引文格式：贾艳红,朱佳贝,邓露露,等. 利用城市标度律分析广西城市要素与人口规模发展[J]. 地理空间信息, 2024, 22(8): 1-6. doi:10.3969/j.issn. 1672-4623.2024.08.001

利用城市标度律分析广西城市要素与人口规模发展

贾艳红[1]，朱佳贝[1]，邓露露[1]，徐源泉[1*]
（1. 广西师范大学 环境与资源学院，广西 桂林 541006）

摘　要：利用城市标度律理论，从全域和城市（镇）群2个视角定量分析了广西城市发展过程中城市要素和人口规模间的标度关系。研究结果表明：在广西全域视角下，城市要素与人口规模呈线性关系，但在市辖区尺度下的城市要素更能满足城市人口的增长需求。广西的城市发展水平要低于全国其他城市发展水平，标度因子呈现负值的要素与经济相关，特别是地区生产总值的增长幅度与人口的增长规模不匹配，人口红利无法转化为经济增长点。在城市（镇）群视角下，广西各城市（镇）群的城市发展具有显著的空间分异性特点。政府应根据每个城市或地区的特点来指导城市更好地发展与扩张，加强各城市（镇）群之间的联系，构建更加全面、健康、可持续的城市发展战略。

关键词：城市标度律；城镇化；城市要素；人口规模
中图分类号：P208　　**文献标志码：**B　　**文章编号：**1672-4623（2024）08-0001-06

Development of Urban Indicators and Population Size in Guangxi Based on Urban Scaling Law

JIA Yanhong[1], ZHU Jiabei[1], DENG Lulu[1], XU Yuanquan[1]
(1. School of Environment and Resources, Guangxi Normal University, Guangxi 541006, China)

Abstract: Using the theory of urban scaling law, we quantitatively analyzed the scaling relationship between urban indicators and population size of urban development process in Guangxi from two perspectives, such as the entire region and cities (town) groups. The research results show that at the entire region, there is a linear relationship between urban indicators and population size. However, at the level of municipal districts, urban indicators can better fulfill the needs of urban population growth. Guangxi's urban development is relatively low compared to other cities in China, as the scaling factor of certain indicators is negatively related to the economy, particularly with the mismatch between the growth rate of regional GRP and population scale, making it difficult to translate population dividends into economic growth points. At the cities (town) groups, there are significant spatial differentiation characteristics of urban development in each group. Governments should guide the development and expansion of cities based on the unique characteristics of each city or region, strengthen the connections among urban (township) clusters, and construct a comprehensive, healthy, and sustainable urban development strategy.

Key words: urban scaling law, urbanization, urban indicator, population size

城镇化是当今世界发展的主流趋势，2020年第七次全国人口普查数据显示，中国城镇化率达到63.89%，相比2010年增长14.21个百分点，这表明我国整体上正处于快速城镇化阶段。然而，快速城镇化所带来的城市人口急剧增长给城市的可持续发展带来了诸多挑战[1]。如何在有限的资源下发展城市经济，建设足够的城市基础设施，以满足日益增长的城市居民对教育、医疗、娱乐和工作等美好生活的需求，已经成为各地区，特别是经济发展水平和城镇化率较低地区，在城市发展过程中需要解决的现实问题。

城市发展的研究方法经历了从定性分析到定量分析的发展[2-3]。目前，城市标度律是定量研究城市发展的主要方法之一。城市标度律起源于生物学领域的克莱伯定律（Kleiber's Law）。1932年生物学家Kleiber发现许多生物的基础代谢水平与体积的1/4次方成正比的现象，揭示了生物在生长过程中的一般规律[3]。1956年Naroll[4]发现城市人口的发展也符合这一规律。随后，国内外诸多学者利用标度律研究了建成区面

收稿日期：2023-04-20。
项目来源：国家自然科学基金资助项目（42061045）；广西科技基地和人才专项资助项目（2021AC19302）；广西重点研发计划资助项目（AB21220057）；广西漓江流域景观资源保育与可持续利用重点实验室研究基金资助项目（LRCSU21Z0102）；广西壮族自治区大学生创新创业训练计划资助项目（S202210602047）。
第一作者简介：贾艳红（1977—），博士，副教授，研究方向为GIS与遥感应用，E-mail：89312696@qq.com。
通信作者：徐源泉（1990—），博士，讲师，研究方向为时空数据分析，E-mail：yqxu@gxnu.edu.cn。

积、土地利用、GDP、道路网等少量城市要素与城市人口之间的异速增长关系[5-9]。城市是由众多城市要素组成的复杂系统，城市人口的流动赋予了这些城市要素社会、经济与功能属性和联系，因此，对少量的城市要素进行城市标度律分析可能无法准确评价城市发展模式。Bettencourt[10-11]等对多个国家在不同时间的多个城市要素进行了对比分析，发现城市人口与多个城市要素之间也存在城市标度律，证明了这一规律可以定量地揭示城市系统中的规模效应，并基于社会联系模型阐述其中的理论机制[12]。

近年来，国内学者对城市标度律在中国城市系统发展中的适用性进行了分析[13-14]，揭示了中国城市标度律在时空上的特征与规律[15-16]，以及各地区间的差异[17]。这些研究主要围绕中国所有城市或者某区域的城市样本展开。然而，在不同规模的城市组成的城市系统样本总体中，城市间的城市要素、经济发展水平和城镇化率等存在较大的差异，这可能导致城市标度律过度关注对总体贡献较大的城市特征，即经济水平和城镇化率较高城市，这势必会导致结果出现偏差。因此，城镇化水平较低的中小城市标度律关系还有待进一步研究。

本文以城镇化率相对较低的广西作为研究区，采用城市标度律理论，定量分析了2014—2018年广西14个城市以及四大城市（镇）群的人口与主要城市要素之间的关系，试图探究广西城市发展过程中的城市要素与人口规模之间的增长关系，分析广西区域发展滞后的内在因素，为制定广西城市的可持续发展政策提供支持。

1 城市标度律

城市系统的标度律由Bettencourt[10]等学者引入地理学界。城市标度律将城市被类比为生物机体，以探究城市系统中城市要素与人口规模之间的非线性关系，其函数形式为：

$$y = y_0 n^{\beta} \tag{1}$$

式中，y为每个城市的各个城市要素的度量；n为每个城市的常住人口数量；y_0为数对(y, n)拟合后的标准化常量；β为标度因子。

对公式（1）取对数，采用最小二乘法得到的线性回归方程为：

$$\lg y = \beta \lg n + \lg y_0 \tag{2}$$

双对数尺度下的线性回归拟合是现在有关城市标度律研究中常用的拟合方法[10-11,20]。公式（2）可用于对城市要素与城市人口规模进行线性拟合，其中β为每个城市要素在对应研究区下的标度因子。

Bettencourt[12]等学者参考生物领域的克莱伯定律（Kleiber’s Law），初次建立了基于社会联系的城市标度律机制理论。基于当地有限的城市要素计算出标准化常量，并将标度因子β划分为3类：①$\beta>1$时，城市要素与人口规模间呈超线性关系。从小城市到大城市，该要素随城市人口增加呈现集聚与规模报酬递增效应（如犯罪率[10,22]、GDP等[12]）；②$\beta=1$时，城市要素与人口规模间呈线性关系。随着城市规模扩张，该要素随城市人口增加基本同步增长（如居民家庭用水量[10]、基础服务等[18]）；③$\beta<1$时，城市要素与人口规模间呈次线性关系。从小城市到大城市，该要素增加率小于人口增长律，呈现规模经济效应（如道路长度等[10,12]）。

2 研究区域与数据

2.1 研究区

城市的边界范围会直接影响城市标度律的分析结果[18]，现有的一些研究更多地以城市市辖区作为城市边界来探究城市标度律[14,16]。为了更广泛地了解广西城市要素与人口规模之间的关系，本文选择市辖区和市域两个城市边界范围作为研究的基本单元。

为了进一步研究广西城市标度因子的地区差异，本文依据《广西壮族自治区国民经济和社会发展第十三个五年规划纲要》选取了广西四大城市（镇）群作为分析单元，分别是北部湾城市群、桂中城镇群、桂东南城镇群、桂北城镇群。其中，百色市不属于任何城市（镇）群，玉林市既属于北部湾城市群也属于桂东南城镇群。

2.2 数据来源

城市要素是指构成城市的必要要素，是对一个城市经济增长和社会发展起到实质性作用的生产要素和发展要素，包括城市人口、经济和资源等要素。综合前人的研究，本文从相关统计年鉴中选取了资源环境、经济发展、科技创新、人民生活、公共服务和基础设施等城市要素的统计指标，以从多个方面揭示城市经济增长和可持续发展状况。

受新冠疫情的影响，2019年底以来的医疗、交通等相关公共服务、基础设施和社会经济指标处于应急状态，该状态下的城市要素与人口规模无法遵循一般情况下的发展规律。因此，在分析广西城市标度律时，本文以2018年的人口规模和城市要素作为实验数据。其中，人口规模数据来源于《广西统计年鉴

（2018年）》中的市辖区和市域常住人口数据，城市要素来源于《广西统计年鉴（2018年）》中广西14个市辖区和市域的相关统计指标数据。

在研究广西城市（镇）群尺度下的标度律时，为了保证拟合结果的可靠性，本文选取2014—2018年5 a的人口规模和城市要素作为实验数据。同样地，人口规模数据来源于《广西统计年鉴（2014–2018年）》中的市辖区和市域常住人口数据，城市要素来源于《广西统计年鉴（2014–2018年）》中广西14个市辖区和市域的相关统计指标数据。此外，根据《广西统计年鉴》中的分类标准，本文将市辖区相关统计指标分为资源环境、经济发展、人民生活、公共服务和基础设施为五大类。但对于市域的相关统计指标，本文则没有进行分类。

3　广西全域视角下的城市标度律

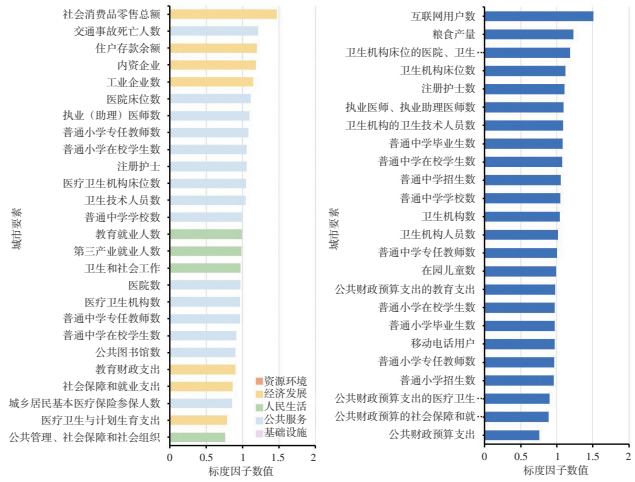
3.1　广西全域视角下的城市发展现状分析

本文首先从市辖区和市域2个城市边界范围对广西城市标度律进行了分析。由于统计年鉴中缺失部分城市的统计指标，因此，本文在数据预处理阶段对这些缺失指标进行了剔除。修正后的市辖区尺度下的城市要素共135个，市域尺度下的城市要素共86个。最后分别计算市辖区和市域尺度下广西城市要素与人口规模间的拟合优度和标度因子。实验结果表明：市辖区和市域的所有要素的平均拟合优度分别为0.600和0.499，这表明在市辖区尺度下城市标度律能够呈现广西城市要素与人口规模之间的关系，但总体要低于全国的平均拟合优度（0.77）[16]。

为了探究广西城市发展现状，本文进一步分析了高于全国平均拟合优度的城市要素，分析结果如图1所示。

从图1a中可以看到，市辖区尺度下拟合优度大于0.77的城市要素大类只有公共服务、经济发展和人民生活，没有资源环境和基础设施类要素。这表明广西的资源环境和基础设施类要素的发展没有随着人口规模的增加呈现稳定的非线性增长趋势，反映了广西城市在资源环境和基础设施发展的不平衡性。因此，广西各城市应该加大对资源环境和基础设施的建设力度，以满足城市人口规模增长所带来的需求。

从图1b中可以看到，市域尺度下拟合优度大于0.77的标度因子在[0.5, 1.5]的区间上分布。其中，互联网用户数与粮食产量的标度因子显著大于1，与人口规模呈现超线性关系，互联网络和粮食的发展能够充分满足人民生活的需求。而公共财政预算支出的标度因子显著小于1，与人口规模的发展呈现次线性关系，这是经济发展的不理想表现，地方政府需要在建设方面投入更多的公共预算。



a 市辖区尺度　　b 市域尺度

图1　2018年广西市辖区和市域城市要素的标度因子

此外，无论是市辖区尺度，还是市域尺度，医疗卫生机构床位数和执业医师数都呈现出超线性关系$\beta>1$，这与Bettencourt总结大城市发展的3类现象不符[10]，但其他大部分要素均符合。由此可见，城镇化水平较低的城市标度律与大城市的标度律具有一定的差异性。

3.2　广西城市发展与中国其他大城市发展的差异性

为了进一步探究广西城市要素与中国其他城市要素的发展状况差别，本文选取了6个在公共服务、生活、经济方面具有代表性的主要城市要素，并计算这些要素在市辖区和市域尺度下的标度因子，最后与中国城市要素的标度因子进行了对比分析（表1）。

从表1中可知，广西各城市的家庭用水量、从业人数和公共财政收入的标度因子均大于1，能够为城市居民生活提供基本保障，与中国其他城市中的非线性表现一致。然而，在医生数、普通中小学专任教师数和地区生产总值（gross regional product，GRP）城市要素中，广西城市与中国其他城市非线性表现不一致。在广西市辖区尺度下，医生数、普通中小学专任教师数要素的标度因子大于1，与人口规模表现为超线性关系，说明今后每名医生或教师服务的人数会越来越少。而广西市辖区GRP的标度因子小于1，与人口规模的增长表现为次线性关系，这说明广西城市人口规模的集聚不能带来GRP的集聚，没有给地区生产总值的增长带来促进作用，这也进一步揭示了广西城市的经济发展不理想，与中国其他城市的经济发展相

比存在一定差距。

表1 2018年广西市辖区视角下的主要城市要素表现与中国城市主要要素表现对比

城市要素	广西市辖区城市要素			中国城市要素
	β	R^2	市辖区	
医生数	1.092	0.859	超线性	次线性[16]
家庭用水量	1.072	0.684	超线性	超线性[19]
从业人数	1.121	0.731	超线性	超线性[16]
公共财政收入	1.174	0.637	超线性	超线性[16]
普通中小学专任教师数	1.024	0.950	超线性	次线性[16]
GRP	0.955	0.647	次线性	超线性[19]

4 广西城市（镇）群视角下的城市标度律

4.1 广西城市（镇）群尺度下的城市发展现状分析

为了探究广西不同城市（镇）群的城市发展情况，本文基于2014—2018年的广西城市市辖区统计数据，在剔除缺失指标后筛选出了100个每年均有的指标。接着按照《广西统计年鉴》（2018）的分类标准，将城市要素分为不包括人口规模指标的5个大类和15个小类。最后利用城市标度律计算各类城市要素的标度因子与拟合优度的平均值，结果如表2所示。

从表2中可知，北部湾城市群、桂中城镇群、桂北城镇群的城市要素与人口规模的拟合优度较理想，且绝大部分标度因子 β 大于1，表明城市要素会随着人口规模的增加而表现出自适应的增长，且增长幅度越来越大。资源、环境、经济发展、人民生活、公共服务以及基础设施的城市要素逐渐在地方集聚，单位人口会拥有相关城市要素，规模集聚效应显著。大部分小类经济指标会为城市发展带来规模及劳动报酬递增效应，基本满足城市居民各方面的需求。因此，这3个城市（镇）群的发展良好，基本符合城市发展过程中的一般表现，然而就业和文体类城市要素的拟合优度较低，不符合城市标度律的表现。

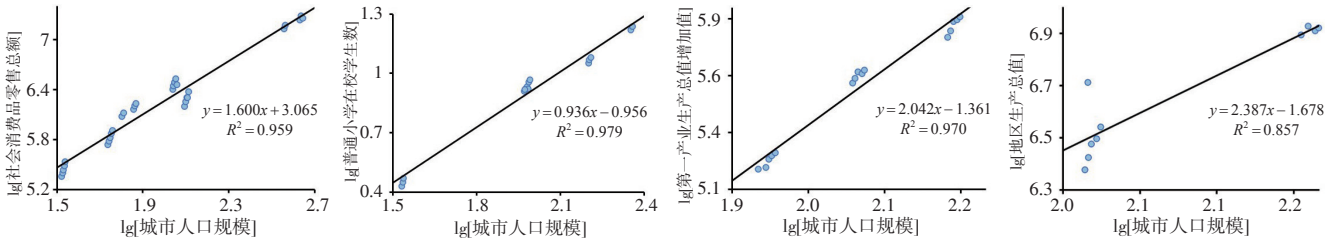
桂东南城镇群城市要素拟合优度均低于0.65，多数指标小类的拟合优度非常低，表明城市发展的不均衡现象极为突出，不符合城市系统按照城市标度律发展的3种表现。桂东南城镇群城市要素拟合优度高于0.5的只有地区生产总值、教育和交通运输类要素，且这3类要素的标度因子β均小于1，表明这2类要素的人均值会随着人口规模的增长而下降，呈现出规模经济效应。城市要素是为了适应人口需求而逐渐发展起来的，政府对城市的发展投入不足会导致城市要素发展不充分、不均衡。

4.2 广西城市（镇）群的“局部最理想要素”分析

本文利用上节的100个指标，计算了广西城市（镇）群尺度下各个城市（镇）群与人口规模拟合优度最高的城市要素，将其称为“局部最理想要素”。“局部最理想要素”会随着人口规模的增加表现出高度拟合的超线性、线性、次线性增长趋势，反映了每个城市（镇）群最能适应人口增长的城市要素。因此本文对广西城市（镇）群的“局部最理想要素”进行了分析（如图2所示），以揭示各城市（镇）群的发

表2 2014—2018年广西城市（镇）群经过分类后的城市要素表现

指标大类	指标小类	北部湾城市群		桂中城镇群		桂东南城镇群		桂北城镇群	
		β	R^2	β	R^2	β	R^2	β	R^2
资源环境		0.986	0.723	1.109	0.668	0.269	0.328	1.888	0.609
经济发展	地区生产总值	0.724	0.567	1.297	0.620	−0.170	0.565	1.915	0.631
	财政	0.983	0.765	1.586	0.683	−0.303	0.238	2.317	0.536
	金融	1.433	0.890	1.425	0.723	0.278	0.148	3.552	0.794
	房地产投资	1.264	0.672	1.574	0.797	0.140	0.215	2.202	0.449
	规模以上工业数	1.047	0.507	1.806	0.588	−0.301	0.156	2.327	0.419
	贸易	1.429	0.899	1.433	0.554	−0.098	0.152	3.001	0.708
人民生活	就业	1.435	0.086	2.132	0.117	0.209	0.004	12.074	0.369
	收入	1.249	0.943	1.361	0.686	−0.247	0.257	3.216	0.725
公共服务	教育	1.184	0.871	0.934	0.770	0.915	0.643	1.256	0.210
	文体	1.057	0.435	1.009	0.358	0.225	0.007	2.993	0.392
	医疗	1.200	0.882	0.866	0.619	0.031	0.040	1.824	0.548
	社会保障	0.921	0.623	1.751	0.775	−0.581	0.180	3.310	0.524
	公共安全	1.120	0.659	0.683	0.489	1.142	0.359	1.476	0.119
基础设施	交通运输	1.416	0.809	1.206	0.865	−1.024	0.629	3.319	0.617
	生活设施	1.074	0.826	1.207	0.658	−0.280	0.140	3.324	0.728



a 北部湾城市群　b 桂中城镇群　c 桂东南城镇群　d 桂北城镇群

图2　2014–2018年广西城市（镇）群“局部最理想要素”拟合状况

展优势，探究其集聚效应或规模经济效应的内在动因。

从图2a可知，北部湾城市群的社会消费品零售总额与人口规模的拟合优度最高（$R^2=0.959$），与人口规模成稳定的超线性增长关系（$\beta=1.600$），表现出良好的规模集聚效应，即随着人口规模的增加，单位常住人口带来更多的购买力能够在地方集聚。尽管当前北部湾城市群正处于快速发展阶段，但与周边城市相比，其缺乏优势产业[21]，导致地区生产总值（$\beta=0.966$，$R^2=0.766$）的增长不理想。同时第一产业生产总值增加值（$\beta=0.657$，$R^2=0.633$），也没有随着人口规模的增加而增长，这2个城市要素并未表现出良好的规模集聚效应。

对于桂中城市群，与人口规模发展联系最密切的城市要素是普通小学在校学生数（$R^2=0.979$）（图2b），与人口规模呈现出线性关系（$\beta=0.936$），这表明随着人口规模的增加，桂中城镇群的普通小学能够对地方逐渐增加的小学生数量做出自适应的调整。同时，桂中城镇群在地区生产总值上表现出的集聚效应主要归因于桂中城镇群是个“工业城镇”[20]，高效的资源配置带来了规模经济效益，促进了社会经济产出的积累。但第一产业生产总值增加值的拟合优度低（$\beta=0.519$，$R^2=0.173$），与人口规模之间相关性不强。

桂东南城镇群中与人口规模拟合优度最高的城市要素是第一产业生产总值增加值（$R^2=0.970$）（图2c），与人口规模表现出显著的规模集聚效应（$\beta=2.041$）。随着人口规模的增长，桂东南城镇群第一产业表现出显著的增长趋势。但是人口规模的增加并没有为第一产业长期有效地转化为经济效益提供保障，且生产总值（$\beta=-0.386$，$R^2=0.372$）和社会消费品零售总额（$\beta=0.287$，$R^2=0.171$）与人口规模增长基本不相关，人口集中度和经济集中度相关性低[21]，不符合城市标度律的表现。

桂北城镇群中与人口规模发展联系最密切的城市要素是地区生产总值（$R^2=0.857$）（图2d）。桂北城市群的地区生产总值与人口规模呈现超线性关系（$\beta=2.387$），人口集聚促进地方经济的集聚效应。然而，第一产业生产总值增加值（$\beta=0.758$，$R^2=0.095$）和普通小学在校学生数（$\beta=2.178$，$R^2=0.080$）与桂北城镇群的人口规模增长协同性较差。尽管表现出了规模经济效应和规模集聚效应，但其拟合度太低，与人口的集聚基本不相关。

5　结　语

本文以广西14个地级市的市辖区和市域为研究单元，以城市统计年鉴数据为主要数据源，采用城市标度律理论，在市域和市辖区尺度下探究了广西城市发展过程中城市要素和人口规模间的标度关系，对比分析了广西与中国主要城市要素的表现，研究了城市（镇）群视角下广西城市要素的区域差异。研究结果表明：

1）在广西全域视角下，广西人民生活、公共服务、基础设施类要素与人口规模的增长表现为线性关系，总是会随着城市规模的扩张进行自适应调整。但在市辖区和市域尺度下，标度因子呈现负值的要素都与经济相关，人口红利并不能转化为经济增长点，说明广西经济发展有待推动。

2）在广西市辖区尺度下，家庭用水量、从业人数等城市要素与人口规模的超线性关系与中国城市相符，然而医生数、普通中小学专任教师数与人口规模的增长表现为超线性，GRP与人口规模的增长表现为次线性，这与中国其他城市在这两方面的次线性和超线性明显不同。这表明各城市间发展是不平衡的，需要结合城市或者地区特点来指导城市更好地发展与扩张。

3）相比于空间范围更大的市域尺度，市辖区是由城市主体的核心区域和经济发展的中心区域构成，具有较少的非城市化区域，这使得市辖区尺度下的城市发展规律比市域尺度更加符合城市标度律，反映了城市内部发展的不均衡性，这一结论与前期的研究结果相符[19]。因此，政府应该进一步加快城镇化建设，并优

化资源配置，使城市人口能够拥有优质的城市资源。

4）广西北部湾城市群、桂中城镇群、桂北城镇群的城市要素与人口规模的拟合优度较为理想。北部湾城市群应该着力于把城市的人口红利转化为经济增长点，提高地方的资源配置效率；桂中城镇群应该在保持经济增长的情况下继续发展地方优势产业，使集聚的资源利用更加高效，促进社会更多的经济产出；桂东南城镇群的要素拟合优度较差，城市之间的发展差异性较大，地方政府可以加大对第二、第三产业的投入；桂北城镇群一直依靠旅游业产出了显著的经济效益，地方需要将这种优势保持并尽量强化才能够保证地方经济长期有效地增长。

5）广西“局部最理想要素”在空间上分布特征可以反映广西城市（镇）群的不均衡发展，这一现象与城市（镇）群内部的区域特征、经济基础和城镇化水平有密切联系。政府应该因地施策，把“局部最理想要素”打造为推动区域发展的优势要素，增加相关投入，协调和平衡其他城市要素的发展，加强各城市（镇）群之间联系，统筹规划发展计划，构建更加全面的、健康的、可持续的城市发展战略。

本文采用城市标度律从不同视角下对广西城市发展过程中城市要素与人口规模之间的关系进行了验证，尝试为广西城市发展提供辅助决策支持，但仍有部分问题有待解决：①不同尺度下的统计数据会导致城市要素与人口规模之间的关系发生不同的结果，甚至是截然相反的结果，如：广西的中小学专任教师数在市辖区尺度下是超线性表现，在市域尺度下是次线性表现。这说明城市标度律在地理学应用中存在可变面元问题（MAUP）[22]，因此如何解决不同空间分析单元对城市标度律结果带来的误差是后续需要解决的问题。②城市内部发展水平也存在一定的空间异质性，利用更加精细化的空间统计单元数据，可以更加准确地挖掘城市发展模式[23]，有利于城市管理部门制定更加精细的发展策略。

参考文献

[1] 李德仁，邵振峰. 论物理城市、数字城市和智慧城市[J]. 地理空间信息，2018，16(9):1-4

[2] 刘伦，龙瀛，麦克·巴蒂. 城市模型的回顾与展望:访谈麦克·巴蒂之后的新思考[J]. 城市规划，2014，38(8):63-70

[3] Kleiber M. Body Size and Metabolism[J]. Hilgardia, 1932，6(11):315-353

[4] Naroll R S, Bertalanffy L. The Principle of Allometry in Biology and Social Sciences[J]. General Systems Yearbook, 1956，1(2):76-89

[5] Gould S J. Geometric Similarity in Allometric Growth: A Contribution to the Problem of Scaling in the Evolution of Size[J]. The American Naturalist，1971，105(942):113-136

[6] Pumain D, Paulus F, Vacchiani-marcuzzo C, et al. An Evolutionary Theory for Interpreting Urban Scaling Laws[J]. Cybergeo: European Journal of Geography，2006(343):20

[7] 李雅静，陈彦光. 京津冀城镇体系的位序:规模与异速生长标度分析[J]. 城市发展研究，2021，28(6):84-92

[8] 梁进社，王旻. 城市用地与人口的异速增长和相关经验研究[J]. 地理科学，2002，22(6):649-654

[9] 陈彦光，周一星. 城市规模:产出关系的分形性质与分维特征:对城市规模-产出幂指数模型的验证与发展[J]. 经济地理，2003，23(4):476-481

[10] Bettencourt L M, Lobo J, Helbing D, et al. Growth, Innovation, Scaling, and the Pace of Life in Cities[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America，2007，104(17):7 301-7 306

[11] Bettencourt L, West G. A Unified Theory of Urban Living[J]. Nature，2010，467(7 318):912-913

[12] Bettencourt L M. The Origins of Scaling in Cities[J]. Science，2013，340(6 139):1 438-1 441

[13] 吴文佳. 基于复杂性理论的城市标度律研究与实证分析[D]. 北京:清华大学，2019

[14] 龚健雅，许刚，焦利民，等. 城市标度律及应用[J]. 地理学报，2021，76(2):251-260

[15] 徐智邦，焦利民，贾琦琪，等. 标度律视角的城市效能测度及中国城市多维要素效能分析[J]. 地理研究，2021，40(6):1 596-1 609

[16] 焦利民，雷玮倩，许刚，等. 中国城市标度律及标度因子时空特征[J]. 地理学报，2020，75(12):2 744-2 758

[17] 宫攀，张槊. 标度律视角下城市体检评估与地区差异研究[J]. 城市问题，2022(8):24-35

[18] Cottineau C, Hatna E, Arcaute E, et al. Diverse Cities or the Systematic Paradox of Urban Scaling Laws[J]. Computers, Environment & Urban Systems，2016，59(5):80-94

[19] 董磊，王浩，赵红蕊. 城市范围界定与标度律[J]. 地理学报，2017，72(2):213-223

[20] 张协奎，李惠惠. 西江经济带小城镇可持续发展能力分析[J]. 广西社会科学，2015，31(11):70-75

[21] 蔡卓杰，卢远，华璀. 广西县域人口与经济集聚时空演变分析[J]. 地理空间信息，2016，14(1):13-16

[22] 陈江平，张瑶，余远剑. 空间自相关的可塑性面积单元问题效应[J]. 地理学报，2011，66(12):1 597-1 606

[23] 祁瑞，舒红，罗琼，等. 城市统一空间基础网格划分[J]. 地理空间信息，2016，14(6):79-82