=\underset{2n\times t}{\boldsymbol{A}}\underset{t\times 1}{\boldsymbol{X}} \tag{8}$$

误差方程为:

$$\underset{2n\times 1}{\boldsymbol{L}}-\underset{2n\times 1}{\boldsymbol{V}}=(\underset{2n\times t}{\boldsymbol{A}}-\underset{2n\times t}{\boldsymbol{E}_A})\underset{t\times 1}{\boldsymbol{X}} \tag{9}$$

式中，设观测向量值 $\boldsymbol{L}$ 的权阵为 $P_{\boldsymbol{L}}$；系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的误差阵 $\boldsymbol{E}_A$ 列向量化后 $\mathrm{vec}(\boldsymbol{E}_A)$ 的权阵为 $P_A(P_A\in R^{(2n\times t)\times(2n\times t)})$，单位权方差为 σ_0^2，则

$$\begin{cases} \boldsymbol{V}\sim N(0,\sigma_0^2 P_{\boldsymbol{L}}^{-1}) \\ \mathrm{vec}(\boldsymbol{E}_A)\sim N(0,\sigma_0^2 P_A^{-1}) \end{cases} \tag{10}$$

以平面坐标转换为例，其中，P_A 可根据公式（11）依据协因数传播定律求解。

$$\underset{8n\times 1}{\mathrm{vec}(\boldsymbol{E}_A)}=\underset{8n\times 2n}{\begin{bmatrix} 0_{4n\times 2n} \\ I_{2n\times 2n}\otimes R_{2\times 2} \end{bmatrix}}\cdot\underset{2n\times 1}{\begin{bmatrix} x_{A1} \\ y_{A1} \\ \vdots \\ x_{An} \\ y_{An} \end{bmatrix}},\quad R_{2\times 2}=\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

加权总体最小二乘估计准则为：

$$\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}P_{\boldsymbol{L}}\boldsymbol{V}+\mathrm{vec}(\boldsymbol{E}_A)^{\mathrm{T}}P_A\mathrm{vec}(\boldsymbol{E}_A)=\min \tag{12}$$

通过迭代求解参数的WTLS估计，进行精度评定，该算法的迭代过程为[3]:

计算加权最小二乘解作为迭代初始值：

$$\hat{x}_0=(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}Q_{\boldsymbol{L}}^{-1}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}Q_{\boldsymbol{L}}^{-1}y$$

$$\hat{X}_0=\hat{x}_0\otimes I_{2n}$$

当 $\left\|\hat{x}_i-\hat{x}_{i-1}\right\|>\varepsilon$（$i\in N^*$），$\varepsilon$ 是个很小的正值，进行以下迭代过程，当满足条件时迭代终止：

$$Q_1^i=Q_L+\hat{X}_{i-1}^{\mathrm{T}}Q_A\hat{X}_{i-1}$$

$$\mathrm{vec}(\hat{\boldsymbol{E}}_A^{(i)})=-Q_A\hat{X}_{i-1}(Q_1^{(i)})^{-1}(y-\boldsymbol{A}\hat{x}_{i-1})\ \hat{\boldsymbol{A}}_i=\boldsymbol{A}-\hat{\boldsymbol{E}}_A^{(i)}$$

$$\hat{x}_i=(\hat{\boldsymbol{A}}_i^{\mathrm{T}}(Q_1^{(i)})^{-1}\hat{\boldsymbol{A}}_i)^{-1}\hat{\boldsymbol{A}}_i^{\mathrm{T}}(Q_1^{(i)})^{-1}(y-\hat{\boldsymbol{E}}_A^{(i)}\hat{x}_{i-1})$$

3　实验分析

3.1　模拟数据

为了比较WTLS与LS不同算法对坐标转换的精度的影响，采用设计参数与模拟数据对不同算法进行解算[4-5]，其中13个控制点的平面坐标 $(x_{前},\ y_{前})$ 与点位如表1所示，假设模型转换的4个参数分别为：平移参数 $a=1$，$b=5$；旋转参数 $\alpha=0.708\,626\,27$；尺度比参数 $\mu=0.921\,954\,45$，转换后的控制点平面坐标 $(x_{后},\ y_{后})$ 与点位见表1和图2。

表1　控制点在转换前、后的平面坐标及相应权值

点号	$x_{前}$	$y_{前}$	σ	$x_{后}$	$y_{后}$	σ
1	1.0	1.0	1	1.10	6.30	1
2	1.0	2.0	2	0.30	7.00	2
3	1.0	3.0	3	−0.50	7.70	3
4	1.5	3.5	1	−0.45	8.35	1
5	2.0	4.0	5	−0.40	9.00	5
6	2.5	3.5	4	0.45	8.95	4
7	3.0	3.0	2	1.30	8.90	2
8	3.0	2.0	7	2.10	8.20	7
9	3.0	1.0	2	2.90	7.50	2
10	2.5	0.5	1	2.85	6.85	1
11	2.0	0.0	8	2.80	6.20	8
12	1.5	0.5	3	1.95	6.25	3
13	2.0	2.0	6	1.20	7.60	6

为比较应用不同算法实现坐标对点位精度和转换参数精度的影响，分别对控制点已知坐标和观测坐标加入数值不等的误差，并设点位权值。加入误差后的控制点坐标 (x', y') 见表2。

应用加入误差的控制点坐标，分别使用LS和WTLS，其中WTLS迭代阈值 ε 设置为 10^{-12}，求解转换参数并与真实值进行对比（表3）。结果表明，WTLS在顾及转换模型的系数矩阵误差的同时（表4），求解得到的参数值更接近真实值。根据转换参数计算各控制点转换后的坐标值与真实值的差值，得到转换坐标差异RMS值方面WTLS也优于LS。

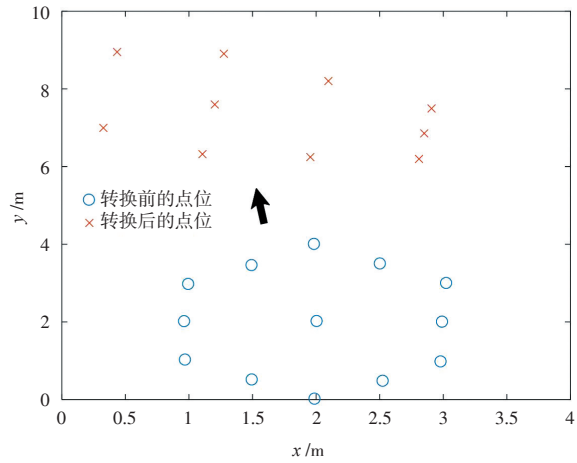


图2　转换前后控制点点位

表2　加入误差的控制点坐标及权值

点号	$x'_{前}$	$y'_{前}$	$\sigma_{前}$	$x'_{后}$	$y'_{后}$	$\sigma_{后}$
1	0.972 464 58	1.017 699 81	1	1.106 201 68	6.320 045 94	1
2	0.965 392 67	2.006 956 15	2	0.327 196 04	6.995 575 13	2
3	0.997 583 03	2.966 337 98	3	−0.501 522 76	7.692 887 63	3
4	1.495 855 51	3.451 580 08	1	−0.321 519 74	8.309 264 45	1
5	1.986 888 29	3.995 360 29	5	−0.509 898 26	9.111 181 61	5
6	2.505 332 62	3.492 436 08	4	0.434 671 29	8.951 077 76	4
7	3.026 530 92	2.990 943 99	2	1.274 504 94	8.904 501 27	2
8	2.994 063 04	1.994 648 56	7	2.096 329 72	8.202 572 97	7
9	2.982 524 89	0.970 303 59	2	2.907 707 86	7.496 167 87	2
10	2.526 917 03	0.473 119 61	1	2.850 212 91	6.855 509 41	1
11	1.991 229 77	0.011 768 51	8	2.809 226 61	6.196 563 54	8
12	1.497 248 29	0.506 967 65	3	1.954 891 40	6.244 898 47	3
13	2.007 790 29	2.011 498 03	6	1.203 090 26	7.598 077 86	6

表3　不同算法求解的转换参数比较

参数	a	b	m	α（弧度）	转换坐标差异RMS
真实值	1.000 000 00	5.000 000 00	0.921 954 45	0.708 626 27	
LS	1.226 033 18	4.769 608 45	1.036 597 18	0.825 077 69	0.194 746 71
WTLS	1.179 448 40	4.814 428 60	1.015 240 63	0.804 253 50	0.192 997 13

3.2　倾斜摄影测量

倾斜摄影测量数据模型是由网格面模型经过纹理映射构成真实三维模型，利用不同视角的网格面片将三维模型表现。通过高密度三维点云，构建城市3D TIN数字表面模型[6]，该模型与建筑物的特征点、线、面相对应，构网算法复杂，每个三角形面片的顶点、边和面间关系表达场景离散点拓扑关系，反映场景可视化效果，获取城市真三维模型成果。

根据倾斜模型数据结构特点，借助OSG场景中自顶向下的分层树状数据结构来组织倾斜摄影测量空间数据集，处于场景树底部的叶子节点包含了倾斜场景对象的实际几何信息[7]，通过计算得到的转换模型参

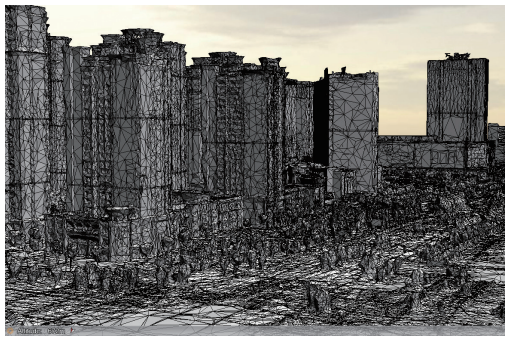
表4　观测值中的残差计算值

点号	源坐标误差		LS源坐标误差		WTLS源坐标误差	
	Ex	Ey	Ex	Ey	Ex	Ey
1	0.027 535 42	−0.017 699 81	0	0	0.004 326 71	−0.049 656 42
2	0.034 607 33	−0.006 956 15	0	0	0.034 657 37	−0.034 589 28
3	0.002 416 97	0.033 662 02	0	0	0.023 687 47	−0.005 876 14
4	0.004 144 49	0.048 419 92	0	0	0.025 353 42	0.047 833 76
5	0.013 111 71	0.004 639 71	0	0	0.102 219 23	−0.129 098 18
6	−0.005 332 62	0.007 563 92	0	0	0.010 902 29	0.035 778 20
7	−0.026 530 92	0.009 056 01	0	0	−0.014 303 63	0.063 125 13
8	0.005 936 96	0.005 351 44	0	0	−0.024 848 35	0.285 671 21
9	0.017 475 11	0.029 696 41	0	0	0.007 099 03	0.067 124 37
10	−0.026 917 04	0.026 880 40	0	0	−0.029 401 93	0.037 333 22
11	0.008 770 23	−0.011 768 51	0	0	−0.074 057 92	0.168 321 76
12	0.002 751 71	−0.006 967 65	0	0	−0.010 098 22	0.014 627 87
13	−0.007 790 29	−0.011 498 03	0	0	0.007 229 28	0.102 585 73

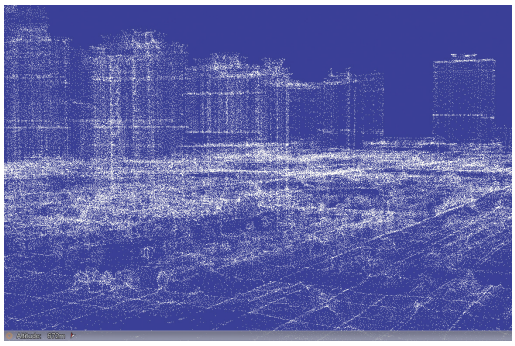
数对叶子节点进行坐标转换。



a 倾斜模型数据



b 三角网格数据



c 点云数据

图3　某区域倾斜摄影测量数据模型

为了测试转换效果，以某区域通过Smart3DCapture软件生产的倾斜摄影测量数据为例进行转换工作，该区域的倾斜数据模型如图3所示。其中图3a为模型真实三维模型效果，图3b为模型的三角网结构数据，图3c为模型的点云数据。该区域高程方面需配合似大地水准面精化[8]成果综合考虑，因此本文只针对模型平面位置进行转换处理，高程方面维持原有模型数据不变。已知该区域在当地坐标系和CGCS2000坐标系下的已知公共点共36个，其中部分数据如表5所示，求取CGCS2000坐标系到当地坐标系下的转换参数。

表5　CGCS2000坐标系和地方坐标系下公共点坐标

点号	CGCS2000坐标			当地坐标系		
	y	x	σ	y	x	σ
1	** *18.398 2	*** *52.159 6	1	** *37.851 2	** *46.134 9	1
2	** *61.208 5	*** *71.093 4	1	** *20.159 1	** *53.315 7	1
3	** *27.677 8	** *38.913 7	1	** *03.758 2	** *69.963 2	1
4	** *88.092 3	** *83.186 9	1	** *15.351 2	* *78.569 5	1

分别通过最小二乘和加权总体最小二乘计算转换参数，其中WTLS迭代阈值 ε 设置为 10^{-8}，为了方便进行检核，计算控制点经转换后的坐标与真值之间的差异RMS如表6所示。可以看出，WTLS的转换效果一定程度上优于LS，同时WTLS考虑系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中部分观测元素的误差，理论上更加严密。

表6　不同算法求解效果比较

计算方法	转换坐标差异RMS/mm
LS	4.974 931 278
WTLS	4.317 506 590

在得到精确转换参数的基础上，借助OSG自定义InfoVisitor类，继承自osgNodeVisitor并应用于节点访问的方法，重构apply()虚函数。获取关联的倾斜模型数据节点通过accept()方法调用访问器，访问器通过apply()方法获取传入的节点对象，并执行倾斜数据节点在位置变换中所需的操作。

将转换后的倾斜模型数据加载到超图平台[9]进行显示，并与周边的二维数据进行套合，结果如下图4，可以看出转换后模型套合情况良好，模型完整性良好，杜绝了可能出现的漏面、拉花等现象。



图4 转换后倾斜模型

4 结 语

转换参数计算方面，本文考虑到两套坐标系观测值中均存在偶然误差影响，属于变量含误差模型，在最小二乘的基础上，引用加权总体最小二乘算法计算转换模型参数。分析表明利用WTLS求解模型转换参数，相较于LS方法，一定程度上提高了转换参数的求解精度。因三维数据结构描述复杂、计算复杂度高等不足，三维地理空间数据的空间参考难以统一。设计实现了以三维数据要素、图案、点集为核心的倾斜三维模型的数据结构解析工作，并将其应用于坐标转换当中，取得了一定的效果。

参考文献

[1] 李德仁,赵中元,赵萍. 城市规划三维决策支持系统设计与实现[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2011,36(5):505-509

[2] 袁庆,楼立志,陈玮娴. 加权总体最小二乘在三维基准转换中的应用[J]. 测绘学报,2011,40(增刊):115-119

[3] Jazaeri S,Amiri-Simkooei A R,Sharifi M A. Iterative Algorithm for Weighted Total LeastSquares Adjustment[J]. Empire Survey Review,2014,46(4):19-27

[4] 王乐洋,余航,李毅. 一种加权总体最小二乘问题的解法[J]. 中国矿业大学学报,2016,45(6):1 263-1 270

[5] 陶叶青,高井祥,姚一飞. 平面坐标转换的稳健总体最小二乘算法[J]. 中国矿业大学学报,2014,43(3):534-539

[6] 周晓敏,孟晓林,张雪萍. 倾斜摄影测量的城市真三维模型构建方法[J]. 测绘科学,2016,41(9):159-163

[7] 王跃,郑贵洲. 基于OSG的OBS导航定位系统三维可视化场景实现[J]. 计算机应用与软件,2017,34(8):92-96

[8] 李姗姗,吴晓平,张传定. 顾及地形与完全球面布格异常梯度项改正的区域似大地水准面精化[J]. 测绘学报,2012,41(4):510-516

[9] 王少华. 超图平台软件创新:SuperMap GIS二三维一体化GIS技术体系简介[J]. 地球信息科学学报,2016,18(3):433-434

第一作者简介：钱荣荣（1990—），硕士研究生，工程师，主要研究方向为三维模型可视化、计算机图形学。