第 49 卷 第 2 期：860-871 高电压技术 Vol.49, No.2: 860-871
2023 年 2 月 28 日 High Voltage Engineering February 28, 2023
DOI: 10.13336/j.1003-6520.hve.20220684

LCL 型并网变流器交直流双侧状态反馈有源阻尼优化控制

岳之双[1]，刘　黎[2,3]，田艳军[1]，王　毅[1]，张　鹏[1]，赵华伟[1]
（1. 华北电力大学河北省分布式储能与微网重点实验室，保定 071003；2. 国网浙江省电力有限公司舟山供电公司，舟山 316000；3. 上海交通大学电气系电力传输与功率变换控制教育部重点实验室，上海 200240）

摘　要：LCL 型并网变流器广泛应用于新能源发电领域，针对新能源高度渗透系统中 LCL 型并网变流器交直流两侧阻尼不足及谐振问题，提出交直流双侧有源阻尼优化控制策略。为抑制 LCL 滤波器谐振，利用状态反馈任意配置极点特性等效无源阻尼；结合最优虚拟电阻 *r* 的设计，调整极点至最优阻尼点，从而显著抑制 LCL 滤波器的谐振，且不牺牲其滤波特性。为提升直流电压的控制特性，在电压外环引入阻尼控制回路，并分析了阻尼作用机理。推导了最优阻尼系数计算方法，且当阻尼为最优阻尼系数时，可实现模型等效降阶，从而显著增强电压控制特性。对比分析了引入双侧阻尼前后交直流两侧的稳定性与控制特性，分析结果表明，引入阻尼后的系统具有更好的稳定性与控制特能。最后，通过 MATLAB/Simulink 仿真验证了双侧有源阻尼优化控制策略的有效性。

关键词：LCL 并网变流器；交直流双侧；状态反馈；阻尼优化；谐振抑制；降阶控制

Optimal Control for AC/DC Bilateral State Feedback Active Damping of LCL Grid-connected Converter

YUE Zhishuang[1], LIU Li[2,3], TIAN Yanjun[1], WANG Yi[1], ZHANG Peng[1], ZHAO Huawei[1]
(1. Hebei Key Laboratory of Distributed Energy Storage and Micro-grid, North China Electric Power University, Baoding 071003, China; 2. Zhoushan Power Supply Company, State Grid Zhejiang Electric Power Company, Zhoushan 316000, China; 3. Key Laboratory of Control of Power Transmission and Conversion, Ministry of Education, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: LCL grid-connected converter is widely used in the field of new energy power generation. Aiming at the problem of insufficient damping and resonance on both sides of AC/DC of LCL grid-connected converter in high penetration system of new energy, we propose an optimal control strategy of active damping on both sides of AC/DC. In order to suppress the resonance of LCL filter, the state feedback is used to arbitrarily configure the pole characteristics and equivalent passive damping. Combined with the design of the optimal virtual resistor *r*, the resonance of the LCL filter is significantly suppressed by adjusting the pole to the optimal damping point without sacrificing its filtering characteristics. In order to improve the control characteristics of DC voltage, a damping control loop is introduced in the voltage outer loop, and the damping mechanism is analyzed. The calculation method of the optimal damping coefficient is derived. When the damping is the optimal damping coefficient, the equivalent order reduction of the model can be realized, which significantly enhances the voltage control characteristics. The stability and control characteristics of AC and DC sides before and after the introduction of bilateral damping are compared and analyzed. The analysis results show that the system with damping has better stability and control characteristics. Finally, the effectiveness of the bilateral active damping optimal control strategy is verified by MATLAB/Simulink simulation.

Key words: LCL-type grid-connected converter; bilateral AC/DC; state feedback; damping optimization; resonant suppression; reduced-order control

基金资助项目：河北省重点研发计划(19214405D)；国家电网公司科技项目(B311ZS220001)。
Project supported by Key R&D Project of Hebei Province (19214405D), Science and Technology Project of SGCC (B311ZS220001).

0　引言

“双碳”战略目标的提出，加快了传统化石能源向新能源改革的进程，以清洁能源为主的分布式发电(distributed generation，DG)得到了广泛的关注[1-2]。并网变流器为 DG 与电网的接口电路，为减少电网的谐波污染，对其输出的电能质量提出了很高要求。采用脉宽调制技术会产生大量开关频率次的谐波，因此常采用 LCL 型滤波器来保证较好的电能质量[3]，但 LCL 滤波器的谐振问题不可避免，需外加阻尼予以消除[4]。

LCL 滤波器阻尼分为无源阻尼和有源阻尼[5-6]，无源阻尼是对 LCL 滤波器中的电感或电容采用串联或并联电阻的方式，从而有效抑制 LCL 滤波器谐振，但因加入的电阻会损耗大量能量，因此滤波效率较低，在工程实际中很少采用。有源阻尼是采用外加控制回路的方法等效无源阻尼进行谐振抑制，其中电阻是虚拟电阻，不会产生额外的功率损耗。因此，利用有源阻尼技术抑制 LCL 滤波器谐振是近年来的研究热点。

关于 LCL 型逆变器有源阻尼技术已有相关文献展开了广泛研究，主要有 3 个方向的研究：前向通道附加数字滤波器的有源阻尼、基于模型降阶反馈控制的有源阻尼和基于附加变量反馈的有源阻尼。附加数字滤波器的有源阻尼是通过对相位的校正实现谐振抑制，但这类方法往往需要准确的参数信息，因此鲁棒性不足[7-8]。基于模型降阶的反馈控制法通过精确计算可将控制系统降阶，从而实现谐振抑制，但降阶条件较为苛刻，易导致条件失效[9-10]。附加变量反馈法通过对 LCL 滤波器状态变量的反馈实现对无源阻尼的等效，进而抑制谐振，主要有电容电流反馈[11]、电容电压反馈[12]、网侧电流反馈[13-15]、网侧电感电压反馈[16]等，这些方法均对谐振的抑制有一定的效果。此外，利用状态反馈法实现 LCL 逆变器有源阻尼已有一定的研究。文献[17]利用状态反馈法使 LCL 滤波器取得了较好的阻尼效果，且在极点配置上通过与无源阻尼法相对应的方式进行了极点匹配，但并未对极点配置范围进行讨论。文献[18]提出一种基于组合状态反馈的双闭环控制策略，其内环采用电容电流、并网电流组合状态反馈，外环采用并网电流反馈，增强了系统阻尼，有效抑制了谐振峰；但内外环的设计会导致响应速度降低，影响电流控制的动态性能。文献[19]针对单相 LCL 逆变器提出 PI+状态反馈法的有源阻尼谐振抑制，取得了良好的抑制效果。但对系统多极点的配置方法并未明确，也未分析状态反馈的引入对控制系统的影响。文献[20-21]通过状态反馈法较好地实现了谐振抑制，但其设计过多考虑了系统的性能，忽略了 LCL 滤波器的滤波效果，对 LCL 滤波器的滤波性能影响较大。文献[17-21]均利用状态反馈法实现了谐振抑制，但都没有明确极点的配置方案，因此在极点配置上，仍有进一步优化的空间。

目前针对 LCL 逆变器谐振抑制的研究较多，主要关注逆变器交流侧的控制特性，对其直流侧的控制特性研究较少。而按照典型 II 型系统校正的电压外环控制系统同样存在阻尼不足的问题，因此需针对 LCL 并网变流器交直流双侧阻尼不足的问题设计有源阻尼控制器，并进行控制参数的优化设计，同时优化交直流双侧控制特性。

为改善交直流双侧阻尼不足的问题，本文将对两侧分别进行有源阻尼设计。为改善交流侧 LCL 谐振问题，对电流内环利用状态反馈法等效无源阻尼，利用状态反馈可任意配置极点的特性将 LCL 滤波器不稳定极点调整到稳定区域，并结合最优虚拟电阻的设计实现 LCL 的谐振抑制。为改善直流侧控制特性，对电压外环引入了阻尼控制回路，并分析了阻尼作用的机理。最后，通过 MATLAB/Simulink 仿真验证了双侧有源阻尼策略的有效性。

1　LCL 并网变流器数学模型

图 1 为 LCL 变流器拓扑结构，图中 e_a、e_b、e_c 为交流侧电网电压；u_a、u_b、u_c 为换流器端口电压；u_{ca}、u_{cb}、u_{cc} 为交流侧滤波电容电压；L_s 为网侧电感；L_g 为网侧电感，L_c 为变流器侧电感，C_f 为交流侧滤波电容，C 为直流侧滤波电容；i_a、i_b、i_c 为网侧电感电流，定义正方向为电网流向并网变流器；i_L 为并网变流器流入直流负载的电流[22]。

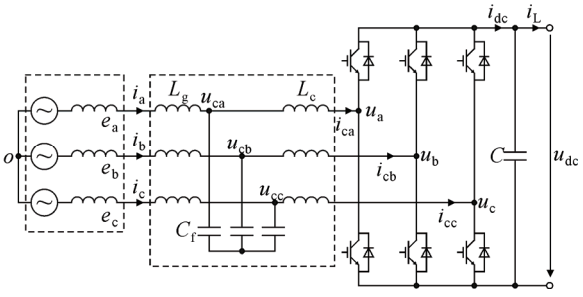


图 1　LCL 变流器拓扑结构

Fig.1　LCL converter topology

忽略电网电压扰动、滤波元器件寄生参数及耦合项[4]，根据基尔霍夫电压电流定律可列出电压回路和节点电流方程，将 abc 坐标系下的方程转化为 *dq* 坐标系下，可以得出 LCL 变流器在 *dq* 坐标系下的数学模型为

$$\begin{cases} L_{\mathrm{g}}\dfrac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t}=e_d-u_{\mathrm{Cf}d} \\ L_{\mathrm{g}}\dfrac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t}=e_q-u_{\mathrm{Cf}q} \\ L_{\mathrm{c}}\dfrac{\mathrm{d}i_{cd}}{\mathrm{d}t}=u_{\mathrm{Cf}d}-u_d \\ L_{\mathrm{c}}\dfrac{\mathrm{d}i_{cq}}{\mathrm{d}t}=u_{\mathrm{Cf}q}-u_q \\ C_{\mathrm{f}}\dfrac{\mathrm{d}u_{\mathrm{Cf}d}}{\mathrm{d}t}=i_d-i_{cd} \\ C_{\mathrm{f}}\dfrac{\mathrm{d}u_{\mathrm{Cf}q}}{\mathrm{d}t}=i_q-i_{cq} \\ C\dfrac{\mathrm{d}u_{\mathrm{dc}}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{3}{2}(i_dS_d+i_qS_q)-i_{\mathrm{L}} \end{cases} \tag{1}$$

式中：S_d、S_q 为同步旋转坐标系下的开关函数；u_d、u_q 为 *dq* 坐标系下的参考调制电压；e_d、e_q、i_d、i_q、i_{cd}、i_{cq}、$u_{\mathrm{cf}d}$、$u_{\mathrm{cf}q}$ 分别为对应的变量在 *dq* 坐标系下的电流、电压分量。由于控制系统采用 *d* 轴定向，且变流器控制信号 i_q 为 0，故直流侧节点方程可线性化为

$$\begin{cases} C\dfrac{\mathrm{d}u_{\mathrm{dc}}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{3}{2}i_dS_{\mathrm{de}}-i_{\mathrm{L}} \\ S_{\mathrm{de}}\approx\dfrac{E_d}{U_{\mathrm{dc}}} \end{cases} \tag{2}$$

式中：S_{de} 为 *d* 轴开关函数稳态值；E_d 为电网电压 *d* 轴分量。由式(1)可推导变流器端口电压 U_d 到网侧电感电流 I_d 的传递函数为

$$G_{\mathrm{Ud_Id}}=\frac{-1}{L_{\mathrm{c}}L_{\mathrm{g}}C_{\mathrm{f}}s^3+(L_{\mathrm{g}}+L_{\mathrm{c}})s} \tag{3}$$

由式(1)可推导 I_d 到 U_{dc} 的传递函数为

$$G_{\mathrm{Id_Udc}}=\frac{3S_{\mathrm{de}}}{2Cs} \tag{4}$$

由式(3)可绘制 LCL 传递函数的伯德图，如图 2 所示。可以看出，在谐振频率处存在较大的谐振峰，具有较大的正增益，同时谐振频率处的相位特性也会穿越−180°，因此 LCL 滤波器是一个不稳定系统。LCL 并网变流器控制系统见附录 A。

对 LCL 并网变流器交流侧控制特性进行分析，内环采用 PI 控制器，其控制框图如图 3 所示。其中控制延时会减小稳定裕度，但有文献提出可以利用双采样模式实时运算方法或者二重采样法等方式来减小或消除计算延时对控制系统的影响[23]。因此，为简化系统分析，暂不考虑延时的影响。

由图 3 可推导电流内环的开环传递函数为

$$G_{\mathrm{C_open}}=\frac{k_{\mathrm{ip}}s+k_{\mathrm{ii}}}{L_{\mathrm{c}}L_{\mathrm{g}}C_{\mathrm{f}}s^4+(L_{\mathrm{g}}+L_{\mathrm{c}})s^2} \tag{5}$$

式中 k_{ip}、k_{ii} 为电流内环 PI 控制器的比例和积分系数。由式(5)可推导内环系统特征方程为

$$L_{\mathrm{c}}L_{\mathrm{g}}C_{\mathrm{f}}s^4+(L_{\mathrm{g}}+L_{\mathrm{c}})s^2+k_{\mathrm{ip}}s+k_{\mathrm{ii}}=0 \tag{6}$$

从特征方程式(6)中可以看到，该特征方程缺项，根据劳斯判据可判断该系统必然不稳定[4]。因此，需外加阻尼，增添 s^3 项，即可实现 LCL 谐振抑制。

分析直流侧控制特性，假设内环系统稳定，电压外环采用 PI 控制，在设计控制器参数时，考虑直流电压的跟随性和抗扰性，常常按典型 II 型系统校正，得到电压外环控制框图如图 4 所示。

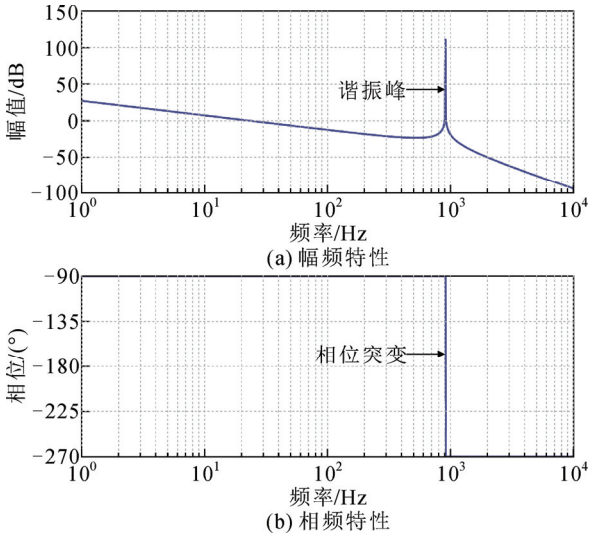


图 2 LCL 滤波器伯德图

Fig.2 LCL filter bode diagram

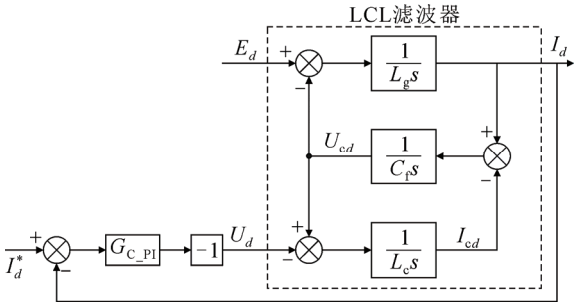


图 3 LCL 滤波器电流内环控制框图

Fig.3 Block diagram of the LCL filter current inner loop control

由图 4 可推导电压外环的开环传递函数为

$$G_{\mathrm{V_open}}=\frac{3S_{de}(k_{\mathrm{vp}}s+k_{\mathrm{vi}})}{2Cs^2}G_{\mathrm{C_close}} \tag{7}$$

式中 k_{vp}、k_{vi} 为电压外环 PI 控制器的比例和积分系数。按照 II 型系统校正的电压外环无法完全兼顾其动态特性与抗扰性[24]，中频宽 h 与动态特性、抗扰性的关系如图 5 所示，图中超调量和调整时间表征其动态特性，扰动下降率和恢复时间用来表征其抗扰特性。可以看出，当其动态特性较好时，抗扰性较差。因此，在中频宽的选取上只能折中处理，一般取中频宽为 5，但此时阻尼特性仍然较差[25]。

2　交直流双侧有源阻尼控制器设计

2.1　单侧有源阻尼的局限性

常规 LCL 并网变流器有源阻尼控制仅实现交流侧谐振抑制，对直流侧的动态性能关注较少[11-15]，而按典型 II 型系统校正的电压外环同样存在阻尼不足的问题[24]。同时，对单侧阻尼过度优化，可能会恶化另一侧的性能。如在对电流环进行阻尼优化时，不考虑电压环，可能会将电流环极点调整至电压环主导极点接近区域，从而影响电压环的控制性能[26-28]。因此，需对并网变流器双侧同时进行阻尼优化，从而使变换器双侧同时实现较好的控制效果。

2.2　内环阻尼控制器设计

2.2.1　内环阻尼控制器结构

列写 LCL 滤波器状态空间表达式，见附录 B。利用状态反馈控制可任意配置极点的特性，增添 s^3 项实现对 LCL 谐振的抑制。通过引入状态反馈增益阵 $\boldsymbol{K}$，将原系统矩阵 $\boldsymbol{A}_d$ 的无阻尼特性校正为($\boldsymbol{A}_d$ - $b\boldsymbol{K}$)的有阻尼特性，引入状态反馈的内环阻尼控制结构如图 6 所示。其中，b 为增益系数。调整 LCL 的 3 个极点分别为 S_1^*、S_2^*、S_3^*，则引入状态反馈的内环系统的开环传递函数为

$$G_{\mathrm{C_open_s}}=K_{\mathrm{a}}\frac{s+Z_{\mathrm{PI}}}{s}\frac{1}{(s-S_1^*)(s-S_2^*)(s-S_3^*)} \tag{8}$$

其中

$$\begin{cases}Z_{\mathrm{PI}}=\dfrac{k_{\mathrm{ii}}}{k_{\mathrm{ip}}}\\[2ex] K_{\mathrm{a}}=\dfrac{k_{\mathrm{ip}}}{L_{\mathrm{c}}L_{\mathrm{g}}C_{\mathrm{f}}}\end{cases} \tag{9}$$

式中 Z_{PI} 为电流内环 PI 的零点。

2.2.2　阻尼参数优化设计

对 LCL 滤波器控制参数设计时主要关注其 4 个方面的性能指标[29]，即基频稳态误差、幅值裕度、相角裕度、剪切频率。其中，基频稳态误差表征 LCL 滤波器对基波的滤波效果，可用基频对应的开环幅频特性值 T_{f} 予以衡量，其值越大越好；幅值裕度和相角裕度表征 LCL 滤波器的相对稳定性，分别用 G_{m} 和 P_{m} 表示；剪切频率反映 LCL 滤波器的相对带宽大小，用 ω_{c} 表示，其值需在一定范围内，过大会影响滤波效果，过小则会限制内环控制能力。因此，对 LCL 滤波器控制参数设计应以不削弱原滤波器滤波效果为前提，提升其稳定性。

在 LCL 滤波器无源阻尼中，交流侧电容并联电阻的阻尼效果最好[30]，其只对谐振峰进行抑制，不

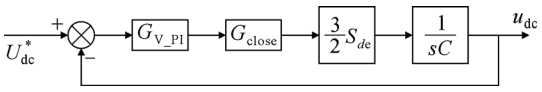


图 4　LCL 变流器电压外环控制框图

Fig.4　Block diagram of the LCL converter voltage outer loop control

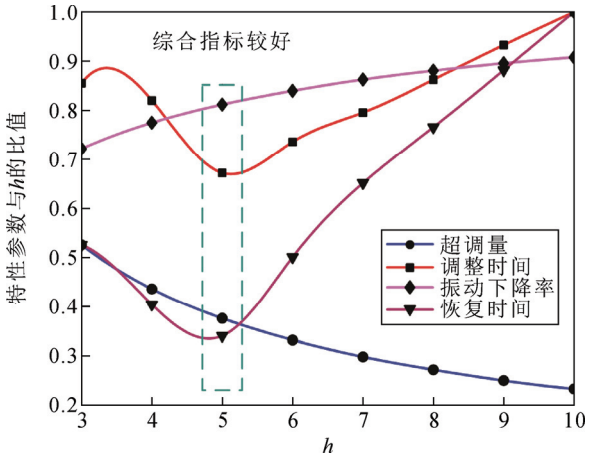


图 5　中频宽 h 与动态特性、抗扰性的关系

Fig.5　Medium frequency width h in relation to dynamic characteristics and immunity

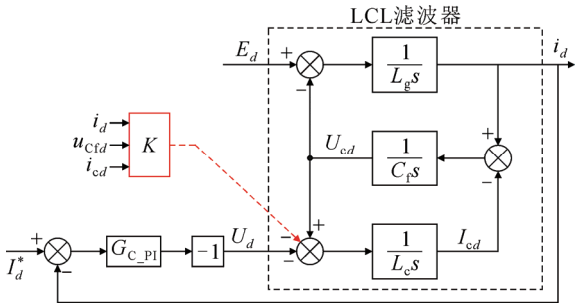


图 6　内环阻尼控制器设计

Fig.6　Design of internal loop damping controller

会破坏低频段和高频段的滤波性能，因此可用状态反馈极点配置模拟交流侧电容并联的虚拟电阻，以实现 LCL 谐振抑制，如图 7 所示。

推导得到图 7 中 U_d 到 I_d 的无源阻尼传递函数为

$$G_{\mathrm{Ud_Id_r}}=\frac{-1}{L_{\mathrm{c}}L_{\mathrm{g}}C_{\mathrm{f}}s^3+\dfrac{L_{\mathrm{c}}L_{\mathrm{g}}}{r}s^2+(L_{\mathrm{g}}+L_{\mathrm{c}})s} \tag{10}$$

加入 PI 控制，则引入阻尼后的内环系统开环传递函数为

$$G_{\mathrm{C_open_r}}=K_{\mathrm{a}}\frac{s+Z_{\mathrm{PI}}}{s}\frac{1}{s^3+\dfrac{A}{r}s^2+Bs} \tag{11}$$

其中

$$\begin{cases}A=\dfrac{1}{C_{\mathrm{f}}}\\ B=\dfrac{L_{\mathrm{c}}+L_{\mathrm{g}}}{C_{\mathrm{f}}L_{\mathrm{g}}L_{\mathrm{c}}}\end{cases} \tag{12}$$

由式(10)可推导内环系统的特征多项式为

$$\Delta=s^4+\frac{A}{r}s^3+Bs^2+K_{\mathrm{a}}s+K_{\mathrm{a}}Z_{\mathrm{PI}} \tag{13}$$

根据特征多项式(13)列劳斯表，由劳斯表可计算阻尼电阻 r 的取值范围，劳斯表见附录 C。根据劳斯判据稳定条件：第 1 列元素均为正值，为保证系统稳定性，可确定表中第 1 列元素均大于 0，则可计算虚拟电阻 r 的稳定范围为

$$\frac{AB-\sqrt{A^2B^2-4K_{\mathrm{a}}A^2Z_{\mathrm{PI}}}}{2K_{\mathrm{a}}}<r<\frac{AB+\sqrt{A^2B^2-4K_{\mathrm{a}}A^2Z_{\mathrm{PI}}}}{2K_{\mathrm{a}}} \tag{14}$$

可根据式(14)划定虚拟电阻 r 的范围，为了实现更好的系统性能，幅值裕度(G_{m})一般>6 dB，相角裕度(P_{m})一般在 30°~60°之间，可进一步限制虚拟电阻 r 的取值。综合 4 项指标，结果如图 8 所示，可以看出，在相角裕度>30°且幅值裕度>6 dB 的区间范围内，基频幅值特性值 T_{f} 接近于最大值，即若虚拟电阻在此区间内取值，则基本不会削弱 LCL 滤波器的滤波特性。再综合考虑其余 3 项性能指标，选择相角裕度最大时的虚拟电阻为最优值。

最后，利用状态反馈可任意配置极点的特性，可建立虚拟电阻 r 与极点配置的关系为

$$\begin{cases}S_1^*=0\\ S_{2,3}^*=\dfrac{-A/r\pm\sqrt{(A/r)^2-4B}}{2}\end{cases} \tag{15}$$

2.3 外环阻尼控制器设计

2.3.1 外环阻尼控制器结构设计

设计电压外环时，考虑其跟随性和抗扰性常常按典型 II 型系统校正，且选取中频宽为 5 进行 PI 参数计算，可以获得较好的跟随性和抗扰性，但阻尼特性较差。因此可按图 9 设计外环阻尼控制器，通过对内环参考电流的修正引入阻尼，相当于在直流侧电容两端并联电阻。因实际电阻损耗过大，故可用虚拟电阻增强电压外环的阻尼特性。

引入阻尼后的电压外环开环传递函数为

$$G_{\mathrm{V_open_r}}=\frac{k_{\mathrm{vp}}s+k_{\mathrm{vi}}}{s}\frac{3S_{de}G_{\mathrm{C_close}}}{2Cs+3S_{de}G_{\mathrm{C_close}}k_{\mathrm{d}}} \tag{16}$$

由式(16)可以看出，在外环引入阻尼后，整体系统降型为 I 型系统，系统阻尼显著增强。同时，当阻尼系数 k_{d} 选取恰当时，可实现电压外环控制系统降阶，从而使系统具有更好的动态特性与抗扰性。

2.3.2 外环阻尼系数 k_{d} 计算

由于内外环带宽往往差距很大，因此在分析电

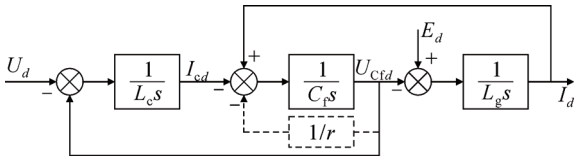


图 7 电容并联电阻的无源阻尼

Fig.7 Passive damping of capacitors in parallel with resistors

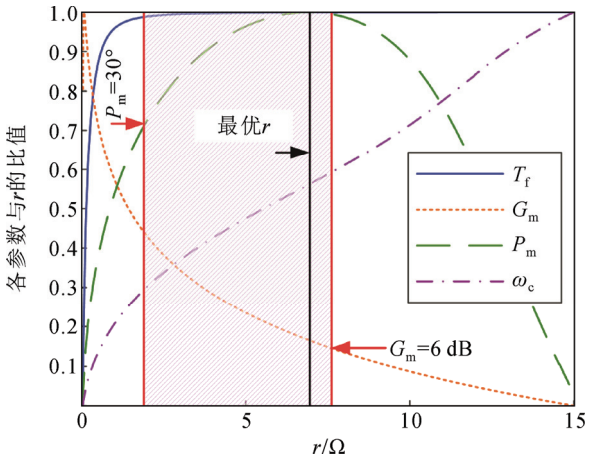


图 8 虚拟电阻 r 设计

Fig.8 Design of virtual resistor r

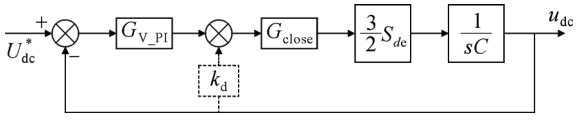


图 9 外环阻尼控制器结构

Fig.9 Outer loop damping controller structure

压外环时可将内环系统简化为一阶系统，电流环带宽常设计为开关频率的 1/20，电流环系统可简化为

$$G_{\mathrm{C_close}} \approx \frac{1}{(1/(2\pi f_{\mathrm{s}}))s+1} = \frac{1}{T_{\mathrm{C}}s+1} \tag{17}$$

式中：f_{s} 为开关频率；T_{C} 为电流环等效时间常数。

将式(17)代入式(16)，则引入阻尼后的电压外环开环传递函数为

$$G_{\mathrm{V_open_r}} = \frac{3S_{de}(k_{\mathrm{vp}}s+k_{\mathrm{vi}})}{s(2T_{\mathrm{C}}Cs^2+2Cs+3S_{de}k_{\mathrm{d}})} \tag{18}$$

从式(18)中可以看出，其中存在一个零点，若通过调整 k_{d} 使其零极点对消，则可使外环系统降阶，k_{d} 的计算方法为

$$k_{\mathrm{d}} = \frac{(k_{\mathrm{vi}}/k_{\mathrm{vp}})(C+Y_{\mathrm{G}}T_{\mathrm{C}})-(k_{\mathrm{vi}}/k_{\mathrm{vp}})^2T_{\mathrm{C}}C}{1.5S_{de}} \tag{19}$$

式中 Y_{G} 为直流侧等效电导。

引入阻尼后的系统将降为一个 2 阶系统，阻尼将显著增强。原系统的电压外环控制特性主要由外环 PI 参数决定，其积分调节引起的超调只能通过比例进行抑制，当引入阻尼后，积分引起的超调可通过阻尼进行抑制，增添了一个调节自由度，使控制系统的调节更加灵活。

LCL 并网变流器双侧引入有源阻尼的整体控制系统如图 10 所示。内环通过状态反馈控制调整 LCL 滤波器极点分布，使其由原来的不稳定系统转变为稳定系统，并具备良好的滤波性能。外环通过引入直流侧虚拟电阻增强直流侧阻尼，改善其控制特性。其次，交流侧状态反馈的引入会在硬件上增加传感器的数量，降低设备可靠性。因此，为不增加传感器数量，可利用状态观测器对 LCL 电路中的状态进行观测。只需采集网侧电压和网侧电感电流，即可对变流器侧电感电流和电容电压进行估算，从而实现状态反馈极点校正。

3　增加阻尼前后控制特性对比分析

本章通过伯德图和零极点图对比分析内环增加阻尼前后系统的稳定性以及 LCL 滤波器滤波效果的变化。通过伯德图和根轨迹图对外环的阻尼机理进行分析，进而分析增加阻尼前后动态特性与抗扰性的变化。设计并网变流器参数如表 1 所示。电流环设计带宽为 500 Hz，电流环 PI 参数为 k_{ip}=22，k_{ii}=512。电压环按典型 II 型系统校正，综合考虑其抗扰性和跟随性，选取中频宽 h 为 5，电压环 PI 参数为 k_{vp}=0.5，k_{vi}=75。

3.1　内环阻尼控制特性对比

按内环系统的开环传递函数式(5)和式(11)可绘制引入阻尼前后的 Bode 图，如图 11 所示。从图 11 中可以看出，无阻尼的系统在相位穿越−180°时存在较大的正增益，这是其不稳定的原因。因此，仅需在相位穿越−180°时对增益值进行抑制，即可使内环系统稳定，从而减小对原 LCL 滤波效果的改变，使其低频段和高频段的特性尽量不改变。结合最优虚拟电阻 r 的设计，可得到较好的设计指标，相角裕度和幅值裕度分别为 42°和 6.69 dB。

3.2　外环阻尼控制特性对比

首先对电压外环阻尼原理进行分析，由式(16)可绘制阻尼系数从 0 到最优阻尼系数的开环传递函数的 Bode 图，如图 12 所示。引入阻尼后电压环 PI 参数为 k_{vp}=0.3，k_{vi}=150。当 k_{d}=0 时，此时无阻尼

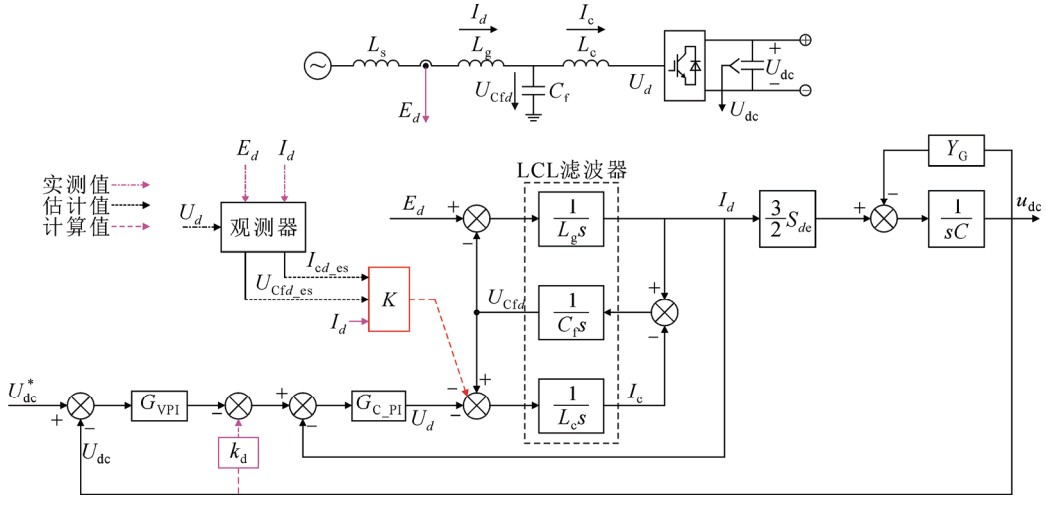


图 10　LCL 并网变流器双侧阻尼控制系统

Fig.10　LCL grid-connected converter bilateral damping control system

表 1 并网变流器参数表

Table 1 Converter parameter table

参数	数值
额定功率 P/kW	10
额定直流母线电压 U_{dc}/V	400
电网相电压 U_{ac}/V	110
网侧电感 L_g/mH	2.3
变流器侧电感 L_c/mH	4.4
交流侧电容 C_f/μF	20
直流侧电容 C/μF	800
开关频率 f_s/kHz	10

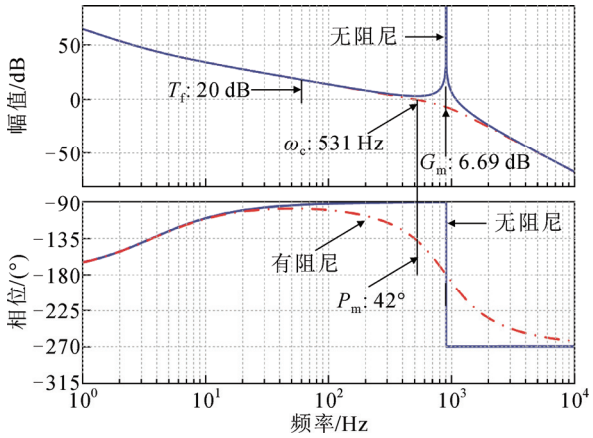


图 11 加入阻尼前后内环伯德图对比

Fig.11 Comparison of inner loop bode diagrams before and after the addition of damping

控制回路，系统为 II 型系统，只要 $k_d \neq 0$，系统就转化为 I 型系统。随着 k_d 的增大，系统在低频段的增益值降低，但相位有所提升，稳定性增强。当 k_d 值增大到最优阻尼系数时，系统降阶为一个 2 阶系统。若继续增大 k_d 值，则会使系统产生过阻尼，从而导致其带宽过小。

图 13 为加入阻尼前后电压外环开环传递函数的伯德图对比，可以看出，引入阻尼后系统相角裕度明显提升，从原来的 55°提升至 82°，穿越频率略有下降，控制带宽也有所降低。从 3 个频段上来看，在低频段，引入阻尼后的系统增益值小于未引入阻尼的系统，但其相位滞后更小；在中频段，引入阻尼后的系统中频宽更窄，说明其抵抗带宽内扰动的能力更强；在高频段，二者相差不大，引入的阻尼只改善了低频段的控制特性。

图 14 为引入阻尼前后电压外环系统的阶跃响应对比，可以看出，引入最佳阻尼的系统可实现无超调，同时响应速度较快，而未引入阻尼回路的电压响应超调量 M_p 为 22%。虽然引入阻尼前的系统

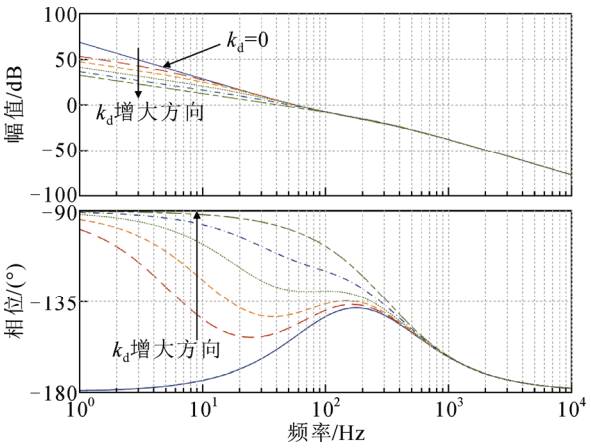


图 12 阻尼系数 k_d 对外环的影响

Fig.12 Influence of the damping factor k_d on the outer loop

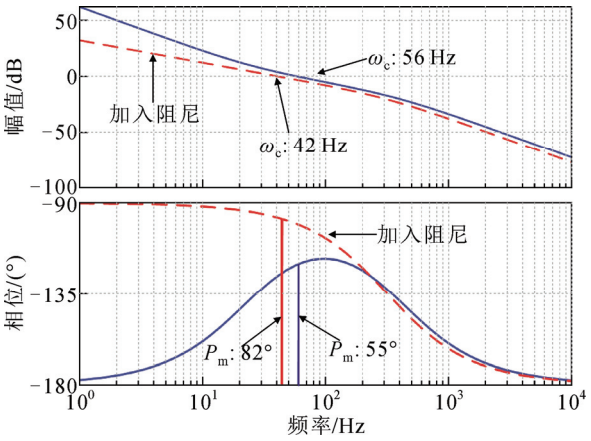


图 13 加入阻尼前后外环系统伯德图对比

Fig.13 Comparison of outer loop system bode diagram before and after adding damping

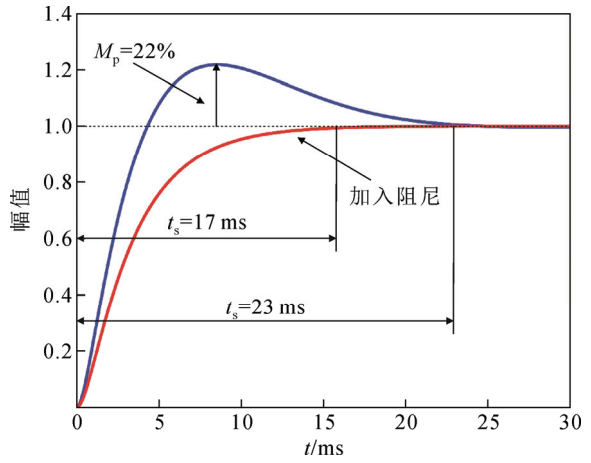


图 14 动态响应对比

Fig.14 Dynamic response comparison

带宽更大，上升时间更短，但其引起了较大的超调量，导致其调整时间加长。实际上，引入阻尼系统

相当于“全状态反馈”的系统，可获得最优响应曲线。

对比引入阻尼前后电压外环系统的抗扰性，首先推导其扰动传递函数，由图 9 可推导引入阻尼后的扰动传递函数为

$$G_{\mathrm{V_dr}}=-\frac{(T_{\mathrm{C}}s+1)s}{T_{\mathrm{C}}Cs^3+Cs^2+1.5S_{de}(k_{\mathrm{vp}}+k_{\mathrm{d}})s+k_{\mathrm{vi}}} \quad (20)$$

未引入阻尼的扰动传递函数为式(20)中 k_{d}=0 的情况，从式(20)中可以看出，低频段的抗扰性主要由积分系数 k_{vi} 决定，其值越大，相同扰动下电压的变化量越小，恢复时间越短。因此，可对引入阻尼后的 PI 参数再次整定，使积分系数增大，比例系数减小，其导致的阻尼减小可通过引入的阻尼来增强。图 15 为引入阻尼前后的抗扰性对比，可以看出，在低频段由于引入阻尼的系统具有更大的积分系数，抗扰性更强，因此当其面对相同扰动时，电压变化更小，恢复时间更短。

4　仿真验证

仿真参数与设计参数相同，如表 1 所示。仿真控制系统如图 10 和图 16 所示。图 16 中光伏系统采用扰动观测法进行最大功率追踪，3 组光伏系统模拟不同的光照情况。采用 MATLAB/Simulink 仿真软件进行仿真，以验证 LCL 并网变流器双侧有源阻尼的效果。仿真工况如表 2 所示。

图 17 为按工况一仿真传输不同功率下三相并网电流和直流电压的波形。此工况下 3 组光伏系统共出力 4.8 kW，当负载功率在±5 kW 范围变化时，LCL 并网变流器系统均能稳定运行，利用状态反馈等效虚拟电阻的方法增强了系统阻尼，起到了良好的谐振抑制效果。

图 18 为 0.4~0.6 s A 相并网电流和电压波形，可以看出，电压、电流为反相位，表明 LCL 并网变流器为单位功率因数运行，功率流动方向为由变流器流向电网，且并网电流基本为正弦波。图 19 为对应并网电流的谐波分析，总谐波畸变率(total harmonic distortion，THD)为 0.21%，各次谐波含量较小，电流波形畸变较小，满足并网要求。仿真结果表明，LCL 滤波器起到了良好的滤波效果，最优虚拟电阻设计的方法对 LCL 滤波特性削弱较小，与 3.1 节分析基本一致。

图 20 为按工况二仿真不同交流侧虚拟电阻情况下的三相并网电流波形对比，分别是虚拟电阻为 0.8 Ω、7.04 Ω 和 14.5 Ω，其中 7.04 Ω 为虚拟电阻的

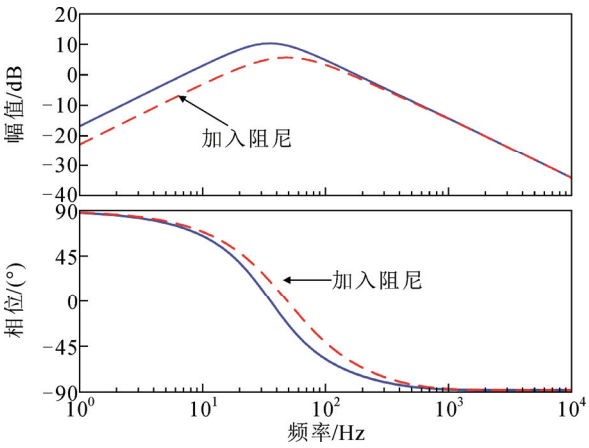


图 15　抗扰性对比

Fig.15　Comparison of immunity

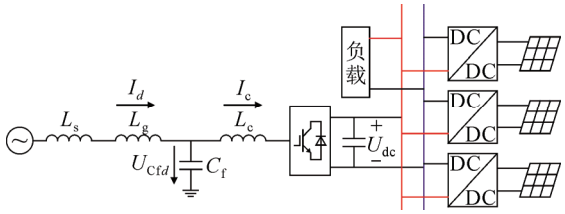


图 16　LCL 并网系统仿真图

Fig.16　Simulation diagram of LCL grid-connected system

表 2　仿真工况

Table 2　Simulation operating mode

工况	时间/s	动作
工况一		直流侧电压 400 V，光伏出力为 4.8 kW，在±5 kW 之间改变直流侧负载功率
工况二		直流侧电压 400 V，光伏出力为 4.8 kW，改变交流侧虚拟电阻值
工况三	0.2	U_{dc} 由 400 V 阶跃至 450 V，光伏出力为 4.8 kW
	0.25	U_{dc} 由 450 V 阶跃至 400 V，光伏出力为 4.8 kW
工况四	0.2	PV1 辐照度由 300 W/m² 升至 600 W/m²
	0.3	PV2 辐照度由 300 W/m² 升至 1 000 W/m²
	0.4	PV3 辐照度由 600 W/m² 降至 100 W/m²
	0.5	PV1 辐照度由 600 W/m² 降至 400 W/m² PV2 辐照度由 1000 W/m² 降至 100 W/m² PV3 辐照度由 100 W/m² 升至 500 W/m²

最优值。0.2 s 时直流电压调整，模拟电流内环扰动。可以看出，当虚拟电阻为 0.8 Ω 时，系统稳定，但其滤波效果较差，存在较低频次的谐波分量；当虚拟电阻为 14.5 Ω 时，系统稳定，但面对扰动时容易失稳，稳定裕度较小；当虚拟电阻为最优值时，滤波特性和稳定裕度均具有较高水平。

图 21 为按工况三仿真引入阻尼前后直流电压的阶跃响应，其中实线为原始系统，虚线为加入阻尼后的系统。从图 21 中可以看出，加入阻尼后的电

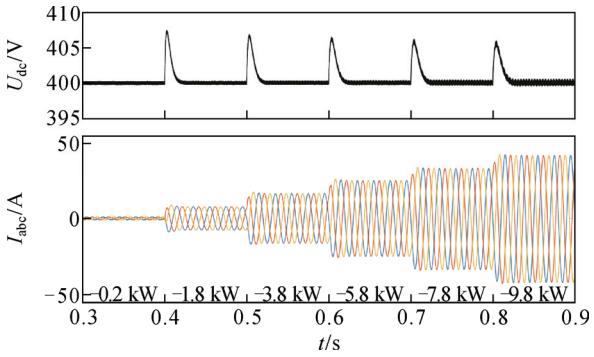


图 17 不同传输功率下的并网电流和直流电压波形

Fig.17 Current and DC voltage waveforms at different transmission power

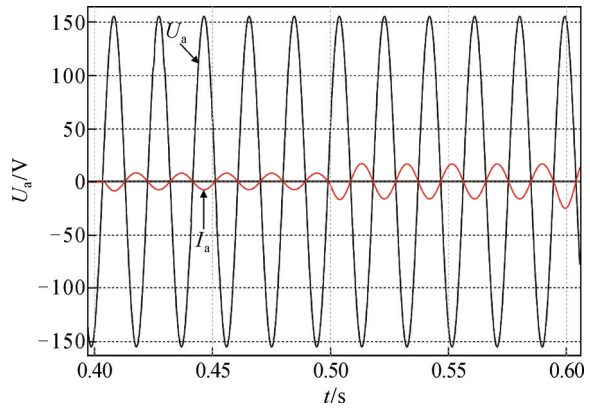


图 18 A 相电压电流波形

Fig.18 Voltage current waveforms for phase A

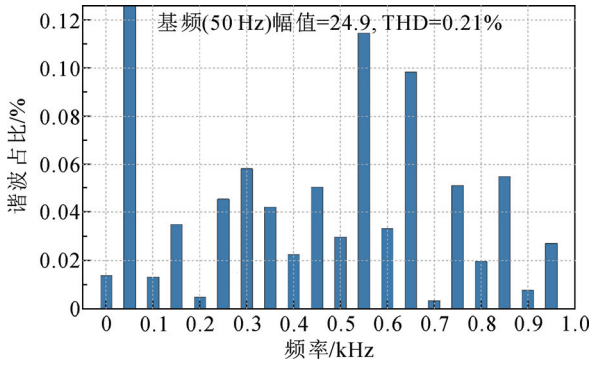


图 19 并网电流谐波分析

Fig.19 Harmonic analysis of grid-connected current

压阶跃响应超调量明显降低，同时调整时间缩短。而按中频宽为 5 计算 PI 参数系统，超调量 M_p 为 18%，超调量相对较大，调整时间较长，与 3.2 节的分析基本一致。从图 21 中的功率变化曲线也可看出，在进行电压阶跃时，加入阻尼的系统对功率的利用率更高，即可以通过较小的功率变化实现相同的电压变化。

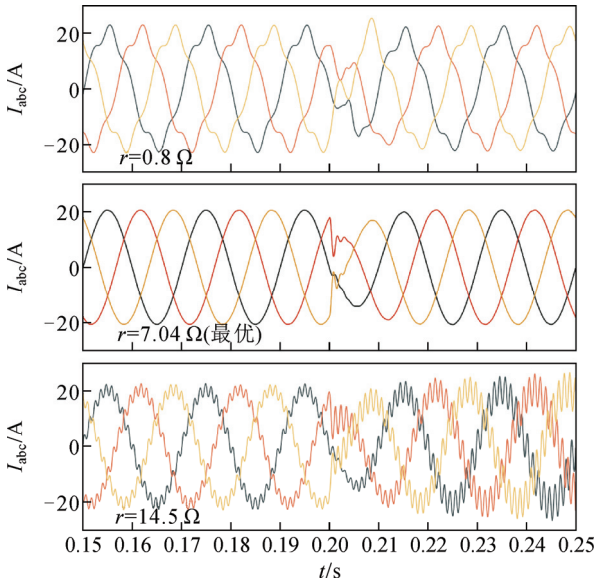


图 20 虚拟电阻改变时三相并网电流波形

Fig.20 Three-phase grid-connected current waveform when virtual resistance changes

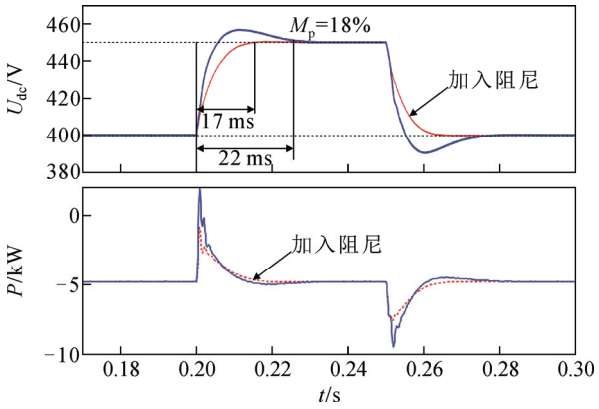


图 21 引入阻尼前后直流电压阶跃对比

Fig.21 Comparison of DC voltage step before and after introducing damping

图 22 为按工况四仿真光伏板接收辐照度改变时直流电压的抗扰性对比情况，在 0.2 s 之前 3 组光伏板接收辐照度 S 分别为：PV1，300 W/m²；PV2，300 W/m²；PV3，600 W/m²。在 0.2 s 时 PV1 辐照度变为 600 W/m²；在 0.3 s 时 PV2 辐照度变为 1 000 W/m²；在 0.4 s 时 PV3 辐照度变为 100 W/m²；在 0.5 s 时 PV1 辐照度变为 400 W/m²，PV2 辐照度变为 100 W/m²，PV3 辐照度变为 500 W/m²。在对应辐照度变化的时刻，LCL 并网变流器传输功率均会发生改变，并会引起响应的电压波动。对比引入阻尼前后直流电压的波动情况，可以明显看出，引入

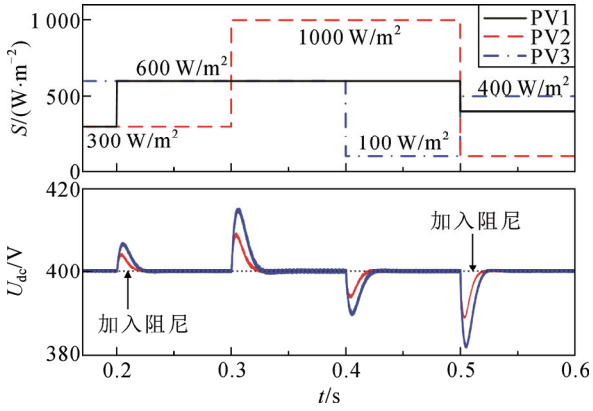


图 22　辐照度变化时直流电压抗扰性对比

Fig.22　Comparison of DC voltage immunity when irradiance changes

阻尼后的系统电压波动更小，且恢复时间较快，与 3.2 节讨论负载功率扰动情况的结论基本一致。

5　结论

1）本文提出了 LCL 型并网变流器交直流双侧状态反馈有源阻尼控制策略，有效提升了并网变流器交直流侧的阻尼特性。对交流侧和直流侧同时进行阻尼优化，能有效提升高度渗透新能源系统的稳定性。

2）对于交流侧 LCL 滤波器的谐振问题，利用状态反馈任意配置极点的特性，可实现无源阻尼等效，结合最优虚拟电阻 r 的设计，调整 LCL 系统极点至最优阻尼点，显著抑制了谐振峰，但并不会削弱其滤波效果，有效提升了新能源并网系统的稳定性及电能质量。

3）对于直流侧电压控制阻尼不足问题，本文提出在电压外环引入阻尼控制回路，可有效改善直流侧的动态和抗扰性能。推导了最优阻尼系数的计算方法，当阻尼系数为最优时可实现电压外环系统的等效降阶，从而有效提升新能源系统出力波动情况下的电压稳定性。

附录见本刊网络版(http://hve.epri.sgcc.com.cn)。

参考文献　References

[1] 董旭柱，华祝虎，尚　磊，等. 新型配电系统形态特征与技术展望[J]. 高电压技术，2021，47(9)：3021-3035.
DONG Xuzhu, HUA Zhuhu, SHANG Lei, et al. Morphological characteristics and technology prospect of new distribution system[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(9): 3021-3035.

[2] 叶曙光，胡　蕊，刘　钊，等. 基于 LCL 滤波器的双向储能变流器研究[J]. 电力自动化设备，2014，34(7)：88-92.
YE Shuguang, HU Rui, LIU Zhao, et al. Bi-directional power conversion system based on LCL filter[J]. Electric Power Automation Equipment, 2014, 34(7): 88-92.

[3] 许津铭，谢少军，张斌锋. 分布式发电系统中 LCL 滤波并网逆变器电流控制研究综述[J]. 中国电机工程学报，2015，35(16)：4153-4166.
XU Jinming, XIE Shaojun, ZHANG Binfeng. Overview of current control techniques for grid-connected inverters with LCL filters in distributed power generation systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(16): 4153-4166.

[4] 郭小强，邬伟扬，顾和荣，等. 并网逆变器 LCL 接口直接输出电流控制建模及稳定性分析[J]. 电工技术学报，2010，25(3)：102-109.
GUO Xiaoqiang, WU Weiyang, GU Herong, et al. Modelling and stability analysis of direct output current control for LCL interfaced grid-connected inverters[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2010, 25(3): 102-109.

[5] DANNEHL J, LISERRE M, FUCHS F W. Filter-based active damping of voltage source converters with *LCL* filter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58(8): 3623-3633.

[6] 刘鸿鹏，边新新，张　伟，等. 扩大有效阻尼区的改进型电容电流反馈有源阻尼策略[J]. 高电压技术，2022，48(1)：114-124.
LIU Hongpeng, BIAN Xinxin, ZHANG Wei, et al. Novel capacitor current feedback active damping strategy for extending the range of equivalent virtual damping[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(1): 114-124.

[7] PEÑA-ALZOLA R, LISERRE M, BLAABJERG F, et al. A self-commissioning notch filter for active damping in a three-phase LCL -filter-based grid-tie converter[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2014, 29(12): 6754-6761.

[8] BAHRANI B, VASILADIOTIS M, RUFER A. High-order vector control of grid-connected voltage-source converters with LCL-filters[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(6): 2767-2775.

[9] 许津铭，谢少军，黄如海. LCL 滤波并网逆变器的鲁棒电流控制[J]. 电力系统自动化，2012，36(19)：99-104.
XU Jinming, XIE Shaojun, HUANG Ruhai. A robust current control strategy for grid-connected inverters with LCL filters[J]. Automation of Electric Power Systems, 2012, 36(19): 99-104.

[10] HE N, XU D H, ZHU Y, et al. Weighted average current control in a three-phase grid inverter with an LCL filter[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2013, 28(6): 2785-2797.

[11] 曹子恒，肖先勇，马俊鹏，等. 提高 LCL 型并网逆变器鲁棒性的改进型电容电流反馈有源阻尼策略[J]. 高电压技术，2020，46(11)：3781-3789.
CAO Ziheng, XIAO Xianyong, MA Junpeng, et al. Novel capacitor current feedback active damping strategy for enhancing robustness of LCL-type grid-connected inverters[J]. High Voltage Engineering, 2020, 46(11): 3781-3789.

[12] XIAO H F, QU X H, XIE S J, et al. Synthesis of active damping for grid-connected inverters with an LCL filter[C]//Proceedings of 2012 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE). Raleigh, USA: IEEE, 2012: 550-556.

[13] 汪　颖，孙建风，肖先勇，等. 扩大等效虚拟阻尼正区间的逆变侧电流双环反馈控制方法[J]. 高电压技术，2021，47(11)：3981-3991.
WANG Ying, SUN Jianfeng, XIAO Xianyong, et al. double-loop feedback control method of inverter side current improved by extending the positive range of equivalent virtual damping[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(11): 3981-3991.

[14] 耿乙文，齐亚文，董文明，等. 一种改进型并网电流反馈有源阻尼方法[J]. 中国电机工程学报，2018，38(18)：5557-5567.
GENG Yiwen, QI Yawen, DONG Wenming, et al. An active damping method with improved grid current feedback[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(18): 5557-5567.

[15] 陈　东，张军明，钱照明. 带 LCL 滤波器的并网逆变器单电流反

馈控制策略[J]. 中国电机工程学报，2013，33(9)：10-16.
CHEN Dong, ZHANG Junming, QIAN Zhaoming. Single current feedback control strategy for grid-connected inverters with LCL filters[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(9): 10-16.
[16] 王学华，阮新波，刘尚伟. 抑制电网背景谐波影响的并网逆变器控制策略[J]. 中国电机工程学报，2011，31(6)：7-14.
WANG Xuehua, RUAN Xinbo, LIU Shangwei. Control strategy for grid-connected inverter to suppress current distortion effected by background harmonics in grid voltage[J]. Proceedings of the CSEE, 2011, 31(6): 7-14.
[17] 雷鹏娟，赵清林，韩彦龙，等. 采用 LCL 滤波器并网逆变器状态反馈有源阻尼控制研究[J]. 太阳能学报，2019，40(8)：2354-2359.
LEI Pengjuan, ZHAO Qinglin, HAN Yanlong, et al. State feedback active damping control method applied to grid-connected inverter with LCL filter[J]. Acta Energiae Solaris Sinica, 2019, 40(8): 2354-2359.
[18] 李　晶，吴新保，易建波，等. 改进双闭环状态反馈的 LCL 逆变器控制策略[J]. 电力电子技术，2017，51(9)：68-70.
LI Jing, WU Xinbao, YI Jianbo, et al. A control strategy for LCL-type inverter based on improve double closed-loop state feedback[J]. Power Electronics, 2017, 51(9): 68-70.
[19] 宋国杰，李国进，杨　浩，等. 基于 *d-q* 坐标系下 LCL 型光伏并网逆变器的 PI+状态反馈控制[J]. 太阳能学报，2020，41(11)：135-142.
SONG Guojie, LI Guojin, YANG Hao, et al. PI+ state feedback controller of single-phase LCL PV grid-connected inverter based on *d-q* coordinate system[J]. Acta Energiae Solaris Sinica, 2020, 41(11): 135-142.
[20] 钟瑞龙，胡　文，黄泽毅. 基于改进型观测器的三相 LCL 型 PWM 整流器控制[J]. 电力电子技术，2018，52(5)：5-8，12.
ZHONG Ruilong, HU Wen, HUANG Zeyi. LCL-type PWM rectifier control system based on improved state observer[J]. Power Electronics, 2018, 52(5): 5-8, 12.
[21] 李　宾，姚文熙，杭丽君，等. 基于状态观测器的 LCL 滤波器型并网逆变器状态反馈最优化设计[J]. 电工技术学报，2014，29(6)：80-90.
LI Bin, YAO Wenxi, HANG Lijun, et al. Optimized design of state variable feedback of grid-connected inverter with LCL-filter based on state observer[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2014, 29(6): 80-90.
[22] 黄宇淇，姜新建，邱阿瑞. LCL 滤波的电压型有源整流器新型主动阻尼控制[J]. 电工技术学报，2008，23(9)：86-91.
HUANG Yuqi, JIANG Xinjian, QIU Arui. A novel active damping control scheme for a three-phase active rectifier with LCL-filter[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2008, 23(9): 86-91.
[23] PAN D H, RUAN X B, BAO C L, et al. Capacitor-current-feedback active damping with reduced computation delay for improving robustness of LCL-type grid-connected inverter[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2014, 29(7): 3414-3427.
[24] 张　兴，张崇巍. PWM 整流器及其控制[M]. 北京：机械工业出版社，2012：89-99.
ZHANG Xing, ZHANG Chongwei. PWM rectifier and its control[M]. Beijing, China: China Machine Press, 2012: 89-99.
[25] 阮　毅，陈伯时. 电力拖动自动控制系统−运动控制系统[M]. 4 版. 北京：机械工业出版社，2010：67-79.
RUAN Yi, CHEN Boshi. Control systems of electric drives-motion control systems[M]. 4th ed. Beijing, China: China Machine Press, 2010: 67-79.
[26] 胡寿松. 自动控制原理[M]. 5 版. 北京：科学出版社，2007：93-98.
HU Shousong. Automatic control theory[M]. 5th ed. Beijing, China: Science Press, 2007: 93-98.
[27] 瞿　博，吕征宇. 三相电压型 PWM 整流器小信号建模及其控制器设计[J]. 电工技术学报，2010，25(5)：103-108.
QU Bo, LÜ Zhengyu. Small-signal modeling and controller design of three-phase voltage source PWM rectifier[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2010, 25(5): 103-108.
[28] 贺诗明，熊　健，代大一，等. 三相电压型 PWM 整流器建模、控制及稳定性分析[J]. 电网技术，2019，43(6)：2049-2057.
HE Shiming, XIONG Jian, DAI Dayi, et al. Modeling, control and stability analysis of three-phase voltage source PWM rectifier[J]. Power System Technology, 2019, 43(6): 2049-2057.
[29] 郭　超，杨洪耕. 考虑弱电网下逆变器稳定性的 LCL 滤波器参数优化方法[J]. 电网技术，2018，42(3)：949-956.
GUO Chao, YANG Honggeng. Optimized LCL-filter design considering stability of grid-connected inverters in weak grid[J]. Power System Technology, 2018, 42(3): 949-956.
[30] 阮新波，王学华，潘冬华，等. LCL 型并网逆变器的控制技术[M]. 北京：科学出版社，2015：61-65.
RUAN Xinbo, WANG Xuehua, PAN Donghua, et al. Control techniques for LCL-type grid-connected inverters[M]. Beijing, China: Science Press, 2015: 61-65.



岳之双
1996—，男，硕士生
主要研究方向为电力电子变流器控制、稳定性分析等
E-mail: 1156349252@qq.com
YUE Zhishuang



田艳军(通信作者)
1986—，男，博士，副教授，IEEE Member，电工技术学会会员
主要研究方向为新能源发电、电力电子变流器串并联控制、变流器阻抗匹配特性研究及级联变流器等领域
E-mail: yti@ncepu.edu.cn
TIAN Yanjun
Ph.D.
Associate professor
Corresponding author

收稿日期　2022-05-06　修回日期　2022-10-20　　编辑　何秋萍

附录 A

图 A1 为 LCL 并网变流器控制系统，采用电压电流双环控制结构，双环均采用 PI 控制器。传感器采集网侧电网电压 e_{abc} 和网侧电感电流 i_{abc}。锁相环采用 d 轴定向，直流电压由 d 轴控制。

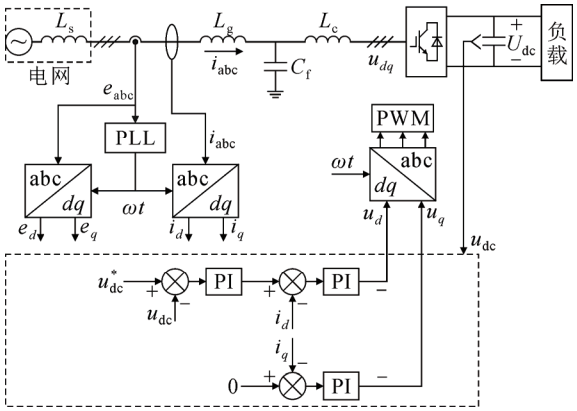


图 A1　LCL 变流器控制结构

Fig.A1　LCL grid-connected converter control structure

图 A1 中电流内环 PI 控制器传递函数 G_{C_PI} 为

$$G_{C_PI}=\frac{k_{ip}s+k_{ii}}{s} \tag{A1}$$

式中：k_{ip}、k_{ii} 为电流内环 PI 控制器的比例和积分系数。

图 A1 中外环 PI 控制器传递函数 G_{V_PI} 为

$$G_{V_PI}=\frac{k_{vp}s+k_{vi}}{s} \tag{A2}$$

式中：k_{vp}、k_{vi} 为电压外环 PI 控制器的比例和积分系数。

附录 B

列写 LCL 滤波器状态空间表达式，主要分析 d 轴控制，q 轴与 d 轴类似。由文中式(1)可列写 LCL 滤波器 d 轴状态空间表达式为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t}=\underbrace{\begin{bmatrix}0 & \frac{1}{L_c} & 0\\ -\frac{1}{C_f} & 0 & \frac{1}{C_f}\\ 0 & -\frac{1}{L_g} & 0\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{A}_d}\boldsymbol{x}+\underbrace{\begin{bmatrix}-\frac{1}{L_c}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{b}}u_d \tag{B1}$$

其中

$$\begin{cases}\boldsymbol{y}=[1\quad 0\quad 0]\boldsymbol{x}\\ \boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}i_d & u_{Cfd} & i_{cd}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{B2}$$

附录 C

表 C1　内环系统劳斯判据表

Table C1　Inner loop system Rouse criterion table

S^4	1	B	K_aZ_{PI}
S^3	A/r	K_a	0
S^2	$B-(r/A)K_a$	K_aZ_{PI}	
S^1	$\boldsymbol{K}_a-\frac{(\boldsymbol{A}^2/r^2)\boldsymbol{K}_aZ_{PI}}{(\boldsymbol{AB})/r-\boldsymbol{K}_a}$	0	
S^0	K_aZ_{PI}		