第 50 卷 第 11 期：4875-4886 高电压技术 Vol.50, No.11: 4875-4886
2024 年 11 月 30 日 High Voltage Engineering November 30, 2024
DOI: 10.13336/j.1003-6520.hve.20231325

基于值函数近似的发电商报价与市场出清双层优化算法

陈 荃[1]，郇嘉嘉[1]，郑淇源[2]，张丹宏[1]，余 达[1]，朱建全[2]
（1. 广东电网有限责任公司，广州 510699；2. 华南理工大学电力学院，广州 510640）

摘 要：针对碳交易和绿证交易机制下发电商策略报价与市场出清问题，提出了一种基于值函数近似的双层优化算法。首先，以发电商利润最大为目标，综合考虑报价约束、潮流约束与碳配额约束，建立了发电商策略报价和市场出清的双层优化模型。其次，提出基于响应面的值函数近似技术，可以在不引入整数变量的情况下将双层模型转换为单层模型，实现快速求解。再次，从紧支光滑权函数的角度对所提基于响应面的值函数近似技术进行改进，通过赋予采样点不同的权重因子，解决非光滑值函数难以准确近似的问题，提高计算精度。最后，通过算例分析验证了所提算法的有效性。仿真结果表明，相较于传统的双层优化算法，所提方法的求解效率提升了 3 倍以上，且不损失计算精度，为电-碳-证耦合下的发电商报价与市场出清提供一种有效工具。
关键词：双层模型；值函数近似；响应面方法；绿证交易；电力市场

Value Function Approximation-based Bi-level Optimization Algorithm for Strategic Biddings of Power Suppliers and Clearing of Markets

CHEN Quan[1], HUAN Jiajia[1], ZHENG Qiyuan[2], ZHANG Danhong[1], YU Da[1], ZHU Jianquan[2]
(1. Guangdong Power Grid Corporation, Guangzhou 510699, China;
2. School of Electric Power Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: Aiming at the strategic bidding of power suppliers and clearing of markets with carbon and green certificate trading, a bi-level algorithm based on value function approximation is proposed. Firstly, a bi-level model is established, aiming to maximize the profit of power suppliers while considering pricing constraints, power flow constraints, and carbon quota constraints. Secondly, a response surface method-based value function approximation technique is proposed, which can transform the bi-level model into a single-layer model without introducing integer variables, enabling rapid computation. Furthermore, the response surface method-based value function approximation technique is improved from the perspective of compactly supported smooth weight functions, which assigns distinct weight factors to different sample points. This addresses the challenge of accurately fitting non-smooth value functions and enhances computational precision. Finally, simulation analysis is used to verify the effectiveness of the proposed algorithm. The simulation results show that the efficiency of the proposed method is more than 3 times that of the traditional bi-level algorithm without loss of calculation accuracy, which provides an effective tool for clearing of markets and the strategic bidding of power suppliers under coupled markets.
Key words: bi-level model; value function approximation; response surface method; green certificate trading; electricity market

0 引言

为应对日益突出的全球气候变暖问题，我国于 2020 年提出了“碳达峰、碳中和”目标。电力行业作为碳减排的“主力军”，既依赖于减排技术的发展，也需要市场机制的支持[1-2]。在这种背景下，我国先后建立起绿色证书交易市场和全国碳排放权交易市场，通过市场的方式促进节能减排及可再生能源的发展。碳市场和绿证市场的引入也对电力市场产生深刻影响。一方面，由于碳成本的出现，碳市场将直接影响电力市场的出清顺序，改变现有发电侧的

基金资助项目：国家自然科学基金(51977081)；广东电网有限责任公司科技项目(0300002022030201GH00033)。
Project supported by National Natural Science Foundation of China (51977081), Science and Technology Project of Guangdong Power Grid Corporation(0300002022030201GH00033).

利益格局[3]。另一方面，绿证市场使可再生能源发电商获得了额外收益，提高了新能源的市场竞争力。在这种背景下，发电商的策略报价与出清不但要考虑电力市场的因素，还要考虑碳市场和绿证市场的影响，成为一个电-碳-证市场耦合下的优化决策问题[4-6]。

随着电力行业碳减排进程的不断推进，电力市场、绿证市场和碳市场协同作用及市场主体策略行为等相关研究受到越来越多的关注。在模型方面，已有的研究可分为系统动力学模型和一般均衡模型2类。文献[7-8]采用系统动力学仿真方法对碳市场、绿证市场和电力市场的交互作用进行了建模分析；这种模型相对简单，但只适用于长时间尺度下的宏观分析，难以描述市场主体追求利益最大化的行为。为避免上述问题，部分文献采用一般均衡模型进行研究：文献[9]基于经典古诺博弈竞争理论，构建了双层优化的电力市场出清模型；文献[10]建立了考虑可再生能源配额制的绿、火电商和大用户直购电的双层博弈均衡模型；文献[11]基于寡头竞争均衡理论，构建了一个考虑绿证市场和电力批发市场的两阶段联合均衡模型。虽然上述文献利用一般均衡模型能够模拟出市场主体的策略行为，但由于对电力市场进行了大幅简化(如没有考虑潮流约束等)，因此所得结果可能与实际电力市场运行情况存在较大偏差。此外，这些模型仅从单一碳市场或绿证市场的角度研究了电力市场均衡问题，未能全面考虑当前电、碳、证耦合下的交易问题。

在算法方面，基于一般均衡理论的发电商决策与市场出清问题本质上是一个多时段双层优化问题，其求解方法主要分为智能类算法和解析类算法。其中，智能类算法通过随机搜索的方式进行上、下层迭代求解。比如，文献[12]采用粒子群算法求解各发电商收益最大化的双层优化模型，通过不断迭代更新发电商策略与市场出清下的发电商收益，直到满足收敛条件；文献[13]基于改进蚁群算法求解配电网故障恢复的双层优化模型，并采用广度优先搜索策略提高解的可行性；文献[14]结合最优策略保存和轮盘赌法更新交叉、变异和选择算子，提高遗传算法的寻优能力，最终实现多能互补系统的双层优化调度。然而，智能类算法的计算负担随问题规模的增大而指数增长。同时，该类方法的搜索性能依赖于调参，容易陷入局部最优解[15]。解析类方法通过确定上下层函数关系将双层模型转化为单层模型进行求解。其中，文献[16-17]使用Karush-Kuhn-Tucker(KKT)条件替代下层问题，进而将其转化为单层非线性规划问题，但该转化过程较为复杂，且松弛变量维数过高，进而引起较大的计算负担。文献[18-19]借助罚函数将双层优化问题转化为无约束优化问题进行求解。然而，该方法依赖于罚因子的选取，罚因子太小起不到惩罚作用，太大又导致海森矩阵病态，使计算结果的稳定性变差。文献[20]通过使用 Kriging 插值法近似下层模型的决策函数以实现单层化问题的求解，但其所得结果与真实结果存在一定偏差。

与前述方法不同，响应面方法(response surface method，RSM)具有计算效率高、适应性强的特点[21]。该方法能够根据有限个采样点的响应数据来确定未知函数关系，避免了解析类方法因变量维数较高而难以求解的问题。目前，RSM 已在电力实时调度、随机能量管理、变压器绝缘设计等方面得到成功应用[22]。但是这些问题仍属于单层优化问题，有关 RSM 在电力市场双层优化问题中的研究还未见报道。

在此背景下，本文拟提出一种基于值函数近似的双层优化算法，以实现电-碳-证耦合下发电商报价与市场出清问题的求解。主要创新点包括：(1)从值函数近似这一崭新的角度对发电商报价与市场出清双层优化问题进行求解，不必像传统那样引入整数变量，从而获得更高的计算效率；(2)首次从紧支光滑权函数的角度对 RSM 进行改进，并将其用于实现值函数近似，使所提算法可以兼具计算速度与精度。

1 发电商策略报价与市场出清双层模型

本文所考虑的发电商策略报价及市场出清问题可以通过一个双层博弈模型进行描述，其框架如图1所示。在上层模型中，各发电商主体以利润最大化为目标进行报价，并将其传递至下层模型；下层模型分别对日前市场、实时市场、绿证市场进行出清，得到节点边际电价和各主体的出清电量后，将其返回给上层模型。上下层模型交互迭代，直到满足收敛条件[23]。

本文的电-碳-证耦合关系根据文献[4, 9, 23]建立。对于碳市场，假定碳排放超标的发电商将从碳市场买入碳配额，而碳排放指标有剩余的发电商将在碳市场卖出碳配额。由于本文参考文献[4]的方

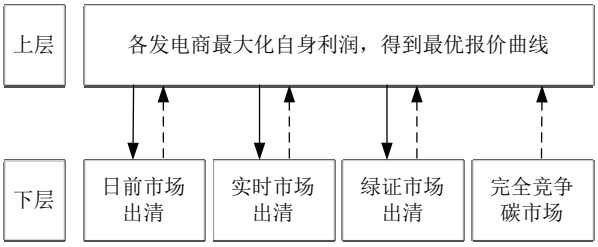


图 1　发电商策略报价与市场出清框架

Fig.1　Structure of the strategic bidding of power suppliers and clearing of markets

式，将碳市场视作完全竞争市场，故各交易主体均为碳价格的接受者。绿证市场的交易模式与碳市场类似，详见文献[23]，本文不再赘述。

1.1　上层模型

对于发电商，其上层利润最大化问题可表示为：

$$\min\left(-\left(R_j^{\mathrm{DA}}+R_j^{\mathrm{RT}}+a_j^0R_j^{\mathrm{TGC}}+\left(1-a_j^0\right)R_j^{\mathrm{CT}}-C_j\right)\right) \tag{1}$$

$$R_j^{\mathrm{DA}}=\sum_{t\in T}\sum_{i\in\Omega_j}\lambda^{\mathrm{DA}}_{(n:i\in\Psi_n),t}P_{i,t}^{\mathrm{DA,G}}\Delta t \tag{2}$$

$$R_j^{\mathrm{RT}}=\sum_{\omega\in W}\left(\pi_\omega\sum_{t\in T}\sum_{i\in\Omega_j}\lambda^{\mathrm{RT}}_{(n:i\in\Psi_n),\omega,t}(P_{i,t}^{\mathrm{RT,G}}-P_{i,t}^{\mathrm{DA,G}})\Delta t\right) \tag{3}$$

$$R_j^{\mathrm{TGC}}=\sum_{\omega\in W}\pi_\omega\lambda_\omega^{\mathrm{TGC}}Q_{j,\omega}^{\mathrm{TGC}} \tag{4}$$

$$R_j^{\mathrm{CT}}=\sum_{\omega\in W}\pi_\omega\lambda^{\mathrm{CT}}\left(\sum_{t\in T}\sum_{i\in\Omega_j}(E_i^{\mathrm{G}}-E^{\mathrm{G*}})P_{i,\omega,t}^{\mathrm{RT,G}}\Delta t\right) \tag{5}$$

$$C_j=\sum_{\omega\in W}\left(\pi_\omega\sum_{t\in T}\sum_{i\in\Omega_j}\left(a_i(P_{i,\omega,t}^{\mathrm{RT,G}})^2+b_iP_{i,\omega,t}^{\mathrm{RT,G}}+c_i\right)\Delta t\right) \tag{6}$$

$$a_j^0=\begin{cases}1, & j\in\Omega^{\mathrm{RE}}\\ 0, & j\in\Omega^{\mathrm{TR}}\end{cases} \tag{7}$$

$$Q_{j,\omega}^{\mathrm{TGC}}=\sum_{t\in T}\sum_{i\in\Omega_j}P_{i,\omega,t}^{\mathrm{RT,G}}\Delta t,\forall\omega,\forall j\in\Omega^{\mathrm{RE}} \tag{8}$$

$$\alpha_i^{\min}\le\alpha_{i,t}\le\alpha_i^{\max},\forall i\in\Omega_j,\forall t \tag{9}$$

式中：R_j^{DA}、R_j^{RT} 分别为发电商 j 在日前市场和实时市场的收益；R_j^{TGC} 为可再生能源发电商 j 在绿证市场的收益；R_j^{CT} 为传统发电商 j 在碳市场中的收益；C_j 为发电商 j 的机组运行总成本；a_j^0 用于标记发电商 j 是否参与绿证市场，取值为 0 或 1；$\lambda^{\mathrm{DA}}_{(n:i\in\Psi_n),t}$ 为日前市场中节点 n 在时段 t 的边际电价；$P_{i,t}^{\mathrm{DA,G}}$ 为日前市场中发电机组 i 在时段 t 的中标容量；$\lambda^{\mathrm{RT}}_{(n:i\in\Psi_n),\omega,t}$ 为实时市场中节点 n 在场景 ω、时段 t 的边际电价；$P_{i,\omega,t}^{\mathrm{RT,G}}$ 为实时市场中发电机组 i 在场景 ω、时段 t 的中标容量；$\lambda_\omega^{\mathrm{TGC}}$ 为场景 ω 下绿证的价格；$Q_{j,\omega}^{\mathrm{TGC}}$ 为可再生能源发电商 j 在场景 ω 下获得的绿证数量；λ^{CT} 为碳交易价格；$E^{\mathrm{G*}}$ 为碳排放配额基准系数；E_i^{G} 为发电机组 i 的碳排放因子；$\alpha_{i,t}$ 为发电机组 i 在时段 t 的报价；$\alpha_i^{\min}$ 和 $\alpha_i^{\max}$ 分别为发电机组 i 报价的下限和上限；Ψ_n 为各个节点组成的集合；Ω^{RE} 为可再生能源发电商构成的集合；Ω^{TR} 为传统发电商构成的集合；Ω_j 为发电商 j 的机组构成的集合；π_ω 为场景 ω 发生的概率；W 为所有场景构成的集合；T 为所有时段构成的集合。

目标函数式(1)为最小化发电商 j 的负利润，由日前市场、实时市场和绿证市场(或碳市场)收益之和减去发电成本得到。式(2)—式(8)为各市场的利润及发电成本的具体计算过程。式(9)为发电商在日前和实时市场报价的上下限约束。

1.2　下层模型 1：日前市场

日前市场出清以负社会福利最小化为目标进行建模，有：

$$\min\left(\sum_i\alpha_{i,t}P_{i,t}^{\mathrm{DA,G}}-\sum_d\lambda_{d,t}P_{d,t}^{\mathrm{DA,D}}\right)\Delta t,\forall t \tag{10}$$

$$\sum_{i\in\Psi_n^{\mathrm{S}}}P_{i,t}^{\mathrm{DA,G}}-\sum_{m\in\Psi_n^{\mathrm{N}}}B_{n,m}\left(\delta_{n,t}^{\mathrm{DA}}-\delta_{m,t}^{\mathrm{DA}}\right)-\sum_{d\in\Psi_n^{\mathrm{D}}}P_{d,t}^{\mathrm{DA,D}}=0,\ \forall n,t \tag{11}$$

$$P_i^{\mathrm{Gmin}}\le P_{i,t}^{\mathrm{DA,G}}\le P_i^{\mathrm{Gmax}},\ \forall i,t \tag{12}$$

$$P_{d,t}^{\mathrm{Dmin}}\le P_{d,t}^{\mathrm{DA,D}}\le P_{d,t}^{\mathrm{Dmax}},\ \forall d,t \tag{13}$$

$$B_{n,m}\left(\delta_{n,t}^{\mathrm{DA}}-\delta_{m,t}^{\mathrm{DA}}\right)\le P_{n,m}^{\mathrm{Lmax}},\ \forall n,t,\forall m\in\Psi_n^{\mathrm{N}} \tag{14}$$

$$-\pi\le\delta_{n,t}^{\mathrm{DA}}\le\pi,\ \forall n,t \tag{15}$$

$$\delta_{1,t}^{\mathrm{DA}}=0,\ \forall t \tag{16}$$

式中：$\lambda_{d,t}$ 为负荷 d 在时段 t 的效用值；Ψ_n^{S} 为节点 n 上的发电机组构成的集合；Ψ_n^{D} 为节点 n 上的负荷构成的集合；Ψ_n^{N} 为与节点 n 相连接的节点构成的集合；$B_{n,m}$ 为节点 n 和节点 m 之间线路的电导；$P_{d,t}^{\mathrm{DA,D}}$ 为负荷 d 在时段 t 的中标容量；$\delta_{n,t}^{\mathrm{DA}}$ 为日前市场中节点 n 在时段 t 的相角；$P_{n,m}^{\mathrm{Lmax}}$ 为节点 n、m 之间线路传输功率的上限；P_i^{Gmax}、P_i^{Gmin} 分别为日前市场中发电机组 i 在时段 t 出力的上、下限；$P_{d,t}^{\mathrm{Dmax}}$、$P_{d,t}^{\mathrm{Dmin}}$ 分别为负荷 d 在时段 t 需求的上、下限。

目标函数式(10)为最小化日前市场的负社会福利；约束式(11)为系统的直流潮流约束；约束式(12)确保发电机组中标出力不超过机组容量上下限；约束式(13)确保负荷不超过需求上下限；约束式(14)

确保线路输功率不超过限值；约束式(15)限制节点相角不超过上下限；约束式(16)规定节点 1 为参考节点。

1.3 下层模型 2：实时市场

实时市场考虑了可再生能源机组出力的不确定性，并通过设置一组典型场景模拟机组实际出力与预测出力的偏差[23-25]。与日前市场类似，实时市场的出清模型可描述为：

$$\min \left(\sum_i \alpha_{i,t} P_{i,\omega,t}^{\mathrm{RT,G}} - \sum_d \lambda_{d,t} P_{d,\omega,t}^{\mathrm{RT,D}} \right) \Delta t, \forall t, \omega \tag{17}$$

$$\sum_{i \in \Psi_n^{\mathrm{S}}} P_{i,\omega,t}^{\mathrm{RT,G}} - \sum_{m \in \Psi_n^{\mathrm{N}}} B_{n,m} \left(\delta_{n,\omega,t}^{\mathrm{RT}} - \delta_{m,\omega,t}^{\mathrm{RT}} \right) - \sum_{d \in \Psi_n^{\mathrm{D}}} P_{d,\omega,t}^{\mathrm{RT,D}} = 0, \ \forall n, \omega, t \tag{18}$$

$$P_{i,\omega}^{\mathrm{Gmin}} \le P_{i,\omega,t}^{\mathrm{RT,G}} \le P_{i,\omega}^{\mathrm{Gmax}}, \ \forall i, \omega, t \tag{19}$$

$$P_{d,t}^{\mathrm{Dmin}} \le P_{d,\omega,t}^{\mathrm{RT,D}} \le P_{d,t}^{\mathrm{Dmax}}, \ \forall d, \omega, t \tag{20}$$

$$B_{n,m} \left(\delta_{n,\omega,t}^{\mathrm{RT}} - \delta_{m,\omega,t}^{\mathrm{RT}} \right) \le P_{n,m}^{\mathrm{Lmax}}, \ \forall n, \omega, t, \forall m \in \Psi_n^{\mathrm{N}} \tag{21}$$

$$-\pi \le \delta_{n,\omega,t}^{\mathrm{RT}} \le \pi, \ \forall n, \omega, t \tag{22}$$

$$\delta_{1,\omega,t}^{\mathrm{RT}} = 0, \ \forall \omega, t \tag{23}$$

式中：$P_{d,\omega,t}^{\mathrm{RT,D}}$ 为负荷 d 在场景 ω、时段 t 的中标容量；$\delta_{n,\omega,t}^{\mathrm{RT}}$ 为实时市场中节点 n 在场景 ω、时段 t 的相角；$P_{i,\omega}^{\mathrm{Gmax}}$、$P_{i,\omega}^{\mathrm{Gmin}}$ 分别为实时市场中发电机组 i 在场景 ω 出力的上、下限。

目标函数式(17)为最小化实时市场的负社会福利；约束式(18)为系统的直流潮流约束；约束式(19)确保实时市场中发电机组中标出力不超过上下限；约束式(20)确保负荷不超过需求上下限；约束式(21)确保线路传输功率不超过限值；约束式(22)限制节点相角不超过上下限；约束式(23)规定节点 1 为参考节点。

1.4 下层模型 3：绿证市场

绿证市场的出清模型可描述为：

$$\lambda_{\omega}^{\mathrm{TGC}} = \alpha_0^{\mathrm{TGC}} - \beta_0^{\mathrm{TGC}} \sum_j Q_{j,\omega}^{\mathrm{TGC}} \tag{24}$$

$$\alpha_0^{\mathrm{TGC}} = \lambda_0^{\mathrm{TGC}} \tag{25}$$

$$\beta_0^{\mathrm{TGC}} = \left(\lambda_0^{\mathrm{TGC}} - \theta_0^{\mathrm{TGC}} \lambda_0^{\mathrm{TGC}} \right) / \left(\rho_0^{\mathrm{TGC}} Q_0^{\mathrm{D}} \right) \tag{26}$$

$$Q_0^{\mathrm{D}} = \sum_{d,t} P_{d,t}^{\mathrm{D\,max}} \Delta t \tag{27}$$

式中：α_0^{TGC}、β_0^{TGC} 为绿证逆需求线性供应函数的系数；λ_0^{TGC} 为配额义务主体无法完成配额任务时的罚款价格；θ_0^{TGC} 为价格常数，可以根据历史数据计算；ρ_0^{TGC} 为配额比例；Q_0^{D} 为绿证的最大需求量。

式(24)建立了古诺模型中的绿证逆需求线性函数；约束式(25)规定绿证的最高价格为配额义务主体无法完成配额任务时的罚款价格[23]；约束式(26)为计算逆需求线性函数的斜率，可由配额比例和历史数据确定；约束式(27)用于计算电力用户的最大绿证需求量。

2 基于值函数近似的求解算法

从数学上看，上述模型是一个多时段非线性双层规划问题，传统方法求解困难且耗时较长。为了解决这个问题，以下将提出一种基于值函数近似的双层优化算法。

2.1 双层优化问题的φ映射转换

为不失一般性，可将前述双层优化问题抽象描述为：

$$\min_{x,y} F(x,y) \tag{28}$$

$$y \in \arg\min_y \left(f(x,y) : g_j(x,y) \le 0, j = 1, \cdots, J \right) \tag{29}$$

$$G_k(x,y) \le 0, k = 1, \cdots, K \tag{30}$$

式中：x 和 y 分别为上、下层优化问题的决策变量；$F(x,y)$ 和 $f(x,y)$ 分别为上、下层优化问题的目标函数；$G_k(x,y)$ 和 $g_j(x,y)$ 分别为上、下层优化问题的约束集；K 为上层优化问题中约束的个数；J 为下层优化问题中约束的个数。

对于双层优化问题，传统方法通过 KKT 条件替代下层问题，进而将双层问题转换为单层问题求解。但是这种处理方式需要引入大量的整数变量，导致计算效率较低。为此，本文引入φ映射来简化双层问题。φ映射反映了上层决策变量与下层优化问题值函数之间的关系，如附录 A 图 A1 所示。其数学表达式为：

$$\varphi(x) = \min_y \left(f(x,y) : g_j(x,y) \le 0, j = 1, \cdots J \right) \tag{31}$$

根据文献[26]，基于φ映射将下层优化问题转换为一组关于值函数 $\varphi(x)$ 的不等式约束，由此得到单层问题。单层问题的目标函数与式(28)一致，变量的约束集可表示为：

$$\left\{ (x,y) \mid f(x,y) \le \varphi(x), g_j(x,y) \le 0, G_k(x,y) \le 0 \right\} \tag{32}$$

2.2 基于 RSM 的值函数近似技术

根据下层优化问题的最优性条件，上述转换后的单层问题是否与原始双层问题等价取决于值函数的准确性。然而，实际的值函数是未知的，这就需要构造出其近似值函数。

本小节采用 RSM 进行值函数近似。该方法主

要包括 3 个步骤：建立值函数的结构、获取响应数据和估计待定系数。

2.2.1　建立值函数的结构

在响应面方法中，输出可以用关于输入变量的正交多项式基函数的加权和来描述[27]。在本文中，值函数 $\varphi(\boldsymbol{\alpha})$ 代表社会总福利值及节点边际电价；输入变量 $\boldsymbol{\alpha}$ 代表各发电商的报价。值函数 $\varphi(\boldsymbol{\alpha})$ 为关于输入变量 $\boldsymbol{\alpha}$ 的多项式基函数 $\phi_l(\boldsymbol{\alpha})$ 的线性组合，即：

$$\varphi(\boldsymbol{\alpha}) \approx \varphi^*(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{l\in\mathcal{F}} d_l \phi_l(\boldsymbol{\alpha}) = \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\alpha})\boldsymbol{D} \tag{33}$$

$$\boldsymbol{D} = \left[d_1, d_2, \cdots, d_{N_\mathrm{s}}\right]^{\mathrm{T}} \tag{34}$$

$$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\alpha}) = \left[\phi_1(\boldsymbol{\alpha}), \phi_2(\boldsymbol{\alpha}), \cdots, \phi_{N_\mathrm{s}}(\boldsymbol{\alpha})\right]^{\mathrm{T}} \tag{35}$$

式中：$\varphi^*(\boldsymbol{\alpha})$ 为近似值函数；$\phi_l(\boldsymbol{\alpha})$ 为第 l 个多项式基函数；$\mathcal{F}$ 为基函数的集合；$\boldsymbol{\Phi}$ 为多项式基函数 $\phi_l(\boldsymbol{\alpha})$ 构成的矩阵；d_l 为第 l 个多项式基函数的系数；$\boldsymbol{D}$ 为待定系数 d_l 构成的矩阵；N_s 为切比雪夫多项式基函数的总个数。

同时，基函数的集合 $\mathcal{F}$ 可以被构造为与每个输入变量 $\boldsymbol{\alpha}$ 相关联的正交多项式基函数的张量积。考虑到切比雪夫多项式近似效果好且简单易行，本文采用其建立基函数的集合 $\mathcal{F}$，即：

$$\mathcal{F} = \left\{\phi_l(\boldsymbol{\alpha})\right\}_{l=1}^{N_\mathrm{s}} = \left\{\left\{\phi_{k_1}^1\right\}_{k_1=0}^{N_\mathrm{c}} \otimes \cdots \otimes \left\{\phi_{k_M}^M\right\}_{k_M=0}^{N_\mathrm{c}} \middle| \sum_{m=1}^{M} k_m \le N_\mathrm{c}\right\} \tag{36}$$

$$\left\{\phi_{k_m}^m\right\}_{k_m=0}^{N_\mathrm{c}} = \left\{1,\ \alpha_m,\ 2\alpha_m^2 - 1,\ 4\alpha_m^3 - 3\alpha_m, \cdots\right\} \tag{37}$$

式中：α_m 为变量 $\boldsymbol{\alpha}$ 的第 m 个分量；$\phi_{k_m}^m$ 为关于 α_m 的多项式基函数；k_m 为关于 α_m 的多项式基函数的阶数，取值为 0~N_c；N_c 为多项式基函数的最高阶数；M 为变量 $\boldsymbol{\alpha}$ 的维数；$\otimes$ 为张量积算子；$\left\{\phi_{k_m}^m\right\}_{k_m=0}^{N_\mathrm{c}}$ 为关于 α_m 的基函数集合。

2.2.2　获取响应数据

为估计式(34)中的系数 d_l，需要获取一定数量的响应。首先，根据点估计法，选择高一阶切比雪夫多项式的零点作为采样点，具体过程见文献[27]。在本文中，切比雪夫多项式基函数的最高阶数设置为 2，其高一阶的切比雪夫多项式为 $4\alpha_m^3 - 3\alpha_m$。此时，采样点为该多项式的零点，即 $-\sqrt{3}/2$、0 和 $\sqrt{3}/2$。

在确定采样点后，日前和实时市场的出清模型成为一个单层优化问题。调用求解器 CONOPT 分别求解日前和实时市场的模型，获取其对应的社会福利值，即为采样点对应的响应值。

2.2.3　估计待定系数

将采样点及其对应的响应值代入式(33)中，可得到关于系数 d_l 的回归方程，即：

$$\begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \cdots & \phi_{1,N_\mathrm{s}} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \cdots & \phi_{2,N_\mathrm{s}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_{N,1} & \phi_{N,2} & \cdots & \phi_{N,N_\mathrm{s}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{N_\mathrm{s}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi^1 \\ \varphi^2 \\ \vdots \\ \varphi^N \end{bmatrix} \tag{38}$$

式中：ϕ_{N,N_s} 为第 N_s 个多项式基函数在第 N 个采样点处的值；φ^N 为在第 N 个采样点处的值函数响应值。

由于采样点的数量总是大于式(33)中的系数个数，因此可以使用最小二乘方法来求解这些系数。根据文献[28-29]，利用最小二乘法求解切比雪夫基函数的待定系数 d_l，有：

$$\boldsymbol{D} = \left(\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\right)^{-1}\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi} \tag{39}$$

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \cdots & \phi_{1,N_\mathrm{s}} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \cdots & \phi_{2,N_\mathrm{s}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_{N,1} & \phi_{N,2} & \cdots & \phi_{N,N_\mathrm{s}} \end{bmatrix} \tag{40}$$

式中：$\boldsymbol{\psi}$ 为值函数观测值构成的矩阵；$\boldsymbol{M}$ 为初始计算矩阵。

基于 RSM 的值函数近似流程如下：

1）输入切比雪夫基函数集合 $\mathcal{F}$。

2）根据切比雪夫多项式的零点生成采样点的信息。

3）对于每个时段 t 和场景 ω，分别调用求解器 CONOPT 解日前和实时市场模型，生成对应的响应值。

4）根据式(39)、(40)建立矩阵 $\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{\psi}$，并计算待定系数 d_l。

5）输出各时段和各场景下的近似值函数 $\varphi(\boldsymbol{\alpha})$。

2.3　基于紧支光滑权函数的 RSM 改进方法

需要说明的是，上述基于 RSM 的值函数近似过程会受到问题性质的影响。若真实值函数的维数较高或形状复杂(如非光滑等)，近似精度将明显降低。为此，本小节将基于紧支光滑权函数提出一种改进 RSM(improved RSM, IRSM）技术。

首先，将下层问题的状态空间划分为多个影响区域[30]。其次，在第 p 个影响区域 A_p 中，建立紧

支光滑权函数 $\omega_p\left(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\alpha}_q\right)$，具体为：

$$\omega_p\left(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\alpha}_q\right)=\begin{cases}1-6s_{\mathrm{d}}^2+8s_{\mathrm{d}}^3-3s_{\mathrm{d}}^4, & \boldsymbol{\alpha}\in A_p\\ 0 & ,\ \boldsymbol{\alpha}\notin A_p\end{cases} \tag{41}$$

$$s=\|\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\alpha}_q\|_2 \tag{42}$$

$$s_{\mathrm{d}}=s/s_{\max} \tag{43}$$

式中：$\boldsymbol{\alpha}_q$ 为影响区域 A_p 上的采样点；q 为影响区域 A_p 采样点的序号；s 为 $\boldsymbol{\alpha}$ 与 $\boldsymbol{\alpha}_q$ 之间的欧式距离；$s_{\max}$ 为 $\boldsymbol{\alpha}$ 与 $\boldsymbol{\alpha}_q$ 之间的最大距离；s_{d} 为 s 与 $s_{\max}$ 之间的比值。

在式(41)中，紧支光滑权函数 $\omega_p\left(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\alpha}_q\right)$ 赋予了每一采样点不同的权重因子。采样点 $\boldsymbol{\alpha}_q$ 越靠近点 $\boldsymbol{\alpha}$，其分配的权重就越高(即权函数 $\omega_p\left(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\alpha}_q\right)$ 的数值越大)，采样点 $\boldsymbol{\alpha}_q$ 处的响应对 $\varphi^*\left(\boldsymbol{\alpha}\right)$ 的取值影响也就越大。同时，影响域 A_p 外的采样点 $\boldsymbol{\alpha}_q$ 对 $\varphi^*\left(\boldsymbol{\alpha}\right)$ 的取值并未产生影响。这些性质使得近似值函数可以捕捉到响应数据在局部上的变化信息，从而提高其拟合非光滑等复杂函数的能力。

基于紧支光滑权函数 $\omega_p\left(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\alpha}_q\right)$ 对 RSM 进行改进后，近似值函数的表达式可重新表述为：

$$\varphi\left(\boldsymbol{\alpha}\right)\approx\varphi^*\left(\boldsymbol{\alpha}\right)=\sum_{p\in G}\sum_{l\in\mathcal{F}}d_{p,l}\left(\boldsymbol{\alpha}\right)\phi_l\left(\boldsymbol{\alpha}\right)=\sum_{p\in G}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\alpha}\right)\boldsymbol{D}_p\left(\boldsymbol{\alpha}\right) \tag{44}$$

$$\boldsymbol{D}_p\left(\boldsymbol{\alpha}\right)=\left[d_{p,1}\left(\boldsymbol{\alpha}\right),d_{p,2}\left(\boldsymbol{\alpha}\right),\cdots,d_{p,N_{\mathrm{s}}}\left(\boldsymbol{\alpha}\right)\right]^{\mathrm{T}} \tag{45}$$

式中：G 为所有影响域构成的集合；$d_{p,l}$ 为子域 A_p 上第 l 个多项式基函数的系数；$\boldsymbol{D}_p(\boldsymbol{\alpha})$ 为子域 A_p 上待定系数 $d_{p,l}$ 构成的矩阵；$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\alpha})$ 的计算同式(35)。

根据文献[30-31]，系数矩阵 $\boldsymbol{D}_p(\boldsymbol{\alpha})$ 可以通过以下式子求解：

$$\boldsymbol{D}_p(\boldsymbol{\alpha})=\left(\boldsymbol{A}_p(\boldsymbol{\alpha})\right)^{-1}\boldsymbol{B}_p(\boldsymbol{\alpha})\boldsymbol{\psi}_p,\ \boldsymbol{\alpha}\in A_p \tag{46}$$

$$\boldsymbol{A}_p(\boldsymbol{\alpha})=\sum_{q=1}^{r_p}\omega_p\left(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\alpha}_q\right)\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\alpha}_q)\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\alpha}_q) \tag{47}$$

$$\boldsymbol{B}_p(\boldsymbol{\alpha})=\begin{bmatrix}\omega_p\left(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\alpha}_1\right)\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\alpha}_1),\omega_p\left(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\alpha}_2\right)\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\alpha}_2),\cdots,\\ \omega_p\left(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\alpha}_{r_p}\right)\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\alpha}_{r_p})\end{bmatrix} \tag{48}$$

$$\boldsymbol{\psi}_p=[\varphi_p^1,\varphi_p^2,\cdots,\varphi_p^{N_{\mathrm{s}}-1},\varphi_p^{N_{\mathrm{s}}}]^{\mathrm{T}} \tag{49}$$

式中：r_p 为子域 A_p 上采样点个数；$\varphi_p^{N_{\mathrm{s}}}$ 为子域 A_p 上在第 N_{s} 个采样点处的值函数响应值；$\boldsymbol{\psi}_p$ 为子域 A_p 上值函数观测值构成的矩阵；$\boldsymbol{B}_p(\boldsymbol{\alpha})$ 为改进的计算矩阵；$\boldsymbol{A}_p(\boldsymbol{\alpha})$ 为辅助计算矩阵。

基于 IRSM 的值函数近似流程如下：

1）输入切比雪夫基函数集合 $\mathcal{F}$。

2）根据切比雪夫多项式的零点生成采样点的信息。

3）对于每个时段 t 和场景 ω，分别调用求解器 CONOPT 解日前和实时市场模型，生成对应的响应值。

4）建立紧支光滑权函数 $\omega_p\left(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\alpha}_q\right)$。

5）根据式(46)—式(48)建立矩阵 $\boldsymbol{A}_p(\boldsymbol{\alpha})$ 和 $\boldsymbol{B}_p(\boldsymbol{\alpha})$，并计算待定系数矩阵 $\boldsymbol{D}_p(\boldsymbol{\alpha})$。

6）输出各时段和各场景下的近似值函数 $\varphi(\boldsymbol{\alpha})$。

2.4 双层优化问题的求解

基于式(44)—式(49)，双层优化模型可以转换为如下单层模型：

$$\min\left(-\left(R_j^{\mathrm{DA}}+R_j^{\mathrm{RT}}+a_j^0R_j^{\mathrm{TGC}}+\left(1-a_j^0\right)R_j^{\mathrm{CT}}-C_j\right)\right) \tag{50}$$

$$\left(\sum_i\alpha_{i,t}P_{i,t}^{\mathrm{DA,G}}-\sum_d\lambda_{d,t}P_{d,t}^{\mathrm{DA,D}}\right)\Delta t\le\varphi_t^{\mathrm{DA}*}\left(\boldsymbol{\alpha}\right)+\varepsilon,\forall t \tag{51}$$

$$\lambda_{(n:i\in\Psi_n),t}^{\mathrm{DA}}\approx\varphi_{n,t}^{\mathrm{DA}*}\left(\boldsymbol{\alpha}\right),\forall n,t \tag{52}$$

$$\left(\sum_i\alpha_{i,t}P_{i,\omega,t}^{\mathrm{RT,G}}-\sum_d\lambda_{d,t}P_{d,\omega,t}^{\mathrm{RT,D}}\right)\Delta t\le\varphi_{t,\omega}^{\mathrm{RT}*}(\boldsymbol{\alpha})+\varepsilon,\forall t,\omega \tag{53}$$

$$\lambda_{(n:i\in\Psi_n),\omega,t}^{\mathrm{RT}}\approx\varphi_{n,t,\omega}^{\mathrm{RT}*}\left(\boldsymbol{\alpha}\right),\ \forall n,t,\omega \tag{54}$$

约束式(51)确保日前电能量市场的负社会福利最小，其中 $\varphi_t^{\mathrm{DA}*}\left(\boldsymbol{\alpha}\right)$ 为日前电能量市场在时段 t 的负社会福利近似值；约束式(52)用于计算日前电能量市场在时段 t 的节点边际电价，其中 $\varphi_{n,t}^{\mathrm{DA}*}\left(\boldsymbol{\alpha}\right)$ 为日前电能量市场在时段 t 的节点边际电价近似值；约束式(53)确保实时电能量市场的负社会福利最小，其中 $\varphi_{t,\omega}^{\mathrm{RT}*}\left(\boldsymbol{\alpha}\right)$ 为实时电能量市场在场景 ω、时段 t 的负社会福利近似值；约束式(54)用于计算实时电能量市场在场景 ω、时段 t 的节点边际电价，其中 $\varphi_{n,t,\omega}^{\mathrm{RT}*}\left(\boldsymbol{\alpha}\right)$ 为实时电能量市场在场景 ω、时段 t 的节点边际电价近似值；ε 为松弛因子。

在单层模型的求解过程中，还需满足原始上层模型的约束式(2)—式(9)、日前市场模型的约束式(11)—式(16)、实时市场模型的约束式(18)—式(23)和绿证市场模型的约束式(24)—式(27)。其中，绿碳交易的作用也包含在上述约束条件中。

将双层优化模型转换为单层优化模型后，各发电商的策略报价及出清问题可描述为多主体博弈问题，可采用文献[24]提出的对角化算法对其进行求解，本文不再赘述。

基于值函数近似的双层优化算法流程如附录 B 图 B1 所示，其具体步骤如下：

1）输入切比雪夫基函数集合 $\mathcal{F}$ 和可再生能源实时出力场景信息。

2）对于每个时段 t 和场景 ω，分别调用求解器 CONOPT 解日前和实时市场模型，生成对应的响应值。

3）根据式(41)建立紧支光滑函数 $\omega_p\left(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\alpha}_q\right)$。

4）根据式(46)—式(48)建立矩阵 $\boldsymbol{A}_p(\boldsymbol{\alpha})$ 和 $\boldsymbol{B}_p(\boldsymbol{\alpha})$，并计算待定系数矩阵 $\boldsymbol{D}_p(\boldsymbol{\alpha})$。

5）根据式(44)计算各时段和各场景下的近似值函数 $\varphi_t^{\mathrm{DA}*}(\boldsymbol{\alpha})$、$\varphi_{n,t}^{\mathrm{DA}*}(\boldsymbol{\alpha})$、$\varphi_{t,\omega}^{\mathrm{RT}*}(\boldsymbol{\alpha})$ 和 $\varphi_{n,t,\omega}^{\mathrm{RT}*}(\boldsymbol{\alpha})$。

6）对于每个发电商 j，根据式(50)—式(54)建立电-碳-证耦合下的单层优化模型。

7）以发电商 j 的报价策略为寻优变量(其他发电商采用上一轮的报价策略)，求解电-碳-证耦合下的单层模型，获得本轮发电商 j 的报价和收益。

8）在获取所有发电商本轮的报价策略后，判断发电商前后两轮的报价误差是否小于允许值？若小于允许值，则进入步骤 9)；否则，返回步骤 7)。

9）输出各发电机组利润和市场出清电价。

3　算例分析

3.1　算例参数

为验证所提算法的有效性，在 IEEE 6 节点和 IEEE 30 节点系统上进行仿真分析。其中，IEEE 6 节点系统包含 1 台新能源机组、1 台传统能源机组和 3 个负荷；IEEE 30 节点系统包含 2 台新能源机组、4 台传统能源机组和 11 个负荷。与文献[23-24]类似，设置 6 个仿真时段。绿证市场和碳市场的参数见表 1，发电机组的参数见文献[4]。

本文所有的仿真分析均在 MATLAB 和 GAMS 平台编程实现。计算机采用 Intel Core-i7 处理器，主频为 2.1 GHz，内存为 16 GB。

3.2　算法有效性分析

3.2.1　基于 IRSM 的值函数近似技术测试

为了验证所提基于 IRSM 的值函数近似技术的有效性，分别将其与基于径向基神经网络(radial basis function，RBF)、基本 RSM、文献[29]所提的紧支径向基 RSM(compactly supported-RBF based RSM, CR-RSM)的值函数近似技术进行对比分析。需要说明的是，值函数表示上层决策对下层的影响，在数值上等于上层模型的某一决策状态下的下层模型目标值。为便于分析，本算例先假定出上层模型的若干个决策状态，再计算下层模型的目标值，并将其作为基准评价相同状态下各种技术得到的近似值函数的准确性，结果如图 2、3 所示。

由图 2、3 可知，采用 RSM 和 RBF 后，值函数在各种状态的边缘处都出现了较大的误差。这是

表 1　绿证市场和碳市场相关参数

Table 1　Parameters of green certificate market and carbon market

参数	数值
配额比例 ρ_0^{TGC} /%	30
价格常数 θ_0^{TGC}	0.32
罚款价格 λ_0^{TGC}	200
碳交易价格 λ^{CT}	40
碳配额基准 $E^{\mathrm{G}*}$	0.65

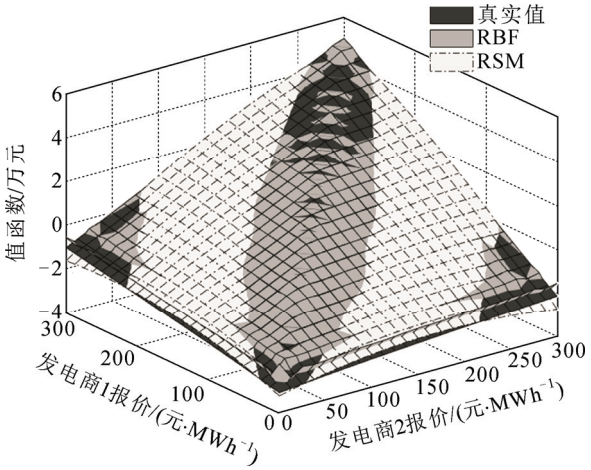


图 2　RBF 和 RSM 技术所得近似值函数对比

Fig.2　Comparison of the approximate value functions of RBF and RSM techniques

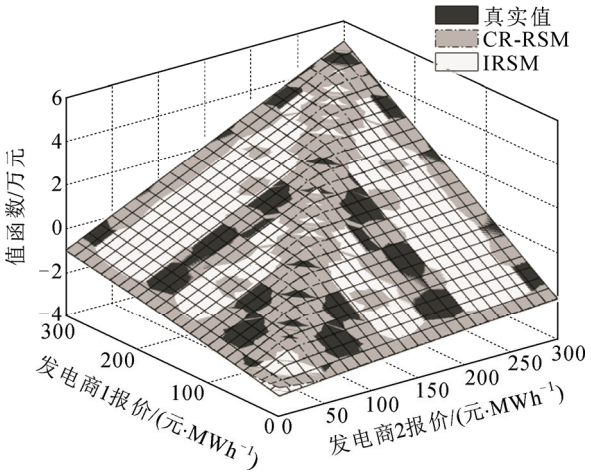


图 3　CR-RSM 和 IRSM 技术所得近似值函数对比

Fig.3　Comparison of the approximate value functions of CR-RSM and IRSM techniques

因为在状态空间中，值函数存在不光滑的部分，易导致 RSM 和 RBF 欠拟合。而 CR-RSM 需要在整个状态空间上对值函数进行逼近，无法捕捉到值函数在局部区域的剧烈变化信息，因而损失一定的精度。相对而言，采用 IRSM 得到的近似值函数与真实值函数几乎重合，这表明了所提基于 IRSM 的值函数近似技术的有效性。

图 4 进一步展示了不同时段下各种值函数近似技术的误差情况。由图 4 可知，相对于另外 3 种值函数近似技术，本文提出的基于 IRSM 的值函数近似技术具有 1~2 个数量级的精度优势。这表明采用 IRSM 技术得到的近似值函数可以更精确地反映上层决策对下层模型的影响，从而实现更准确的双层模型解耦求解。

3.2.2 基函数阶数对值函数近似的影响测试

在所提基于 IRSM 的值函数近似技术中，多项式基函数的阶数是一个关键参数，其取值将会对算法性能产生较大影响。为了测试基函数阶数对所提值函数近似技术的影响，分别将基函数的最高阶数设置为 1、2、3 这 3 种情况，并进行相应的值函数近似计算，结果见表 2。表 2 中，a_1 和 a_2 表示传统发电商和新能源发电商的报价变量。由表 2 可知，随着基函数阶数的增大，所提值函数近似技术的精度逐渐提高。当基函数阶数达到 2 阶以后，值函数近似精度已达到较高的水平。同时，基函数阶数的增大也会引起计算时间的增多。综合考虑近似精度和计算代价，本文在后续算例中统一将基函数阶数设置为 2。

此外还可发现，在同一基函数阶数下，所提值函数近似技术的误差比基于 RSM 的值函数近似技术小 2 个数量级，而计算时间相差不大。这表明采用紧支权函数对 RSM 进行改进后，能够大幅提高计算精度且几乎不影响计算速度。

3.2.3 基于值函数近似的双层优化算法测试

1）IEEE 6 节点系统

将本文所提基于值函数近似的双层优化算法与 KKT 线性化算法(Karush-Kuhn-Tucker linear method，KKT-Linear)[23]、粒子群算法(particle swarm optimization，PSO)[32]和 BARON 求解器所得结果进行对比。对于 KKT-Linear 算法和 PSO 算法，其设置与上述文献一致。需要说明的是，BARON 求解器无法直接求解双层规划问题。因此，本文先利用 KKT 条件将双层规划问题转换为混合整数规划，而后调用 BARON 求解器对其进行求解。考虑到 BARON 求解器对小规模混合整数规划具有足够高的计算精度[33]，本文将其所得结果作为基准以评估不同算法的准确性，结果如图 5、图 6 和表 3 所示。在图 5 和图 6 中，发电机组出力的基准值为 200 kW。

由图 5、图 6 和表 3 可知，相比于 KKT-Linear 和 PSO 算法，所提算法具有 2 个数量级的精度优势。这是因为 KKT-Linear 算法在离散化和线性近似过程中出现一定误差，而 PSO 算法在目标搜索过程中易陷入局部最优，这些都降低了算法计算精度。还可以观察到，与其他算法相比，所提算法有更快的计算速度。这是因为 KKT-Linear 算法需要引入大量整数变量以简化模型，PSO 算法需要反复生成种群更新逼近最优解，而所提算法不需要上述步骤，计算效率更高。

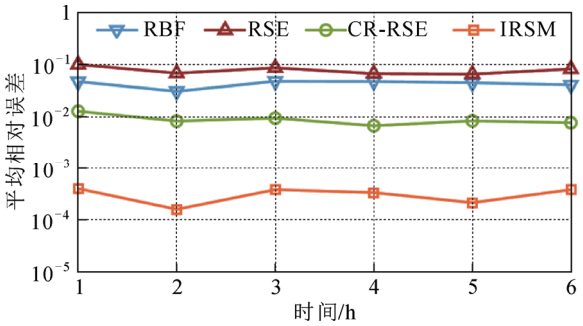


图 4 各时段不同方法的平均相对误差对比

Fig.4 Comparison of the mean relative errors of different methods in each period

表 2 不同阶数下值函数的近似效果对比

Table 2 Comparison of results of value function approximation at different degrees

最高阶数	基函数	算法	相对误差/%	时间/s
1	$\{1, a_1, a_2\}$	RSM	12.332	0.892
		IRSM	0.431	1.263
2	$\{1, a_1, a_2, 2a_1^2-1, 2a_2^2-1, a_1a_2\}$	RSM	5.359	1.790
		IRSM	0.047	2.242
3	$\{1, a_1, a_2, 2a_1^2-1, 2a_2^2-1, a_1a_2, 4a_1^3-3a_1, 4a_2^3-3a_2, a_1(2a_2^2-1), a_2(2a_1^2-1)\}$	RSM	4.851	2.614
		IRSM	0.042	3.483

表 3 IEEE 6 节点系统各算法求解结果

Table 3 Results of algorithms on a IEEE 6-bus system

算法	总利润/元	相对误差/%	时间/s
BARON	308 219.420	—	161.21
KKT-Linear	309 704.220	0.481 8	32.144
PSO	296 875.431	3.680 4	114.72
所提算法	308 187.972	0.010 2	6.637

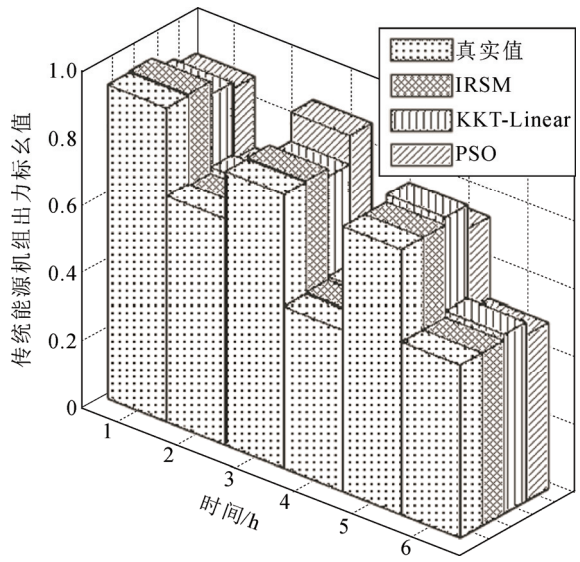


图 5　IEEE 6 节点系统各算法传统能源机组出力

Fig.5　Output of traditional generator of different algorithms on a IEEE 6-bus system

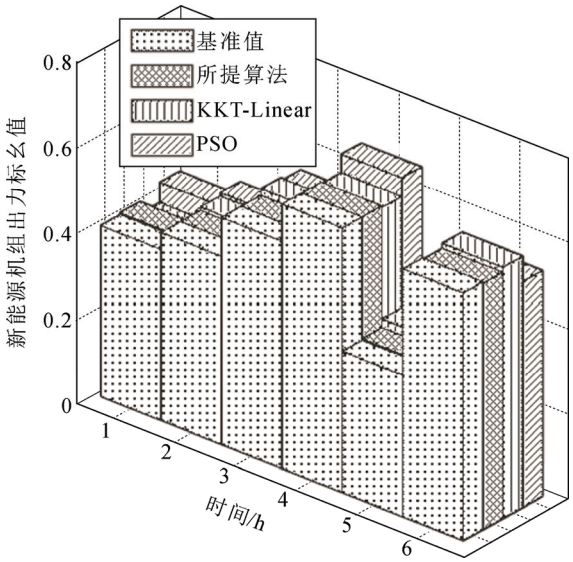


图 6　IEEE 6 节点系统各算法新能源机组出力

Fig.6　Output of renewable energy unit of different algorithms on a IEEE 6-bus system

2）IEEE 30 节点系统

在 IEEE 30 节点系统上重做上述算例，结果如表 4 所示，可知 KKT-Linear 算法和 PSO 算法分别需要 1 625.277 s 和 2 447.171 s 才能得到近似最优解。相比之下，本文所提算法所得结果明显优于 KKT-Linear 算法和 PSO 算法，且计算时间仍在可以接受的范围内，证明了所提算法的有效性。

需要说明的是，在 IEEE 30 节点系统中，基准算法(BARON)难以得到有效解。这是因为 BARON 在进行 KKT 转换过程中产生的松弛变量维数过高，造成计算量剧增。

表 4　IEEE 30 节点系统各算法求解结果

Table 4　Results of algorithms on a IEEE 30-bus system

算法	总利润/元	时间
BARON	—	>5 h
KKT-Linear	515 600.320	1 625.277 s
PSO	481 302.071	2 447.171 s
所提算法	520 687.223	509.245 s

3.3　市场结果分析

3.3.1　碳价与碳配额基准的影响分析

为了研究碳交易价格和碳配额基准对发电商利润的影响，将碳交易价格 λ^{CT} 以步长 10 元/t 从 40 元/t 递增至 60 元/t，碳配额基准 $E^{\mathrm{G*}}$ 以步长 0.02 t/MWh 从 0.68 t/MWh 递减至 0.62 t/MWh，结果如表 5 所示。

表 5　碳价与碳配额基准对发电商利润的影响

Table 5　Influence of carbon price and carbon quota benchmark on power producers' profits

可再生能源配额比例	碳交易价格/(元·t^{-1})	碳配额基准/(t·MWh^{-1})	传统能源利润/万元
0.3	40	0.68	24.711
		0.66	24.417
		0.64	24.124
		0.62	23.830
0.3	50	0.68	24.670
		0.66	24.304
		0.64	23.937
		0.62	23.570
0.3	60	0.68	24.630
		0.66	24.190
		0.64	23.750
		0.62	23.310

由表 5 可知，随着碳交易价格的上升和碳配额基准的下降，传统能源发电商的利润逐渐减小。这是因为碳价的增加使传统能源发电商的单位碳排放成本增大；而基准的下降又使其超排量增多。在这种情况下，传统能源发电商需要支付更高的碳排放成本，导致其利润下降。

3.3.2　配额比例与罚款价格的影响分析

为了研究可再生能源配额比例和罚款价格对发电商利润的影响，将可再生能源配额比例 ρ_0^{TGC} 以步长 0.1 从 0.1 递增至 0.4，罚款价格 λ_0^{TGC} 以步长 50 元/MWh 从 150 元/MWh 递增至 250 元/MWh，结果如表 6 所示。

表 6 可再生能源配额比例和罚款价格对发电商利润的影响

Table 6 Influence of quota ratio of renewable energy and penalty price on power producers' profits

碳交易价格/(元·t^{-1})	可再生能源配额比例	罚款价格/(元·MWh^{-1})	绿证出清价格/(元·本$^{-1}$)	可再生能源利润/万元
40	0.1	150.00	47.5	20.988
		200.00	64.7	23.849
		250.00	79.2	26.382
40	0.2	150.00	98.7	29.175
		200.00	132.3	34.557
		250.00	165.9	39.939
40	0.3	150.00	104.2	30.156
		200.00	154.9	38.257
		250.00	194.6	44.720
40	0.4	150.00	124.3	33.268
		200.00	165.6	40.025
		250.00	207.4	46.750

由表 6 可知，随着可再生能源配额比例和罚款价格的增加，可再生能源发电商的利润逐渐增大。这是因为，可再生能源配额比例的增加使市场主体对绿证的需求量增大。受供需关系影响，绿证价格逐渐上升，从而使得可再生能源发电商出售绿证的市场收益相应增加。另一方面，罚款价格的增加提高了配额责任主体的违约成本，促使更多的主体选择购买绿证以完成配额义务，这同样增加了绿证的购买需求，进而推高了绿证的价格，使得可再生能源发电商的利润增加。

4 结论

本文针对电-碳-证耦合下发电商策略报价与市场出清的求解问题，提出了一种基于值函数近似的双层优化算法，得到主要结论如下：

1）本文提出的基于 RSM 的值函数近似技术在不引入整数变量的情况下，便可将发电商策略报价与市场出清双层优化模型转换为单层模型进行求解，因而相对传统 KKT 转换方法具有更高的计算效率。

2）本文利用紧支权函数对基于 RSM 的值函数近似技术进行改进，可有效解决传统方法难以精确描述非光滑值函数的问题，因而具有较高的计算精度。

3）本文所提方法可以综合考虑潮流约束、碳配额约束、可再生能源配额约束、罚款价格等影响，为电-碳-证耦合下传统能源与新能源发电商的报价与市场出清提供一种有效工具。

附录见本刊网络版(http://hve.epri.sgcc.com.cn)。

参考文献 References

[1] 黎 博，陈民铀，钟海旺，等. 高比例可再生能源新型电力系统长期规划综述[J]. 中国电机工程学报，2022，43(2)：555-580.
LI Bo, CHEN Minyou, ZHONG Haiwang, et al. A review of long-term planning of new power systems with large share of renewable energy[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 43(2): 555-580.

[2] 卢志刚，刘钰杰，董文恺，等. 基于电-碳耦合运行的碳中和区光储联合转型规划[J]. 高电压技术，2023，49(4)：1350-1361.
LU Zhigang, LIU Yujie, DONG Wenkai, et al. Joint transformation planning of photovoltaic and storage in carbon neutralization area based on electric-carbon coupling operation[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(4): 1350-1361.

[3] 刘文霞，王丽娜，张 帅，等. 基于合作博弈论的日前自备电厂与风电发电权交易模型[J]. 电网技术，2022，46(7)：2647-2658.
LIU Wenxia, WANG Lina, ZHANG Shuai, et al. Cooperation game theory-based model for trading of power generation rights between former captive power plants and wind power[J]。 Power System Technology, 2022, 46(7): 2647-2658.

[4] 陈 巍，江岳文. 碳-绿证-电量市场耦合交易优化研究[J]. 电网技术，2023，47(6)：2273-2284.
CHEN Wei, JIANG Yuewen. Trading optimization of carbon-green certificate-electricity market coupling[J]. Power System Technology, 2023, 47(6): 2273-2284.

[5] 朱建全，刘海欣，叶汉芳，等. 园区综合能源系统优化运行研究综述[J]. 高电压技术，2022，48(7)：2469-2482.
ZHU Jianquan, LIU Haixin, YE Hangfang. Review on optimal operation of park-level integrated energy system[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(7): 2469-2482.

[6] 葛少云，程雪颖，刘 洪，等. 园区多微网 P2P 电-碳耦合交易市场设计[J]. 高电压技术，2023，49(4)：1341-1349.
GE Shaoyun, CHENG Xueying, LIU Hong. Market design of P2P electricity carbon coupling transaction among multi-microgrids in a zone[J]. High Voltage Engineering, 2022, 49(4): 1341-1349.

[7] 刘文君，张莉芳. 绿色证书交易市场、碳排放权交易市场对电力市场影响机理研究[J]. 生态经济，2021，37(10)：21-31.
LIU Wenjun, ZHANG Lifang. Research on the impact mechanism of green certificate trading market, carbon emission trading market on electricity market[J]. Ecological Economy, 2021, 37(10): 21-31.

[8] 宋悦琳. 计及碳交易与绿证交易的电力市场交易机制研究[D]. 上海：上海电机学院，2020.
SONG Yuelin. Research on electricity market trading mechanism considering carbon trading and green certificate trading[D]. Shanghai, China: Shanghai Dianji University, 2020.

[9] 李嘉龙，陈雨果，刘思捷，等. 考虑碳排放成本的电力市场均衡分析[J]. 电网技术，2016，40(5)：1558-1563.
LI Jialong, CHEN Yuguo, LIU Sijie, et al. Electricity market equilibrium analysis considering carbon emission cost[J]. Power System Technology, 2016, 40(5): 1558-1563.

[10] 李 飞，李咸善，鲁明芳，等. 计及配额考核约束的发电商与大用户直购电博弈优化模型[J]. 高电压技术，2023，49(1)：128-137.
LI Fei, LI Xianshan, LU Mingfang, et al. Game optimization model of direct power purchase between power suppliers and large consumers with RPS assessment constrains[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(1): 128-137.

[11] 安学娜，张少华，李 雪. 考虑绿色证书交易的寡头电力市场均衡分析[J]. 电力系统自动化，2017，41(9)：84-89.

AN Xuena, ZHANG Shaohua, LI Xue. Equilibrium analysis of oligopolistic electricity markets considering tradable green certificates[J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(9): 84-89.

[12] 谢　畅，王蓓蓓，赵盛楠，等. 基于双层粒子群算法求解电力市场均衡[J]. 电网技术，2018，42(4)：1170-1176.
XIE Chang, WANG Beibei, ZHAO Shengnan, et al. Equilibrium solution for electricity market based on bi-level particle swarm optimization algorithm[J]. Power System Technology, 2018, 42(4): 1170-1176.

[13] 杨丽君，王　晨，赵　优，等. 基于双层优化模型的电-气耦合综合能源故障恢复策略[J]. 电网技术，2020，44(11)：4264-4273.
YANG Lijun, WANG Chen, ZHAO You, et al. Electric-gas coupled integrated energy fault recovery strategy based on bi-level optimization model[J]. Power System Technology, 2020, 44(11): 4264-4273.

[14] 粟世玮，练睿青，尤熠然，等. 考虑不确定性的多能互补系统双层优化调度[J]. 广西大学学报(自然科学版)，2022，47(5)：1231-1243.
SU Shiwei, LIAN Ruiqing, YOU Yiran, et al. Two-layer optimal scheduling of multi-energy complementary systems considering uncertainty[J]. Journal of Guangxi University (Natural Science Edition), 2022, 47(5): 1231-1243.

[15] 陈　璨，王　晶，于宗民，等. 配电网自治单元规划研究综述与展望[J]. 中国电力，2023，56(12)：9-19.
CHEN Can, WANG Jing, YU Zongmin, et al. Review and outlook of autonomous unit planning of distribution network[J]. Electric Power, 2023, 56(12): 9-19.

[16] DAI T, QIAO W. Finding equilibria in the pool-based electricity market with strategic wind power producers and network constraints[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(1): 389-399.

[17] KAZEMPOUR S J, ZAREIPOUR H. Equilibria in an oligopolistic market with wind power production[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(2): 686-697.

[18] SHIMIZU K, AIYOSHI E. A new computational method for stackelberg and min-max problems by use of a penalty method[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1981, 26(2): 460-466.

[19] 孟志青，沈　瑞，徐新生. 一种双层规划的光滑化目标罚函数算法[J]. 运筹学学报，2015，19(3)：26-33.
MENG Zhiqing, SHEN Rui, XU Xinsheng, et al. A smoothing objective penalty function algorithm for bilevel programming problems[J]. Operations Research Transactions, 2015, 19(3): 26-33.

[20] SINHA A, SHAIKH V. Solving bilevel optimization problems using kriging approximations[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(10): 10639-10654.

[21] 李　莉，张　赛，何　强，等. 响应面法在试验设计与优化中的应用[J]. 实验室研究与探索，2015，34(8)：41-45.
LI Li, ZHANG Sai, HE Qiang, et al. Application of response surface methodology in experiment design and optimization[J]. Research and Exploration in Laboratory, 2015, 34(8): 41-45.

[22] 卓叶林，陈嘉俊，朱建全，等. 基于改进近似动态规划的园区综合能源优化调度[J]. 高电压技术，2022，48(7)：2597-2606.
ZHUO Yelin, CHEN Jiajun, ZHU Jianquan, et al. Optimal scheduling of park-level integrated energy systems based on improved approximate dynamic programming[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(7): 2597-2606.

[23] GUO H Y, CHEN Q X, XIA Q, et al. Modeling strategic behaviors of renewable energy with joint consideration on energy and tradable green certificate markets[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 35(3): 1898-1910.

[24] 林晓凡，曾佳妮，冯冬涵. 可再生能源消纳责任权重制下电力市场优化决策模型[J]. 电力系统自动化，2021，45(6)：158-168.
LIN Xiaofan, ZENG Jiani, FENG Donghan. Optimization decision model of electricity market under renewable portfolio standards[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(6): 158-168.

[25] 钟　浩，张小兵，李　飞，等. 考虑中长期交易的水电站电转气容量双层优化配置[J]. 高电压技术，2023，49(2)：822-830.
ZHONG Hao, ZHANG Xiaobing, LI Fei, et al. Optimal allocation of power-to-gas capacity of hydropower stations considering double-layer medium and long-term transactions[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(2): 822-830.

[26] SINHA A, LU Z C, DEB K, et al. Bilevel optimization based on iterative approximation of multiple mappings[J]. Journal of Heuristics, 2020, 26(2): 151-185.

[27] WEI T H, LI F, MENG G W, et al. A univariate chebyshev polynomials method for structural systems with interval uncertainty[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2021, 66: 103172.

[28] ZHANG C J, CHEN Z H, MEI Q X, et al. Application of particle swarm optimization combined with response surface methodology to transverse flux permanent magnet motor optimization[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2017, 53(12): 8113107.

[29] HO L S, YANG Y S, NI Z G, et al. A response surface methodology based on improved compactly supported radial basis function and its application to rapid optimizations of electromagnetic devices[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2005, 41(6): 2111-2117.

[30] 周志高，黄　俊，刘志勤，等. 基于移动最小二乘法的气动力数据建模方法[J]. 计算机测量与控制，2021，29(3)：165-170.
ZHOU Zhigao, HUANG Jun, LIU Zhiqin, et al. Aerodynamic data modeling method based on moving least square method[J]. Computer Measurement & Control, 2021, 29(3): 165-170.

[31] 曾清红，卢德唐. 基于移动最小二乘法的曲线曲面拟合[J]. 工程图学学报，2004，25(1)：84-89.
ZENG Qinghong, LU Detang. Curve and surface fitting based on moving least-squares methods[J]. Journal of Engineering Graphics, 2004, 25(1): 84-89.

[32] 樊慧晶，章文毅，田妙苗，等. 基于粒子群算法的卫星任务地面站资源调度方法[J]. 中国科学院大学学报，2022，39(6)：801-808.
FAN Huijing, ZHANG Wenyi, TIAN Miaomiao, et al. A resource scheduling method for satellite mission ground station based on particle swarm optimization algorithm[J]. Journal of University of Chinese Academy of Sciences, 2022, 39(6): 801-808.

[33] KILINÇ M R, SAHINIDIS N V. Exploiting integrality in the global optimization of mixed-integer nonlinear programming problems with BARON[J]. Optimization Methods and Software, 2018, 33(3): 540-562.



陈　荃
1981—，女，硕士，高工
主要从事电力市场、电网规划和清洁能源方面的研究
E-mail: chenquan300@163.com

CHENG Quan
Senior engineer



朱建全(通信作者)
1982—，男，博士，教授，博导
主要从事电力系统建模、分析与优化及电力市场等方面的研究
E-mail: zhujianquan@scut.edu.cn

ZHU Jianquan
Ph.D., Professor
Corresponding author

收稿日期　2023-07-24　修回日期　2024-02-11　　编辑　程子丰

附录 A

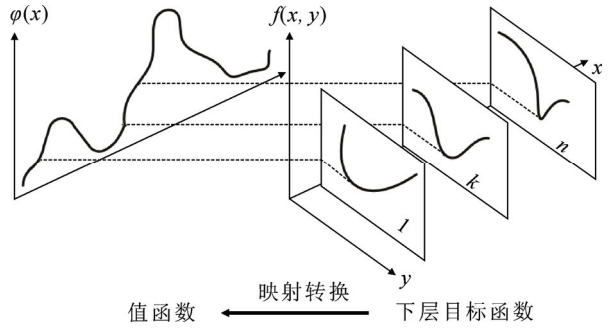


图 A1　值函数映射转换关系

Fig.A1　Relations of mappings of value function

附录 B

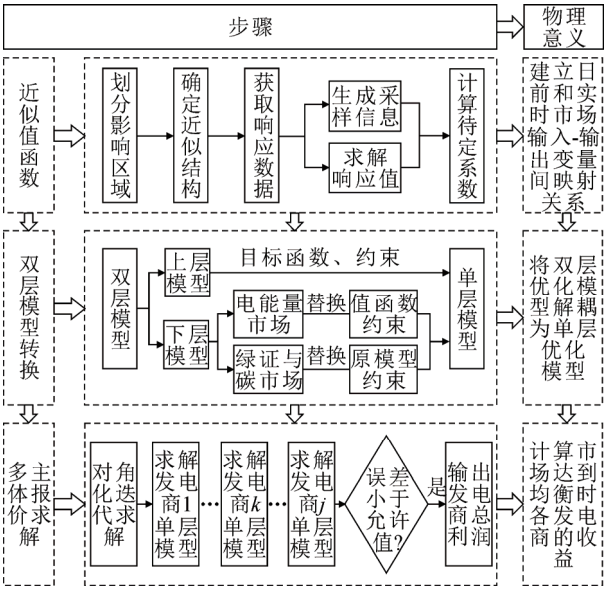


图 B1　基于值函数近似的双层优化算法整体流程图

Fig.B1　Flow chart of bi-level optimization algorithm based on value function approximation