引文格式：程宇翔, 郑德华, 刘存泰, 等. 基于入射角定权的球形标靶点云拟合方法[J]. 地理空间信息, 2023, 21(6): 12-16. doi:10. 3969/j. issn. 1672-4623.2023.06.003

基于入射角定权的球形标靶点云拟合方法

程宇翔[1]，郑德华[1*]，刘存泰[1]，王　浩[1]，胡　创[1]，李思远[1]
（1. 河海大学地球科学与工程学院，江苏 南京 210098）

摘　要：针对三维激光扫描时球形标靶受边缘混合像元影响致使球形标靶点云拟合精度降低的问题，提出了一种基于激光入射角定权的球形标靶点云拟合方法。通过分析球形标靶的特点以及入射角与光斑大小的关系，推导入射角对拟合参数精度的影响关系，确定了球形标靶拟合定权方法，并应用于最小二乘法拟合解算过程中。通过对不同距离下的不同类型球形标靶进行数据采集和处理，对比分析了基于入射角定权方法的拟合结果。实验结果表明，该定权方法具有一定的稳定性，在50 m的扫描距离内球形标靶点云拟合参数精度提高了18.68%~85.63%；该方法较最小二乘法能够有效地减小拟合误差，在20 m的扫描范围内，2种不同类型球形标靶点云的拟合半径误差小于1 mm。

关键词：入射角定权，球形标靶，点云拟合，最小二乘法
中图分类号：P228　　**文献标志码：**B　　**文章编号：**1672-4623（2023）06-0012-05

Point Cloud Fitting Method of Spherical Target Based on Incident Angle Weighting

CHENG Yuxiang[1], ZHENG Dehua[1], LIU Cuntai[1], WANG Hao[1], HU Chuang[1], LI Siyuan[1]
(1. School of Earth Science and Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Aiming at the problem that the point cloud fitting accuracy of spherical targets reducing due to the influence of edge blending cells on spherical targets during 3D laser scanning, we proposed a spherical target point cloud fitting method based on laser incidence angle weighting. By analyzing the characteristics of spherical targets and the relationship between the angle of incidence and the size of spot, we deduced the influence of incident angle on the accuracy of fitting parameters, determined the weighting method of spherical target fitting, and applied it to the least squares method fitting solution process. Through the data acquisition and processing of different types of targets at different distances, we compared and analyzed the fitting results based on the weighting method of incident angle. Experimental results show that the weighting method has certain stability, and the accuracy of spherical target point cloud fitting parameters is improved by 18.68%~85.63% within a scanning distance of 50 m. The method can effectively reduce the fitting error compared with the least squares method, and the fit radius error of two different types of spherical target cloud is less than 1 mm in the scanning range of 20 m.

Key words: incident angle weighting, spherical target, point cloud fitting, least squares

近几年来，国内外学者在提高靶球拟合解算参数精度方面做了较为全面的研究，主要集中在拟合算法上的研究。Shakarji[1]提出使用最小二乘法拟合球形标靶点云的方法，该方法以球形标靶的半径为虚拟观测值，以球心坐标作为解算参数使用最小二乘法进行求解，操作简便、容易理解，但没有考虑球面点云与实际点云的贴合情况，对于扫描所获得的粗差没有进行剔除；余腾[2]等提出使用小波阈值去噪的方法，首先对点云数据去噪处理然后进行拟合，该方法有效减少了粗差对拟合精度的影响，但缺乏对入射角引起的系统误差的分析；陶武勇[3]等对总体最小二乘法进行了改进，考虑了系数矩阵的误差，使得拟合解算参数的精度得到了提高，但该方法在点云数量较多的情况下效率较低；卢主兴[4]等针对整体最小二乘法效率较低的问题，提出采用大型稀疏矩阵快速计算法方程稀疏矩阵的方法，提高了靶球拟合效率，但没有考虑球形标靶边缘点云数据因入射角的存在产生粗差的问题。

针对上述问题，为了减小入射角对球形标靶点云拟合的影响，提高拟合结果的精度，本文研究入射角与球形标靶拟合参数精度的关系，改进传统最小二乘拟合法以减小激光入射角引起的误差，提高球形标靶点云整体的拟合精度。

收稿日期：2022-04-02；修回日期：2023-03-22。
项目来源：2020年国网新源控股（水电）有限公司科技项目（SGXYKJ-2020-079）。
第一作者简介：程宇翔（1998—），硕士研究生，研究方向为三维激光扫描数据处理的理论与方法，E-mail：2502418459@qq.com。
通信作者：郑德华（1972—），博士，副教授，研究方向为精密工程测量与三维激光扫描数据处理的理论与方法，E-mail：zheng_dehua@163.com。

1　球形标靶点云拟合

1.1　球形标靶特性分析

在点云数据配准过程中，常以标靶特征点作为同名点，通过同名点配准的方式实现该过程。球形标靶是利用同名点配准方法中常见的标靶之一，其球心可作为配准过程中的同名点。相比于平面标靶，球形标靶受扫描角度的影响小，且具有各向同性。由于球形标靶无法直接获知球心精确坐标，拟合所得的球心坐标参数无法直接通过比较获取拟合误差，以已知的半径参数为半径真值，可提高球形标靶点云拟合半径参数的精度。

1.2　球形标靶点云拟合的方法

球形标靶的拟合参数包括球心坐标以及半径，可通过对采集的球面点云数据进行拟合获取。由于球形标靶的表面为三维曲面，因此理论上拟合获得球形参数需获得4个及以上的球面上的点，球面上点的坐标符合以下关系：

$$(x_i-a)^2+(y_i-b)^2+(z_i-c)^2=\mathrm{r}^2 \tag{1}$$

式中，(a,b,c) 为球心坐标；r 为球心半径。将球心坐标及半径作为待估参数，当观测获得 n 个球面点时，根据最小二乘原理，得到矩阵表达式为：

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2x_1 & 2y_1 & 2z_1 & 1 \\ 2x_2 & 2y_2 & 2z_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2x_n & 2y_n & 2z_n & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ \mathrm{r}^2-a^2-b^2-c^2 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} x_1^2+y_1^2+z_1^2 \\ x_2^2+y_2^2+z_2^2 \\ \vdots \\ x_n^2+y_n^2+z_n^2 \end{bmatrix} \tag{2}$$

通过比较半径拟合值与半径真值的差值，获得球形标靶参数的精度，利用式（3）计算点云偏差值 v_i 判断点云中点是否为球面特征点：

$$v=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\mathrm{r}_i-\bar{\mathrm{r}})^2}{n}} \tag{3}$$

式中，n 为点云的数量，$\bar{\mathrm{r}}$ 为球形标靶的半径真值。

2　基于入射角的定权方法

2.1　激光入射角与球形标靶的几何关系

三维激光扫描仪在扫描作业中，通过发射激光并接收其反射的回波信号获取点云数据。由于球形标靶O上的各位置与激光存在一定的夹角，使得入射至球面的激光束F有着一定范围的入射角度值，如图1所示，称激光束F与点云切平面的法线夹角为激光入射角 λ。

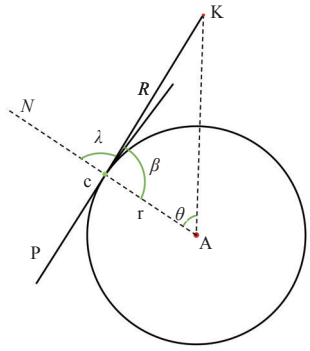


图1　激光入射角

图1中，A为靶球球心，c为球形标靶球面点云，K为三维激光扫描仪中心位置，平面P为c处的切平面，直线 N 为切平面P且过点c的法线，θ、λ 分别为圆心角、激光入射角，R 为K至c处的距离，r为球形标靶半径。

在三维激光扫描站心坐标系下，扫描仪中心K为原点，若球面上一点c的坐标为 (x_i,y_i,z_i)，可通过该点的三维坐标信息以及球心坐标信息求得扫描仪中心K至球心A及点c的距离，利用三角函数关系得出激光入射角 λ，并由图1可知，入射角 λ 与夹角 β 互为补射角。

2.2　入射角影响的光斑模型

三维激光扫描仪发射激光并入射至球面上形成光斑，光斑在入射面上的大小与入射距离和角度相关，具有不平衡特性，并与回波信号的强弱呈负相关，即扫描距离越小、入射角度值越小，激光光斑越小，回波信号越强。常见的激光器主要分为十字形光斑和圆点光斑2种类型[10]，三维激光扫描仪中使用的激光器一般为圆点光斑型。对于圆点光斑，当入射角角度过高时光斑形状发生变化，大部分变为椭圆形。当激光束F垂直入射到球面上时，产生形状为圆形的激光光斑束F′，其直径与激光波束宽度值 ζ 相同，如图2所示。

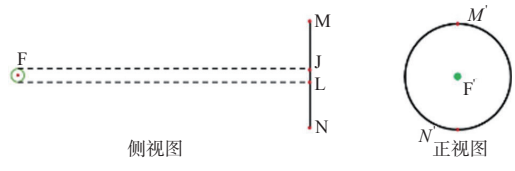


图2　0°入射角光斑

如图3所示，若激光束与入射面存在一定的夹角，随入射面MN的位置转动至 $M''N'$ 处，光斑F′的轴AT的长度与点Q、R之间的长度相同且大于点J、L之间的长度，由于激光波束的宽度没有发生变化，所以轴AU的长度仍然没有发生变化，故此时球面上的

光斑为椭圆形，且其短轴的长度值与激光波束宽度值相同；随着入射角度值的增加，角度值 α 随之增加，光斑 F′ 的长半轴也随之增加，短半轴 AU 的长度仍然与激光波束的直径相同，因此，光斑 F′ 的面积与入射角的角度值成正比例关系。

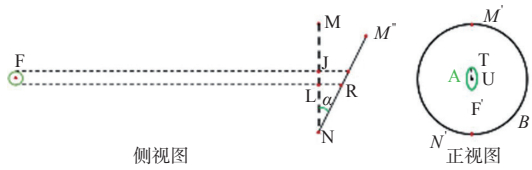
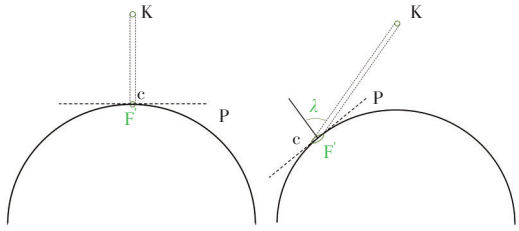


图3　非0°入射角光斑大小的几何关系图

三维激光扫描仪采集球形标靶数据时，激光入射在球面上的光斑面积随入射角增大而增加，且扫描得到的距离与实际距离的差值增大，球面点云的拟合精度降低。当扫描仪扫描球形标靶的数据时，球面点云的激光入射角因位置差异而不同，如图4所示。



a 0°入射角示意图　　b 非0°入射角示意图

图4　入射角角度与激光光斑关系

图4中，K为三维激光扫描仪所在的位置点，P为扫描点的切线，F′ 为光斑，λ 为激光入射角。点云光斑的椭圆长轴 d 随入射角变化的关系[6]，如下式：

$$d=\frac{R\zeta}{\cos\lambda} \tag{4}$$

式中，R 为距离；ζ 为激光波束宽度；λ 为激光入射角；d 为椭圆长轴的值；R、ζ 的乘积为入射角为0时的光斑直径。由式（4）可知，入射角与光斑面积的大小呈正相关关系，由此得出入射角与点云精度呈反比例关系。

2.3　入射角权阵的确定

球形标靶具有各方向观测点云均匀的特点，在相同的范围内进行扫描，均可采集到一定点数且入射角范围较广的点云数据。由上文可知，入射角非0时，光斑的长半轴与激光入射角的大小呈正比例关系，且光斑越大点云精度越低，因此本文拟通过减小入射角较大的点云数据的权重提高拟合的精度。

混合像元分布区域稳定，一般出现在扫描物体的边缘以及前景目标点云与背景目标点云之间，混合像元的存在会降低点云的拟合精度[7]。随着入射角的增大，球面点云越接近球形标靶边缘，点云精度拟合精度随之降低。一般情况下扫描距离远大于球形标靶直径，在相同的扫描距离下且入射角大于阈值 k 时，点云数量随角度的增加而减少，且由式（4）知光斑的长轴变长、面积增大，获得的点云精度较低；且当入射角大于 k 时，球面点云的位置更接近球形标靶边缘，易受混合像元的影响而使点云精度降低。因此可将大于该部分的点云数据的权重定为0，一般情况下，k 值取55°~60°之间。由式（4）可知，光斑长轴与入射角的余弦值成反比，因此可将剩余部分各点的入射角余弦值作为其拟合权，组成权阵：

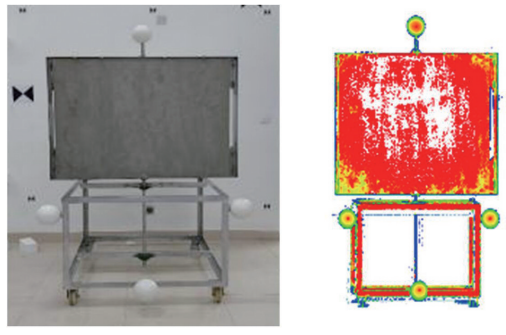
$$\boldsymbol{P}=\begin{cases}\begin{bmatrix}\cos\lambda_1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \cos\lambda_2 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \cos\lambda_i\end{bmatrix} & (\lambda_i<k)\\ 0 & (\lambda_i\geq k)\end{cases} \tag{5}$$

式中，λ_i 为第 i 个点云的入射角角度值。

3　球形标靶点云采集与拟合实验

3.1　实验方案设计

根据上述基于入射角对球形标靶点云定权进行拟合的方法，设计实验并验证该方法在不同距离下的可行性。实验采用Z+F IMAGER 5016三维激光扫描仪，激光波长为1 550 nm。实验装置如图5所示，实验选取2种不同类型的4个球形标靶，分别装置在器材左、右、下、上4个不同的位置，并分别命名为A、B、C、D靶球，其中D靶球为国产靶球，其余均为类型相同的进口靶球，且4个球形标靶的半径均为72.5 mm。实验距离分别设置为10 m、20 m、30 m、40 m、50 m，为减小实验数据的偶然性，在每个距离处对目标物体采集6次数据。



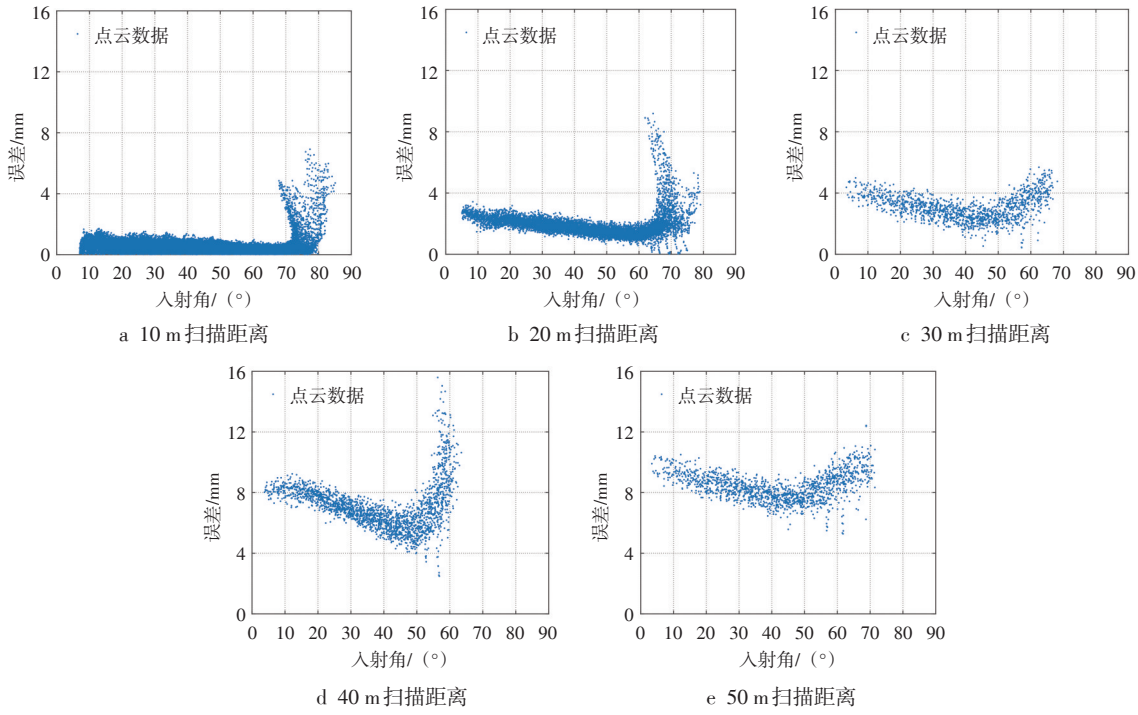
a 扫描装置图　　b 扫描装置点云图

图5　扫描实验装置

3.2　点云入射角的计算

首先根据式（2）并结合最小二乘法对球形标靶进行拟合，获得球形标靶的球心坐标参数。通过该参数以及前文所述的球心与入射角的三角关系，计算出球形标靶点云的入射角角度值，对其进行角度范围

划分，计算球形标靶上的各点到拟合球心的距离，并与球形标靶半径真值比较，以入射角作为分类依据，得到10~50 m不同扫描距离下入射角与半径拟合误差关系，见图6。



a 10 m扫描距离　b 20 m扫描距离　c 30 m扫描距离

d 40 m扫描距离　e 50 m扫描距离

图6　入射角与半径误差散点分布图

图6中，三维激光扫描仪通过接收目标物体漫反射的激光获取目标信息，球形标靶为白色材质且表面光滑的球体，并非理想朗伯反射体，因此会产生镜面反射的现象，且在入射角小于10°时，回光强度较强影响了信噪比，导致该部分误差较大且会造成部分数据的缺失[8]。随着入射角的增大该现象的影响越来越小，至55°左右时误差最小，因此可忽略该现象对点云数据精度的影响。当入射角大于55°时，此时回光强度较弱且光斑面积增大[9]，影响了测量精度；入射角度大于55°时，点云分布比较散乱、误差较大。球形标靶点云数据的数量随着实验距离的增加而减少，当扫描距离大于50 m时，距离为影响点云精度的主要因素，入射角对误差的影响不再明显，因此，式（5）中的k值在本文中取为55°。

3.3　实验结果分析

根据式（2）、（3）对采集的球形标靶数据使用传统最小二乘法进行拟合，获得拟合参数，见表1。根据前文所述的定权方法，赋予点云权重，解算球形拟合参数，并以球形标靶的半径真值为判定依据，得到拟合半径标准差，见表1。

由表1可得，直接使用传统最小二乘法进行球形拟合，只有在10 m扫描距离范围内且扫描对象为进口靶球时，拟合标准差小于1 mm；使用本文定权方法对靶球点云数据进行处理，在20 m扫描距离范围内，实验中4个靶球的拟合标准差均小于1 mm。

表1　最小二乘法拟合结果

实验距离/m	靶球名称	点云数量	拟合半径/mm	加权拟合/半径mm	直接拟合标准差/mm	加权拟合标准差/mm
10	A	30 771	72.43	72.19	0.07	0.31
	B	31 463	72.83	72.77	0.33	0.27
	C	31 586	72.36	72.01	0.14	0.49
	D	31 071	74.78	73.02	2.28	0.52
20	A	8 152	73.49	73.05	0.99	0.55
	B	8 659	74.39	72.71	1.89	0.21
	C	8 868	74.17	72.72	1.67	0.22
	D	9 167	75.39	72.92	2.89	0.42
30	A	3 508	74.39	73.26	1.89	0.76
	B	3 946	79.28	74.72	6.78	2.22
	C	4 150	79.15	74.46	6.65	1.96
	D	4 291	78.83	74.02	6.33	1.52
40	A	2 016	76.82	75.48	4.32	2.98
	B	2 185	80.51	76.56	8.01	4.06
	C	2 156	81.54	77.77	9.04	5.27
	D	2 480	84.62	80.83	12.12	8.33
50	A	1 285	79.23	76.16	6.73	3.66
	B	1 507	80.89	77.60	8.39	5.10
	C	1 437	82.08	78.53	9.58	6.03
	D	1 596	86.80	81.75	14.30	9.25

使用基于入射角定权方法拟合参数的精度在10~

50 m的距离范围内均高于直接使用最小二乘法拟合所获参数的精度。国产靶球在10~50 m的5个实验距离内，其拟合参数的误差分别减少77.36%、85.63%、75.95%、31.31%、35.30%。进口靶球在20~50 m的4个实验距离内，拟合参数的误差分别减少71.49%、65.86%、40.76%、40.61%。

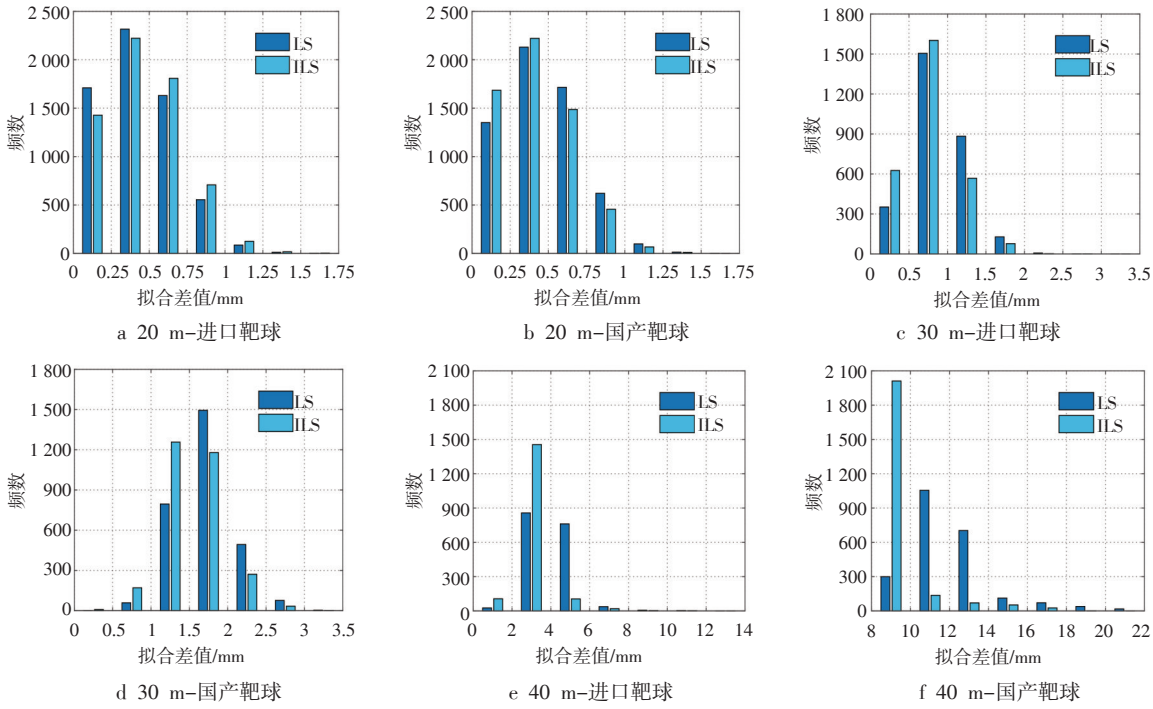
实验中将阈值 k 取值为55°，对入射角在0~55°范围内的点云进行加权拟合计算；若不取阈值，对整体数据使用入射角余弦值赋予权重进行拟合，获得拟合参数，见表2。

由表2可知，在10~50 m扫描距离范围内且阈值 k 取值为55°时，国产靶球拟合得到的参数精度均高于不设阈值进行加权拟合的方法，其拟合半径标准差分别减小71.13%、81.60%、71.10%、16.63%、20.27%；在20~50 m的扫描距离内，对进口靶球使用该定权方法进行拟合，获得的拟合参数的精度高于整体加权的方法，且在上述扫描距离内，其拟合误差分别降低60.59%、59.58%、29.29%、26.30%。

在20~40 m扫描距离范围内，使用基于入射角定权的方法拟合获得的解算参数，其拟合标准差明显低于其他2种方法。在该范围内使用基于入射角定权的方法及最小二乘方法获得拟合球形参数，并计算各点至各拟合球面间的拟合差值，统计各范围内的频数并进行比较，如图7所示。

表2　特定入射角区域拟合半径参数

实验距离/m	靶球名称	点云数量	特定区域点云数量	整体加权拟合半径/mm	整体加权拟合标准差/mm	加权拟合标准差/mm
10	A	30 771	24 977	72.36	0.14	0.31
	B	31 463	24 257	72.61	0.11	0.27
	C	31 586	24 568	72.45	0.05	0.49
	D	31 071	23 031	74.28	1.78	0.52
20	A	8 152	6 277	73.14	0.64	0.55
	B	8 659	5 854	73.95	1.45	0.21
	C	8 868	6 133	73.74	1.24	0.22
	D	9 167	5 890	74.76	2.26	0.42
30	A	3 508	2 846	74.00	1.50	0.76
	B	3 946	2 896	78.48	5.98	2.22
	C	4 150	3 107	78.32	5.82	1.96
	D	4 291	2 881	77.76	5.26	1.52
40	A	2 016	1 651	76.49	3.99	2.98
	B	2 185	1 701	79.02	6.52	4.06
	C	2 156	1 738	79.51	7.01	5.27
	D	2 480	2 259	82.49	9.99	8.33
50 m	A	1 285	1 021	78.23	5.73	3.66
	B	1 507	1 045	79.38	6.88	5.10
	C	1 437	1 067	79.76	7.26	6.03
	D	1 596	1 400	84.11	11.61	9.25



a 20 m–进口靶球　b 20 m–国产靶球　c 30 m–进口靶球

d 30 m–国产靶球　e 40 m–进口靶球　f 40 m–国产靶球

图7　拟合差值频数比较

4　结　语

为了提高球形标靶拟合参数的精度，本文提出了基于入射角定权的球形标靶拟合方法，根据入射角对点云精度的影响关系，通过加权最小二乘方法对球形

（下转第57页）