第 49 卷 第 2 期：672-689 高电压技术 Vol.49, No.2: 672-689
2023 年 2 月 28 日 High Voltage Engineering February 28, 2023
DOI: 10.13336/j.1003-6520.hve.20211715

有源配电网的供电能力曲线和消纳能力曲线

肖 峻[1]，王传奇[1]，鲍震宇[1]，佘步鑫[2]
（1. 天津大学智能电网教育部重点实验室，天津 300072;
2. 田纳西大学电气与计算机科学系，诺克斯韦尔 37996）

摘 要：为了完整刻画有源配电网在各种负荷/分布式发电(distributed generation，DG)分布下的能力极限，更好挖掘系统潜力，提出了有源配电网的供电能力曲线和消纳能力曲线。首先，介绍了无源配电网的安全域、安全边界和供电能力曲线。其次，给出了有源网安全域的直流潮流模型。有源网同时具有负荷增长和负荷削减的临界性，还具有 DG 增长和 DG 削减的临界性，定义了负荷上限/下限边界和 DG 上限/下限边界。针对直流潮流模型的不足，给出了边界点的电压校验及修正方法。然后，建立了供电能力曲线和消纳能力曲线模型。供电能力上限曲线刻画了有源网供应负荷的能力范围，即无源网的供电能力曲线；供电能力下限曲线刻画了优先 DG 消纳所需的最小负荷。消纳能力上限曲线刻画了有源网消纳 DG 的能力范围；消纳能力下限曲线刻画了优先保证负荷供电所需的最小 DG 出力。最后，采用简单算例和 IEEE 33 节点算例进行验证。观察发现供电能力曲线和消纳能力曲线具有不完全的对称性，揭示了其对偶性原理。通过与现有消纳能力计算方法对比，展示了曲线的应用价值。
关键词：有源配电网；负荷上限/下限边界；DG 上限/下限边界；供电能力曲线；消纳能力曲线；对偶性

Total Supply Capability Curve and Total Accommodation Capability Curve of Active Distribution Network

XIAO Jun[1], WANG Chuanqi[1], BAO Zhenyu[1], SHE Buxin[2]
(1. Key Laboratory of Smart Grid of Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
2. Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of Tennessee, Knoxville TN 37996, USA)

Abstract：This paper proposes total supply capability curve (TSC curve) and total accommodation capability curve (TAC curve), which can completely evaluate the capability of active distribution network (ADN) under various loads and distributed generation (DG) distributions, and guide the further exploitation of system potential. Firstly, the security region, security boundary and TSC curve of passive distribution network are introduced. Secondly, the DC power flow model of ADN security region is given. ADN has load growth and load reduction criticality, as well as DG growth and DG reduction criticality. Furthurmore, the upper/lower load boundary and the upper/lower DG boundary are defined. Aiming at the shortcomings of DC power flow model, the voltage verification and correction method of boundary points is given. Then, the models of TSC curves and TAC curves are established. The upper TSC curve describes the capability range of ADN to supply load, that is, the TSC curve of passive network. The lower TSC curve describes the load needed for the priority of DG accommodation. The upper TAC curve describes the capability range of ADN to accommodate DG; the lower TSC curve describes the DG needed for the priority of load supply. Finally, a simple case and IEEE 33-node test system are used to verify the concepts and models. It is found that the TSC and TAC curves are not completely symmetrical, and their duality principle is revealed in this paper. Compared with the existing calculation methods of accommodation capacity, the application values of curves are shown.
Key words：active distribution network; the upper/lower load boundary; the upper/lower DG boundary; total supply capability curve; total accommodation capability curve; duality

基金资助项目：国家自然科学基金(51877144)；国家重点研发计划(2016YFB0900100)。
Project supported by National Natural Science Foundation of China (51877144), National Key R&D Program of China (2016YFB0900100).

0　引言

配电网接入分布式发电(distributed generation，DG)后，将发展成为有源的主动配电网(active distribution network，ADN)[1]。ADN 有较高的灵活性[2]，既具备供电功能，实现电能分配[3-4]，又具备消纳功能，实现 DG 出力的就地消纳或者汇集外送[5]。正确认识和评估 ADN 负荷供电和消纳 DG 的能力对指导配电网规划，例如网架建设、DG 选址定容[6-8]等有重要意义。

无源配电网常用最大供电能力(total supply capability，TSC)[9]来衡量配电网带负荷的能力极限。文献[10]指出 TSC 只是某些特定负荷分布下能达到的最大供电能力，在实际中的很多负荷分布下无法达到，因而提出了基于直流潮流的供电能力曲线(TSC 曲线)的概念。TSC 曲线能完整刻画配电网的供电能力，曲线的最高点即 TSC。本文研究发现有源配电网也存在 TSC 曲线，但由于反向潮流且电压越限问题更为突出，呈现出新的安全性特征，与无源网 TSC 曲线还有所区别，因此本文拓展了 TSC 曲线模型，使其适用于有源配电网。

消纳 DG 是有源配电网的另一重要功能，已有学者针对消纳能力开展了研究。文献[11-12]采用最优潮流计算 DG 的最大出力，但单次求解的时间尺度较长，不适用于负荷波动大的场景；文献[13]基于电压灵敏度研究最大光伏接入容量，各负荷节点均按照统一负荷变化系数波动，与实际状况存在一定差异；文献[14]计及现状负荷与主动控制策略求解最大 DG 可接入容量；文献[15]进一步考虑了策略之间的配合，但最终求解的仍是单一负荷场景的消纳能力结果；文献[16]采用网络重构增加 DG 可接入容量；文献[17]探究通过降低网损来提高消纳能力；文献[18]提出通过跨省两级优化调度提高光伏接入容量；文献[19]提出了反映消纳能力的渗透率指标。

上述研究都试图找到有源配电网消纳 DG 的能力值，但都不能完整描述其消纳能力。本文发现消纳能力与供电能力一样，也不是一个值，而是一条曲线。因此，本文首先介绍了无源配电网的安全域、安全边界和供电能力曲线；其次建立了有源配电网的安全域、安全边界和供电/消纳能力曲线模型，针对直流潮流模型的不足，给出了边界点的电压校验及修正方法；最后采用简单算例和 IEEE 33 节点算例进行验证，与现有消纳能力计算方法对比，展示了曲线的应用价值。

1　研究背景

1.1　无源配电网安全域及安全边界

配电网安全域定义为状态空间中满足安全约束的所有工作点集合[20]。现有安全域和供电能力研究既有针对 N−1 安全准则(N−1 约束)的[21]，也有针对正常运行约束(N−0 约束)的[22]。例如文献[23-24]研究了 N−0 约束的供电能力和安全域。考虑到 N−0 相对 N−1 更为基础，因此本文针对 N−0 安全性进行研究。由于 10 kV 城市配电网馈线长度较短，网损与电压降较小，容量约束比电压约束更严格，因此安全域模型一般忽略电压约束[20]。

将无源配电网的 N−0 安全域记为 $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{LSN}}$，其数学模型见式(1)，式(2)为矩阵形式。

$$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{LSN}}=\left\{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}}=[S_{\mathrm{L}1},S_{\mathrm{L}2},\cdots,S_{\mathrm{L}n}]^{\mathrm{T}}\ \middle|\ \begin{array}{l}(1+r)(a_{11}S_{\mathrm{L}1}+\cdots+a_{1n}S_{\mathrm{L}n})\le c_1\\(1+r)(a_{21}S_{\mathrm{L}1}+\cdots+a_{2n}S_{\mathrm{L}n})\le c_2\\\quad\vdots\\(1+r)(a_{l1}S_{\mathrm{L}1}+\cdots+a_{ln}S_{\mathrm{L}n})\le c_l\\\quad\vdots\\(1+r)(a_{m1}S_{\mathrm{L}1}+\cdots+a_{mn}S_{\mathrm{L}n})\le c_m\end{array}\right\} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{LSN}}=\left\{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}}\ \middle|\ (1+r)\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}}\le\boldsymbol{c}\right\} \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}}$ 是工作点，为流出功率向量，$S_{\mathrm{L}n}$ 是第 n 个节点的流出功率；r 是网损系数，近似计及了网损，对安全边界点交流潮流计算后确定其大小；$\boldsymbol{A}$ 是安全约束系数矩阵，其任一元素 a_{ij} 表示第 j 个元素是否在第 i 组约束中，若在则 a_{ij} 取 1，若不在则 a_{ij} 取 0；c_l 是第 l 个元件的容量值，m 表示元件数；$\boldsymbol{c}$ 是由元件容量值构成的常向量；× 表示叉乘。本文所用术语与符号全部汇总到附录 A。

安全域存在边界，包括状态空间边界和安全边界。安全边界又分为严格边界和非严格边界[25]。严格边界具有严格临界性，即任一负荷增长都会违反安全约束。非严格边界不具备严格临界性，存在允许增长的负荷，电网尚未达到供电的极限状态，所以 TSC 曲线计算只采用严格安全边界[10,25]。

在文献[25]基础上，本文给出严格安全边界的数学判定方法。首先，定义矩阵算子 $\|\cdot\|^{1}$ 为

$$\|\boldsymbol{A}\|^{1}=\max_{j}\sum_{i=1}^{m}a_{ij} \tag{3}$$

式(3)的含义为将矩阵 $\boldsymbol{A}$ 每个列向量求和并取最大值。

其次，给出严格安全边界 $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}$ 模型：将式(1)部分约束取等，其余改为“<”，且等式约束需要覆盖所有变量，得到一个严格安全边界，见式(4)。式(4)相较于式(1)，各符号含义一致，但约束被重新编号，为与式(1)区分，相关符号增加上标“′”。

$$\boldsymbol{\beta}_j=\left\{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}}\left|\begin{array}{l}(1+r)(a'_{11}S_{\mathrm{L}1}+\cdots+a'_{1n}S_{\mathrm{L}n})=c'_1\\(1+r)(a'_{21}S_{\mathrm{L}1}+\cdots+a'_{2n}S_{\mathrm{L}n})=c'_2\\\quad\vdots\\(1+r)(a'_{l1}S_{\mathrm{L}1}+\cdots+a'_{ln}S_{\mathrm{L}n})=c'_l\\(1+r)(a'_{(l+1)1}S_{\mathrm{L}1}+\cdots+a'_{(l+1)n}S_{\mathrm{L}n})<c'_{l+1}\\(1+r)(a'_{(l+2)1}S_{\mathrm{L}1}+\cdots+a'_{(l+2)n}S_{\mathrm{L}n})<c'_{l+2}\\\quad\vdots\\(1+r)(a'_{m1}S_{\mathrm{L}1}+\cdots+a'_{mn}S_{\mathrm{L}n})<c'_m\\a'_{11}+a'_{21}+\cdots+a'_{l1}>0\\a'_{12}+a'_{22}+\cdots+a'_{l1}>0\\\quad\vdots\\a'_{1n}+a'_{2n}+\cdots+a'_{ln}>0\end{array}\right.\right\}\tag{4}$$

$$\boldsymbol{\beta}_j=\left\{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}}\left|\begin{array}{l}(1+r)\boldsymbol{A}_{\mathrm{e}}\times\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}}=\boldsymbol{c}_{\mathrm{e}}\\(1+r)\boldsymbol{A}_{\mathrm{ne}}\times\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}}<\boldsymbol{c}_{\mathrm{ne}}\\\left\|-\boldsymbol{A}_{\mathrm{e}}\right\|^{1}<0\end{array}\right.\right\}\tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{\beta}_j$ 表示第 j 个严格安全边界；$\boldsymbol{A}_{\mathrm{e}}$ 和 $\boldsymbol{c}_{\mathrm{e}}$ 分别表示取等约束的系数矩阵和常向量；$\boldsymbol{A}_{\mathrm{ne}}$ 和 $\boldsymbol{c}_{\mathrm{ne}}$ 分别表示不取等约束的系数矩阵和常向量；安全边界的严格临界性用判据 $\left\|-\boldsymbol{A}_{\mathrm{e}}\right\|^{1}<0$ 表示。

1.2 无源配电网供电能力曲线

供电能力曲线(TSC curve，C_{TSC})描述了配电网严格安全边界上的负荷供应分布[10]，见式(6)。

$$C_{\mathrm{TSC}}=\left\{(i,V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}})\left|\begin{array}{l}V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}}\le V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}(i+1)}}\\\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}\\i\in\{1,2,3,\cdots\}\end{array}\right.\right\}\tag{6}$$

式中：$(i,V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}})$ 表示 TSC 曲线点；i 表示曲线点编号，即 TSC 曲线横坐标；$V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}}$ 表示第 i 个工作点 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}$ 的负荷之和，即 TSC 曲线纵坐标。

式(6)的 TSC 曲线全称为 TSC 排序曲线[10]，曲线横坐标是序号，不具有物理意义，但曲线能够很好地体现供电能力范围和变化幅度[10,24,26-28]。此外，TSC 曲线还存在其他形式，文献[29]研究配电网接线模式时，绘制了以某个物理量为横坐标的 TSC 曲线，以便观察供电能力随该物理量变化的规律。本文主要采用了更成熟的排序曲线，对其他形式曲线也做了初步探索。

TSC 曲线绘制时采用采样的方法[10]，这是因为曲线理论上具有无穷多点，通过采样可以生成有限个能代表完整曲线的点。后续消纳能力曲线的绘制也沿用了文献[10]的采样方法。采样步长对曲线点以及曲线的影响分析见附录 B。

2 有源配电网的安全域与安全边界

2.1 有源配电网安全域模型

类似于无源配电网，有源配电网的 N−0 安全域模型 $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ADN}}$ [20]可用式(7)表示，式(8)为矩阵形式。

$$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ADN}}=\left\{\boldsymbol{W}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}}\\\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}[S_{\mathrm{L}1},S_{\mathrm{L}2},\cdots,S_{\mathrm{L}n}]^{\mathrm{T}}\\[S_{\mathrm{DG}1},S_{\mathrm{DG}2},\cdots,S_{\mathrm{DG}h}]^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\left|\begin{array}{l}-c_1\le(1+r)(a_{11}S_{\mathrm{L}1}+\cdots+a_{1n}S_{\mathrm{L}n}+\\\qquad a_{1(n+1)}S_{\mathrm{DG}1}+\cdots+a_{1(n+h)}S_{\mathrm{DG}h})\le c_1\\-c_2\le(1+r)(a_{21}S_{\mathrm{L}1}+\cdots+a_{2n}S_{\mathrm{L}n}+\\\qquad a_{2(n+1)}S_{\mathrm{DG}1}+\cdots+a_{2(n+h)}S_{\mathrm{DG}h})\le c_2\\\qquad\vdots\\-c_m\le(1+r)(a_{m1}S_{\mathrm{L}1}+\cdots+a_{mn}S_{\mathrm{L}n}+\\\qquad a_{m(n+1)}S_{\mathrm{DG}1}+\cdots+a_{m(n+h)}S_{\mathrm{DG}h})\le c_m\end{array}\right.\right\}\tag{7}$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ADN}}=\left\{\boldsymbol{W}\left|-\boldsymbol{c}\le(1+r)\left[\boldsymbol{A}_{\mathrm{L}},\boldsymbol{A}_{\mathrm{DG}}\right]\times\boldsymbol{W}\le\boldsymbol{c}\right.\right\}\tag{8}$$

有源网与无源网安全域上的区别有：

1）$\boldsymbol{W}$ 除负荷节点 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}}$ 外，还包括 DG 节点 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}}$；$S_{\mathrm{DG}h}$ 是第 h 个 DG 节点的注入功率；$\boldsymbol{A}_{\mathrm{L}}$ 是负荷系数矩阵；$\boldsymbol{A}_{\mathrm{DG}}$ 是 DG 系数矩阵。

2）安全约束不但包含正向潮流约束，还包含反向潮流约束，即式(7)和式(8)的左侧约束。

3）增加了新的计算条件：需要已知负荷和 DG 在馈线中的位置、数量以及容量上限，但无需知道负荷和 DG 的变化曲线和概率分布。

2.2 负荷上限边界和下限边界

有源配电网的临界性与无源网的区别在于：除负荷增长临界性外，还具有负荷削减临界性。

1）负荷增长的严格临界性：任一负荷增加都不满足安全约束。借鉴文献[25]，给出数学定义如下：

已知 $\boldsymbol{W}_i=[S_{\mathrm{L}1},\cdots,S_{\mathrm{L}n},\cdots,\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}]\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ADN}}$，第 n 个负荷增长，其他负荷和 DG 出力不变，形成新的工作点 $\boldsymbol{W}'_i=[S_{\mathrm{L}1},\cdots,S_{\mathrm{L}n}+\varepsilon,\cdots,\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}]$。若对 $\forall n\in\{1,2,3,\cdots\}$ 和 $\lim\varepsilon\to0^+$，有 $\boldsymbol{W}'_i\notin\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ADN}}$，则 $\boldsymbol{W}_i$ 具有负荷增长临界性，$\boldsymbol{W}_i$ 所在边界称为负荷上限边界，记为 $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{L}^+}$。

将式(8)部分正向潮流约束取等，且覆盖所有负荷变量，可得到一个负荷上限边界，见式(9)。

$$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{L}^+,j}=\left\{\boldsymbol{W}\left|\begin{array}{l}(1+r)\left[\boldsymbol{A}_{\mathrm{Le}},\boldsymbol{A}_{\mathrm{DGe}}\right]\times\boldsymbol{W}=\boldsymbol{c}_{\mathrm{e}}\\-\boldsymbol{c}_{\mathrm{ne}}\le(1+r)\left[\boldsymbol{A}_{\mathrm{Lne}},\boldsymbol{A}_{\mathrm{DGne}}\right]\times\boldsymbol{W}<\boldsymbol{c}_{\mathrm{ne}}\\\left\|-\boldsymbol{A}_{\mathrm{Le}}\right\|^{1}<0\end{array}\right.\right\}\tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{L}^+,j}$ 表示第 j 个负荷上限边界；$\boldsymbol{A}_{\mathrm{Le}}$ 和 $\boldsymbol{A}_{\mathrm{DGe}}$ 分别为取等约束的负荷系数矩阵和 DG 系数矩阵；$\boldsymbol{A}_{\mathrm{Lne}}$ 和 $\boldsymbol{A}_{\mathrm{DGne}}$ 分别为不取等约束的负荷系数矩阵和 DG 系数矩阵。

2）负荷削减的严格临界性：任一负荷削减都会不满足安全约束，其数学定义如下：

已知 $\boldsymbol{W}_i=[S_{\mathrm{L}1},\cdots,S_{\mathrm{L}n},\cdots,\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}]\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ADN}}$，第 n 个负荷削减，其他负荷和 DG 出力不变，形成新的工作点 $\boldsymbol{W}_i'=[S_{\mathrm{L}1},\cdots,S_{\mathrm{L}n}-\varepsilon,\cdots,\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}]$。若对 $\forall n\in\{1,2,3,\cdots\}$ 和 $\lim\varepsilon\to0^+$，有 $\boldsymbol{W}_i'\notin\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ADN}}$，则 $\boldsymbol{W}_i$ 具有负荷削减临界性，$\boldsymbol{W}_i$ 所在边界为负荷下限边界，记为 $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{L}^-}$。

同理，将式(8)部分反向潮流约束取等且覆盖所有负荷变量，可得一个负荷下限边界，见式(10)。

$$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{L}^-,j}=\left\{\boldsymbol{W}\left|\begin{array}{l}-\boldsymbol{c}_{\mathrm{e}}=(1+r)\left[\boldsymbol{A}_{\mathrm{Le}},\boldsymbol{A}_{\mathrm{DGe}}\right]\times\boldsymbol{W}\\-\boldsymbol{c}_{\mathrm{ne}}<(1+r)\left[\boldsymbol{A}_{\mathrm{Lne}},\boldsymbol{A}_{\mathrm{DGne}}\right]\times\boldsymbol{W}\le\boldsymbol{c}_{\mathrm{ne}}\\\left\|-\boldsymbol{A}_{\mathrm{Le}}\right\|^{1}<0\end{array}\right.\right\}\tag{10}$$

式中 $\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{L}^-,j}$ 表示第 j 个负荷下限边界。

负荷削减临界性是有源网的独有特性，产生原因是：DG 接入使节点和支路潮流出现反向特征，负荷削减使反向潮流增加，造成反向潮流越限。

式(9)和式(10)中的负荷增加和削减的严格临界性判据均为 $\left\|-\boldsymbol{A}_{\mathrm{Le}}\right\|^{1}<0$，数学证明见附录 C。

2.3　DG 上限边界和 DG 下限边界

与负荷变化的临界性类似，DG 出力的变化也产生临界性，这是有源配电网特有的临界性质。

1）DG 增长的严格临界性：任一 DG 增加出力都会不满足安全约束。其数学定义如下：

已知 $\boldsymbol{W}_i=[\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i},S_{\mathrm{DG}1},\cdots,S_{\mathrm{DG}h},\cdots]\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ADN}}$，第 h 个 DG 出力增加，负荷和其他 DG 不变，形成新的工作点 $\boldsymbol{W}_i^{'}=[\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i},S_{\mathrm{DG}1},\cdots,S_{\mathrm{DG}h}+\varepsilon,\cdots]$，若 $\forall h\in\{1,2,3,\cdots\}$ 和 $\lim\varepsilon\to0^-$，有 $\boldsymbol{W}_i{}'\notin\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ADN}}$，则 $\boldsymbol{W}_i$ 具备 DG 增长严格临界性，$\boldsymbol{W}_i$ 所在边界为 DG 上限边界，记为 $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{DG}^+}$。

DG 出力增长会增加反向潮流，因此将式(8)的部分反向潮流约束取等，且覆盖所有 DG 变量，得到一个严格的 DG 上限边界，见式(11)。

$$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{DG}^+,j}=\left\{\boldsymbol{W}\left|\begin{array}{l}-\boldsymbol{c}_{\mathrm{e}}=(1+r)\left[\boldsymbol{A}_{\mathrm{Le}},\boldsymbol{A}_{\mathrm{DGe}}\right]\times\boldsymbol{W}\\-\boldsymbol{c}_{\mathrm{ne}}<(1+r)\left[\boldsymbol{A}_{\mathrm{Lne}},\boldsymbol{A}_{\mathrm{DGne}}\right]\times\boldsymbol{W}\le\boldsymbol{c}_{\mathrm{ne}}\\\left\|-\boldsymbol{A}_{\mathrm{DGe}}\right\|^{1}<0\end{array}\right.\right\}\tag{11}$$

式中 $\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{DG}^+,j}$ 表示第 j 个 DG 上限边界。

2）DG 削减的严格临界性：任一 DG 削减出力都会不满足安全约束。其数学定义如下：

已知 $\boldsymbol{W}_i=[\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i},S_{\mathrm{DG}1},\cdots,S_{\mathrm{DG}h},\cdots]\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ADN}}$，第 h 个 DG 出力削减，负荷和其他 DG 不变，形成新工作点 $\boldsymbol{W}_i'=[\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i},S_{\mathrm{DG}1},\cdots,S_{\mathrm{DG}h}+\varepsilon,\cdots]$，若 $\forall h\in\{1,2,3,\cdots\}$ 和 $\lim\varepsilon\to0^-$，有 $\boldsymbol{W}_i'\notin\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ADN}}$，则 $\boldsymbol{W}_i$ 具备 DG 削减严格临界性，$\boldsymbol{W}_i$ 所在边界为 DG 下限边界，记为 $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{DG}^-}$。

DG 出力削减会增加正向潮流，因此将式(8)的部分正向潮流约束取等，且覆盖所有 DG 变量，得到一个严格的 DG 下限边界，见式(12)。

$$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{DG}^-,j}=\left\{\boldsymbol{W}\left|\begin{array}{l}(1+r)\left[\boldsymbol{A}_{\mathrm{Le}},\boldsymbol{A}_{\mathrm{DGe}}\right]\times\boldsymbol{W}=\boldsymbol{c}_{\mathrm{e}}\\-\boldsymbol{c}_{\mathrm{ne}}\le(1+r)\left[\boldsymbol{A}_{\mathrm{Lne}},\boldsymbol{A}_{\mathrm{DGne}}\right]\times\boldsymbol{W}<\boldsymbol{c}_{\mathrm{ne}}\\\left\|-\boldsymbol{A}_{\mathrm{DGe}}\right\|^{1}<0\end{array}\right.\right\}\tag{12}$$

式中 $\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{DG}^-,j}$ 表示第 j 个 DG 下限边界。

2.4　边界点的电压约束校验及修正

上述严格边界模型都基于式(7)直流潮流模型得到，忽略了电压越限问题。相较于传统无源配电网，有源配电网的电压越限问题更突出，因此有必要校验边界点是否存在电压越限，并进行修正以得到满足电压约束的边界点集合。利用修正后的边界点集合绘制 TSC 曲线和 TAC 曲线，能很好地解决 DG 接入后直流模型忽略电压的问题。

为快速校验众多边界点，利用辐射状配电网特点，采用文献[30]方法计算节点电压偏移。各节点电压偏移见式(13)，约束条件见式(14)。满足式(14)的边界点保留，不满足的删去。

$$\Delta\boldsymbol{U}=\boldsymbol{A}_{\mathrm{u}}\times\boldsymbol{W}\tag{13}$$

$$\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{GB}}^{-}\le\boldsymbol{A}_{\mathrm{u}}\times\boldsymbol{W}\le\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{GB}}^{+}\tag{14}$$

式中：$\Delta\boldsymbol{U}$ 为节点电压偏移向量；$\boldsymbol{A}_{\mathrm{u}}$ 为系数矩阵，详见附录 D；$\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{GB}}^{-}$ 和 $\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{GB}}^{+}$ 分别为电压下/上偏移国标值，对于 10 kV 配电网，分别取–7%和 7%[31]。

3　有源配电网的供电消纳能力曲线

3.1　供电能力上限曲线和下限曲线

有源配电网的 TSC 曲线与无源网的区别在于

分为了上限曲线和下限曲线。负荷上限边界形成上限曲线；负荷下限边界形成下限曲线。

1）TSC 上限曲线，记为 C_{TSC}^{+}。

以边界点编号为横坐标、边界点负荷之和为纵坐标，从小到大排序绘制曲线，数学模型见式(15)。

$$C_{\mathrm{TSC}}^{+}=\left\{\left(i,V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}}\right)\middle|\begin{array}{l}V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}}\le V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}(i+1)}}\\ \boldsymbol{W}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}\\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}\end{bmatrix}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{L}^+}\\ \Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{GB}}^{-}\le\boldsymbol{A}_{\mathrm{u}}\boldsymbol{W}_i\le\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{GB}}^{+}\\ i\in\{1,2,3,\cdots\}\end{array}\right\}\tag{15}$$

式中 $V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}}$ 表示计算第 i 个边界点 $\boldsymbol{W}_i$ 的负荷之和。

TSC 上限曲线刻画了有源配电网在各种负荷/DG 分布下的负荷供应能力，其含义与无源网的 TSC 曲线一致。

2）TSC 下限曲线，记为 C_{TSC}^{-}。

以边界点编号为横坐标、边界点负荷之和为纵坐标，从小到大排序绘制曲线，数学模型见式(16)。

$$C_{\mathrm{TSC}}^{-}=\left\{\left(i,V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}}\right)\middle|\begin{array}{l}V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}}\le V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}(i+1)}}\\ \boldsymbol{W}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}\\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}\end{bmatrix}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{L}^-}\\ \Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{GB}}^{-}\le\boldsymbol{A}_{\mathrm{u}}\boldsymbol{W}_i\le\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{GB}}^{+}\\ i\in\{1,2,3,\cdots\}\end{array}\right\}\tag{16}$$

TSC 下限曲线刻画了有源配电网优先保证 DG 消纳所需的负荷大小。当 DG 出力过大违反安全约束时，为保证安全性，需要负荷来平衡部分 DG 出力，这部分负荷构成了 TSC 下限曲线。因此，只有当总 DG 出力大于馈线容量时，TSC 下限曲线才会出现。该曲线对于城市配电网没有意义，对于大量接入 DG 以消纳为主的乡村配网具有意义。

3.2 上限供电能力与下限供电能力

TSC 曲线每个点都表示一种负荷/DG 分布下的供电能力，曲线最高/最低点反映了供电能力极值。

定义 TSC 上限曲线最高点为上限曲线最大供电能力，记为 $L_{\mathrm{TSC,max}}^{+}$，即最大供电能力，其模型见式(17)，其含义是电网最理想情况下能供应的负荷。

$$\begin{cases}L_{\mathrm{TSC,max}}^{+}=\max(V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}})\\ \text{s.t. }\boldsymbol{W}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}\\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}\end{bmatrix}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{L}^+}\end{cases}\tag{17}$$

定义 TSC 上限曲线的最低点为上限曲线最小供电能力，记为 $L_{\mathrm{TSC,min}}^{+}$，简称最小供电能力，其含义是电网最不理想情况下能供应的负荷。定义 TSC 上限曲线所有工作点的平均值为上限曲线平均供电能力，记为 $L_{\mathrm{TSC,avg}}^{+}$，其含义是电网的平均供电能力。

TSC 下限曲线的最高点为下限曲线最大供电能力，记为 $L_{\mathrm{TSC,max}}^{-}$，其含义是 DG 最大出力下保证电网安全需要的负荷功率；TSC 下限曲线的最低点为下限曲线最小供电能力，记为 $L_{\mathrm{TSC,min}}^{-}$，其含义是 DG 最小出力下保证电网安全需要的负荷功率；定义 TSC 下限曲线所有工作点的平均值为下限曲线平均供电能力，记为 $L_{\mathrm{TSC,avg}}^{-}$，其含义是保证电网安全平均需要的支撑负荷。

3.3 消纳能力上限曲线和下限曲线

除供应负荷外，消纳 DG 是有源配电网的另一重要能力。DG 增长/削减临界性反映了有源配电网消纳 DG 时的临界状态，边界点的总 DG 出力构成了消纳能力曲线(TAC curve，C_{TAC})，本文简称为 TAC 曲线。DG 上限边界形成 TAC 上限曲线；DG 下限边界形成 TAC 下限曲线。

1）TAC 上限曲线，记为 C_{TAC}^{+}。

以边界点编号为横坐标、边界点 DG 出力之和为纵坐标，从大到小排序(由于值为负)绘制曲线，数学模型见式(18)。

$$C_{\mathrm{TAC}}^{+}=\left\{\left(i,V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}}\right)\middle|\begin{array}{l}V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}}\ge V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}(i+1)}}\\ \boldsymbol{W}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}\\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}\end{bmatrix}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{DG}^+}\\ \Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{GB}}^{-}\le\boldsymbol{A}_{\mathrm{u}}\boldsymbol{W}_i\le\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{GB}}^{+}\\ i\in\{1,2,3,\cdots\}\end{array}\right\}\tag{18}$$

式中 $V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}}$ 为计算第 i 个边界点 $\boldsymbol{W}_i$ 的 DG 出力之和。

TAC 上限曲线刻画了有源网在各种负荷/DG 分布下的 DG 消纳能力，即允许的最大 DG 出力。

2）TAC 下限曲线，记为 C_{TAC}^{-}。

边界点编号为横坐标、边界点 DG 出力之和为纵坐标，从大到小排序绘制曲线，数学模型为

$$C_{\mathrm{TAC}}^{-}=\left\{\left(i,V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}}\right)\middle|\begin{array}{l}V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}}\ge V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}(i+1)}}\\ \boldsymbol{W}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}\\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}\end{bmatrix}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{DG}^-}\\ \Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{GB}}^{-}\le\boldsymbol{A}_{\mathrm{u}}\boldsymbol{W}_i\le\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{GB}}^{+}\\ i\in\{1,2,3,\cdots\}\end{array}\right\}\tag{19}$$

TAC 下限曲线刻画了有源配电网优先保证负荷供应所需的 DG 支持功率。当电网所带负荷超出上级电网能传输的功率上限时，需要 DG 进行功率支持，这部分 DG 出力构成了 TAC 下限曲线。因此，只有当总负荷大于馈线容量时，TAC 下限曲线才会出现。该曲线对于装接配变容量过大且接入一定量 DG 的馈线具有意义，能依据负荷需求提出对 DG 出力的要求。

还需指出，上述建模时未考虑不可控 DG 的波动特性，但不会影响 TAC 曲线的结果，这是因为模型考虑了 DG 出力变化的区间，即波动范围。

3.4　上限消纳能力与下限消纳能力

消纳能力曲线每个点表示一种负荷/DG 分布下的消纳能力，最高/最低点反映消纳能力的极值。

定义 TAC 上限曲线最高点为上限曲线最大消纳能力，记为 $G^{+}_{\mathrm{TAC,max}}$，简称最大消纳能力，模型见式(20)，含义是最理想情况能消纳的 DG 出力。

$$\begin{cases} G^{+}_{\mathrm{TAC,max}} = \min(V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}}) \\ \text{s.t. } \boldsymbol{W}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i} \\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i} \end{bmatrix} \in \boldsymbol{\Omega}^{\mathrm{DG}^{+}}_{\mathrm{st}} \end{cases} \tag{20}$$

由于本文消纳能力值取负，因此式(20)中采用“min”函数。

此外，定义 TAC 上限曲线最低点为上限曲线最小消纳能力，记为 $G^{+}_{\mathrm{TAC,min}}$，简称最小消纳能力，其含义是电网最不理想情况下能消纳的 DG 出力；TAC 上限曲线所有工作点的平均值为上限曲线平均消纳能力，记为 $G^{+}_{\mathrm{TAC,avg}}$，其含义是电网平均消纳能力。

TAC 下限曲线的最高点为下限曲线最大消纳能力，记为 $G^{-}_{\mathrm{TAC,max}}$，其含义是最大负荷供应下保证电网安全需要的 DG 出力；TAC 下限曲线最低点为下限曲线最小消纳能力，记为 $G^{-}_{\mathrm{TAC,min}}$，其含义是最小负荷供应下保证电网安全需要的 DG 出力；TAC 下限曲线所有工作点的平均值为下限曲线平均消纳能力，记为 $G^{-}_{\mathrm{TAC,avg}}$，其含义是保证电网安全平均需要的 DG 支撑功率。

综上可知，要完整描述有源配电网的供电能力和消纳能力，需要 TSC 上限曲线、TSC 下限曲线、TAC 上限曲线、TAC 下限曲线共 4 条曲线，这些曲线还蕴含有一系列指标，总结后见附录 E。

4　算例分析

本文选择 10 kV 城市配电网作为研究对象。首先用简单算例绘制了 TSC/TAC 曲线并揭示了对偶性原理，其次基于 IEEE 33 节点算例用本文方法与现有方法进行了比较。

4.1　算例概况

简单算例如图 1 所示，场景 1 的 DG 接入位置靠近线路末端，场景 2 的 DG 接入位置靠近电源端。场景 2 用于 4.3 节研究 TSC 和 TAC 的对偶性。

设该算例的基准电压为 10 kV，基准功率为 10 MVA。馈线容量设为 1.00(p.u.)，单位长度阻抗值为 0.09+j0.08 Ω/km，每条馈线段长度均为 1.5 km；单个负荷节点的功率范围为[0, 1.00]，功率因数为 0.85；单个 DG 节点的功率范围为[–1.00, 0]，功率因数为 0.90。网损系数 r 取 2%。

4.2　TSC/TAC 曲线计算

4.2.1　边界点

以场景 1 为例展示计算结果。场景 1 的安全域表达式见式(21)，表示支路 B_1—B_4 的容量约束。

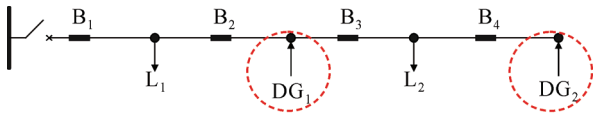
$$\begin{cases} -1 \le (1+r)(S_{\mathrm{L1}} + S_{\mathrm{L2}} + S_{\mathrm{DG1}} + S_{\mathrm{DG2}}) \le 1 \\ -1 \le (1+r)(S_{\mathrm{L2}} + S_{\mathrm{DG1}} + S_{\mathrm{DG2}}) \le 1 \\ -1 \le (1+r)(S_{\mathrm{L2}} + S_{\mathrm{DG2}}) \le 1 \\ -1 \le (1+r)S_{\mathrm{DG2}} \le 1 \end{cases} \tag{21}$$

首先，利用文献[10]方法采样，采样步长为 0.02(p.u.)。式(9)、(10)用于判定是否满足负荷增长/削减临界性，若满足则分别为负荷上限/下限边界点；式(11)、(12)用于判定是否满足 DG 增长/削减临界性，若满足则分别为 DG 上限/下限边界点。

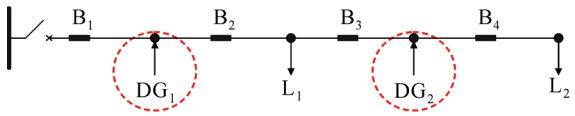
然后，对采样得到的边界点进行电压校验和修正。用式(13)计算各边界点的电压偏移。所有边界点及最大电压偏移数据见附录 F。该算例所有边界点均满足[–7%, 7%]的电压约束，无需删除。

该算例的边界点汇总结果见表 1。

为验证所得边界点的正确性，以表 1 的 DG 上限边界中[0.64, 0.42, –0.58, –0.82]为例校验临界性。将该点数据代入式(21)，支路 B_2 左侧约束取等，其



(a) 场景1(DG靠后)



(b) 场景2(DG靠前)

图 1　简单算例

Fig.1　Simple case

表 1　场景 1 的边界点

Table 1　Boundary point of case 1

边界	边界点数	边界点举例([S_{L1}, S_{L2}, S_{DG1}, S_{DG2}])
负荷上限边界	24 747	[0.84, 0.58, –0.34, –0.10]
负荷下限边界	2549	[0, 0.38, –0.64, –0.72]
DG 上限边界	67 575	[0.64, 0.42, –0.58, –0.82]
DG 下限边界	25 971	[0.82, 0.72, –0.12, –0.44]

他约束不取等，得到式(22)所示边界。

$$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{DG}^+}=\left\{\boldsymbol{W}\left|\begin{array}{l}-1=(1+r)(S_{\mathrm{L2}}+S_{\mathrm{DG1}}+S_{\mathrm{DG2}})\\-1<(1+r)(S_{\mathrm{L1}}+S_{\mathrm{L2}}+S_{\mathrm{DG1}}+S_{\mathrm{DG2}})\le 1\\-1<(1+r)(S_{\mathrm{L2}}+S_{\mathrm{DG2}})\le 1\\-1<(1+r)S_{\mathrm{DG2}}\le 1\end{array}\right.\right\} \tag{22}$$

式(22)的等式约束覆盖了所有 DG 变量，满足 DG 增长严格临界性，即 DG1 和 DG2 的任一出力增加都会使支路 B_2 反向潮流越限。

4.2.2 TSC/TAC 曲线

排序边界点绘制各曲线。各曲线采样点数不同，为便于比较，沿用文献[10]方法，将所有曲线采样点编号扩大到和采样点数最多的曲线相当，绘制在同一坐标系内，如图 2 所示。

从图 2 看出：

1）有源配电网的能力曲线有 4 条：TSC 上限曲线(○)、TSC 下限曲线(●)、TAC 上限曲线(▲)和 TAC 下限曲线(△)。

2）横轴上方是供电区，下方是消纳区，曲线是供电/消纳区域之间的“临界线”。分为供电安全区、消纳安全区以及 4 个越界区。上限越界区为负荷/DG 过大造成正向/反向潮流越界，下限越界区较特殊：供电下限越界区的负荷过小不足以支持 DG 消纳，为反向潮流越界；消纳下限越界区的 DG 过小不足以支持负荷供电，为正向潮流越界。

3）2 条下限曲线(●、△)具有相同的趋势特征：开始水平等于 0，之后逐渐抬升。TSC 下限曲线等于 0 表明电网运行在纯集电状态，抬升表明 DG 出力超过馈线容量，需要负荷平衡部分 DG 出力来保证电网安全；TAC 下限曲线等于 0 表明电网运行在纯供电状态，抬升表明负荷超过馈线容量，需要 DG 出力平衡部分负荷来保证电网安全。

图 2 为以横坐标为序号的曲线，本文也探索了以物理量作为横坐标的曲线，见附录 G。

4.2.3 TSC/TAC 指标

场景 1 的供电/消纳能力指标结果见表 2。

4.3 TSC 与 TAC 的对偶性

4.3.1 TSC 与 TAC 曲线的对称性

由图 2 可知，同一配电网的 TSC 曲线和 TAC 曲线并非完全对称，即 TSC 曲线沿横轴翻转后与 TAC 曲线不完全重合，这与人们的常识不同。本文分析发现，这是因为 DG 与负荷相对于电源的位置不同，应选取场景 2 对比，其 DG 相对电源位置与场景 1 负荷相对电源的位置相同，对比结果见图 3。

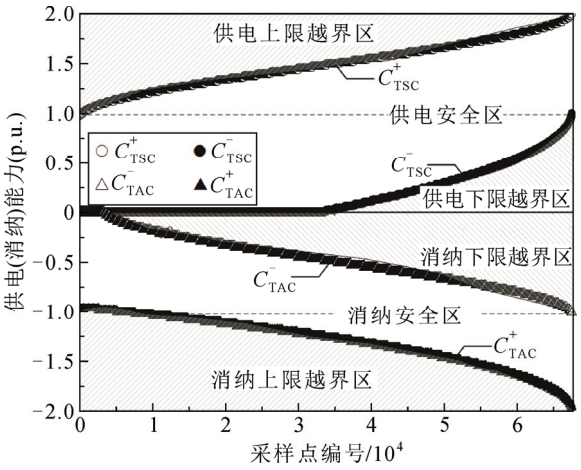


图 2 场景 1 的 TSC/TAC 曲线

Fig.2 TSC/TAC curves of case 1

表 2 场景 1 的 TSC/TAC 指标

Table 2 TSC/TAC indices of case 1

供电能力指标	取值(p.u.)	消纳能力指标	取值(p.u.)
$L^+_{\mathrm{TSC,max}}$	2.00	$G^+_{\mathrm{TAC,max}}$	−1.98
$L^+_{\mathrm{TSC,min}}$	0.98	$G^+_{\mathrm{TAC,min}}$	−0.98
$L^+_{\mathrm{TSC,avg}}$	1.49	$G^+_{\mathrm{TAC,avg}}$	−1.31
$L^-_{\mathrm{TSC,max}}$	1.00	$G^-_{\mathrm{TAC,max}}$	−1.02
$L^-_{\mathrm{TSC,min}}$	0	$G^-_{\mathrm{TAC,min}}$	0
$L^-_{\mathrm{TSC,avg}}$	0.17	$G^-_{\mathrm{TAC,avg}}$	−0.49

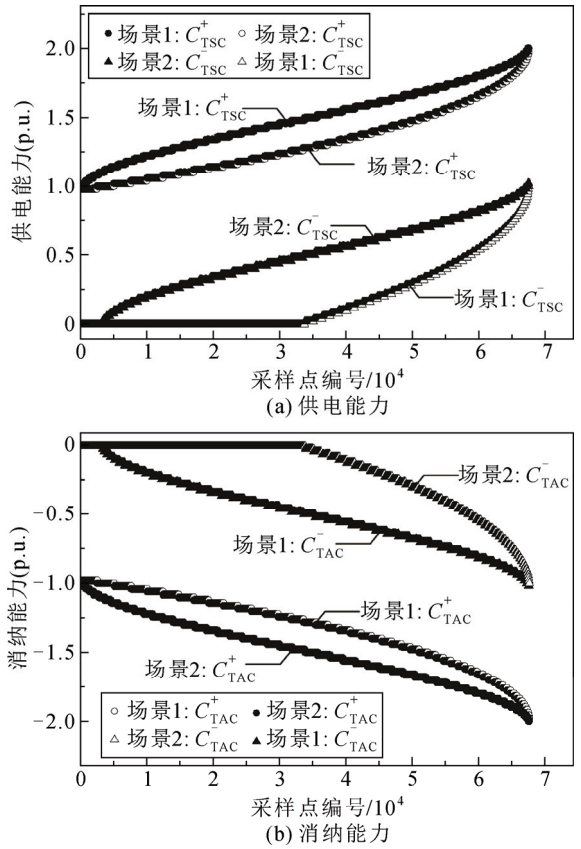


图 3 场景 1 和场景 2 的 TSC/TAC 曲线

Fig.3 TSC/TAC curves of case 1 and case 2

由图 3 可知，TSC 曲线和 TAC 曲线完全关于横轴对称，这表明有源网的供电能力和消纳能力是对偶的：每一个 TSC 曲线点，有唯一的 TAC 曲线点与之对应，且同位置节点的功率大小相等，功率方向相反，总负荷与总 DG 出力互为相反数。曲线对称与供电/消纳能力的对偶见表 3。

由表 3 可知，TSC 曲线总是和 TAC 曲线对称，表明供电能力和消纳能力是对偶的。例如第 1 组，场景 1 的 TSC 上限曲线和场景 2 的 TAC 上限曲线对称，说明场景 1 的供电能力和场景 2 的消纳能力是对偶的。

4.3.2　对偶性的原理解释

首先，电网的功能是对偶的。供电是将功率从上级电网传输至馈线端，而集电是将功率从馈线端传输至上级电网。

其次，人们观测电网的视角也是对偶的。

1）供电功能视角：当电网被用作供电功能时，负荷被看作“客户”，DG 被看作“服务者”，观测得到电网的供电能力曲线。

2）集电功能视角：当配电网被用作集电功能时，DG 被看作“客户”，负荷被当作“服务者”，观测得到电网的消纳能力曲线。

最后，当供电视角和集电视角的客户与服务者位置相同时，对于供电视角的每个供电能力曲线工作点，集电视角都有唯一的消纳能力曲线工作点与之对应。此时，相同位置的“客户”、“服务者”功率大小相同，数值上互为相反数，供电能力和消纳能力呈现对偶性。由所有工作点构成的 TSC 曲线和 TAC 曲线也将关于横轴对称。附录 H 结合算例进一步解释了这种对偶性。

4.4　IEEE 33 节点算例

算例电网结构见图 4。馈线容量为 10 MVA，每条支路长度为 0.25 km，最长路径(节点 0—17 之间)为 4.25 km。网损系数 r 为 2%；DG 节点的功率范围为[–10.00, 0] MVA，功率因数为 0.9；归并相邻 DG 节点间负荷有形成 3 个虚拟负荷节点，负荷节点的功率范围为[0, 10.00] MVA。馈线首端电压为 1.0(p.u.)；电压偏移允许范围为[0.93, 1.07](p.u.)，基准功率为 10 MVA，基准电压为 12.66 kV。

取采样步长为 0.5 MVA，各边界的采样结果及电压校验见表 4。在表 4 中，满足电压约束的边界点均不存在电压越界，以负荷上限边界点[2.5，5.5，8.5，−2.5，−2.0，−2.0]为例，其电压偏移最大值为

表 3　曲线的对称性与供电能力/消纳能力的对偶性

Table 3　Symmetry of curves and duality of supply/accommodation capability

编号	曲线的对称性	供电能力/消纳能力的对偶性
1	场景 1：C^{+}_{TSC} (●)	场景 1 供电能力上限
	场景 2：C^{+}_{TAC} (●)	场景 2 消纳能力上限
2	场景 1：C^{-}_{TSC} (△)	场景 1 供电能力下限
	场景 2：C^{-}_{TAC} (△)	场景 2 消纳能力下限
3	场景 1：C^{+}_{TAC} (○)	场景 1 消纳能力上限
	场景 2：C^{+}_{TSC} (○)	场景 2 供电能力上限
4	场景 1：C^{-}_{TAC} (▲)	场景 1 消纳能力下限
	场景 2：C^{-}_{TSC} (▲)	场景 2 供电能力下限

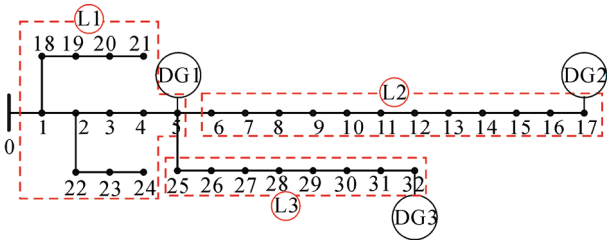


图 4　IEEE 33 节点算例

Fig.4　IEEE 33-node distribution test system

表 4　IEEE33 的采样结果和电压校验

Table 4　Sampling and verification results of IEEE 33

边界	采样点数	电压校验修正	
		满足电压约束	不满足电压约束
负荷上限边界	966 735	745 934	220 801
负荷下限边界	93 015	2989	90 026
DG 上限边界	1 920 996	85 802	1 835 194
DG 下限边界	968 274	747 295	220 979

–6.33%，未越界。不满足电压约束的边界点，则存在电压越界，例如边界点[4.5，9.0，3.0，−2.5，−0.5，−3.5]，节点 17 的电压偏移为−8.07%。电压校验的更详细数据见附录 I。

依据表 4 修正，删除不满足电压约束的边界点后，绘制 TSC/TAC 曲线，见图 5，相关指标见表 5。

4.5　与现有方法比较

文献[15]基于交流潮流优化方法计算 AND 现状负荷下的最大 DG 出力是消纳能力计算的一般方法，并考虑了主动配电网管理策略间的配合，故选择文献[15]进行对比。

采用文献[15]计算得到 IEEE 33 节点算例的消纳能力为–12.50 MVA，对应工作点 $\boldsymbol{W}$=[S_{L1}, S_{L2}, S_{L3}, S_{DG1} S_{DG2}, S_{DG3}]=[1.92, 1.20, 1.43, −6.78, −0.59, −5.13]。本文方法得到的 TSC/TAC 曲线见图 5。从图 5 可以看出：

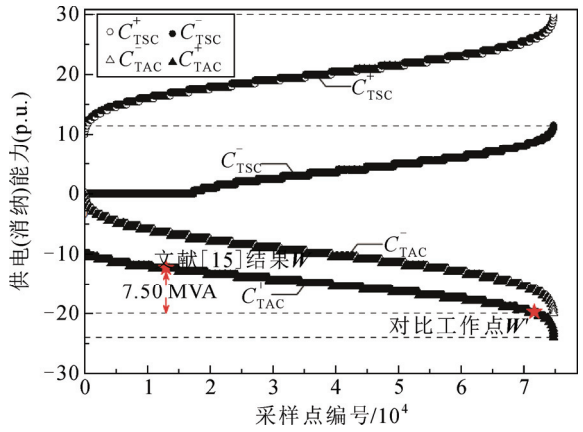


图 5 IEEE 33 节点算例的结果对比

Fig.5 Result comparison of IEEE 33-node test system

表 5 IEEE 33 节点算例的 TSC/TAC 指标

Table 5 TSC/TAC indices of IEEE 33-node test system

供电能力指标	取值/MVA	消纳能力指标	取值/MVA
$L^{+}_{\mathrm{TSC,max}}$	30.00	$G^{+}_{\mathrm{TAC,max}}$	−24.00
$L^{+}_{\mathrm{TSC,min}}$	10.00	$G^{+}_{\mathrm{TAC,min}}$	−10.00
$L^{+}_{\mathrm{TSC,avg}}$	20.02	$G^{+}_{\mathrm{TAC,avg}}$	−15.21
$L^{-}_{\mathrm{TSC,max}}$	11.50	$G^{-}_{\mathrm{TAC,max}}$	−20.00
$L^{-}_{\mathrm{TSC,min}}$	0	$G^{-}_{\mathrm{TAC,min}}$	0
$L^{-}_{\mathrm{TSC,avg}}$	3.51	$G^{-}_{\mathrm{TAC,avg}}$	−10.01

1）TAC 曲线完整刻画了各种负荷/DG 分布下电网的消纳能力，文献[15]方法计算结果 $\boldsymbol{W}$ 点的消纳能力也在 TAC 曲线上，证明了本文方法的准确性。

2）$\boldsymbol{W}$ 在 TAC 曲线较低位置，结果趋于保守。这是因为其仍然根据单一负荷场景计算消纳能力，没有考虑全部的负荷分布场景，例如能消纳更多 DG 的重负载场景未考虑。相较于文献[15]，本文方法能完整遍历所有可能的负荷/DG 分布场景，计算得到的消纳能力结果更完整，更能挖掘系统潜力。例如，取图 5 中 $\boldsymbol{W}'$ =[S_{L1}, S_{L2}, S_{L3}, S_{DG1} S_{DG2}, S_{DG3}]=[4.50, 2.00, 8.00, −9.00, −2.50, −8.50]，对应的消纳能力为−20.00 MVA，比 $\boldsymbol{W}$ 提高 7.50 MVA。

5 结论

现有文献提出了供电能力曲线(TSC 曲线)，能完整描述配电网的供电能力。本文针对有源配电网，扩展了 TSC 曲线，提出了消纳能力曲线(TAC 曲线)，主要结论如下：

1）发现有源配电网有 4 种安全边界：负荷上限边界、负荷下限边界、DG 上限边界和 DG 下限边界。

2）发现有源配电网具有 4 条曲线，2 条 TSC 曲线，即 TSC 上限曲线和 TSC 下限曲线；2 条 TAC 曲线，即 TAC 上限曲线和 TAC 下限曲线。

3）基于直流潮流建立了上述 4 条曲线的模型，并给出电压校验修正的方法。

通过算例验证了本文方法，并与现有消纳能力计算方法对比。本文方法的优势及应用价值在于能进一步挖掘消纳能力。

研究还发现：(1)TSC 和 TAC 曲线具有不完全对称性，揭示了其对偶性原理；(2)4 条曲线将有源配电网的运行状态分为 2 个安全区和 4 个越界区。

综上，本文首次完整刻画了有源配电网的能力极限。后续将提高采样算法效率，研究 TSC/TAC 曲线的其他展现形式，考虑 N−1 安全性，研究负荷/DG 位置、大小、数量对曲线的影响。

附录见本刊网络版(http://hve.epri.sgcc.com.cn)。

参考文献 References

[1] 刘永梅，王金丽，杨红磊，等. 计及柔性负荷调节能力的有源配电网动态优化方法[J]. 高电压技术，2021，47(1)：73-80.
LIU Yongmei, WANG Jinli, YANG Honglei, et al. Dynamic optimal method of distribution network in consideration of flexible load adjustment capability[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(1): 73-80.

[2] 董旭柱，华祝虎，尚 磊，等. 新型配电系统形态特征与技术展望[J]. 高电压技术，2021，47(9)：3021-3035.
DONG Xuzhu, HUA Zhuhu, SHANG Lei, et al. Morphological characteristics and technology prospect of new distribution system[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(9): 3021-3035.

[3] 朱 静，高亚静，刘建鹏，等. 主动配电网供电能力实时评估方法[J]. 中国电力，2015，48(12)：96-102.
ZHU Jing, GAO Yajing, LIU Jianpeng, et al. Real-time evaluation for load capability of active distribution network[J]. Electric Power, 2015, 48(12): 96-102.

[4] 卢志刚，闫桂红，马丽叶，等. 基于供电能力的主动配电系统安全等级划分[J]. 中国电机工程学报，2017，37(9)：2539-2550.
LU Zhigang, YAN Guihong, MA Liye, et al. Security classification in the active distribution system based on the total supply capacity[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(9): 2539-2550.

[5] 苑文凯，郑天文，陈来军，等. 基于耗散理论的分布式发电组网系统小干扰稳定性分析方法[J]. 高电压技术，2021，47(10)：3497-3504.
YUAN Wenkai, ZHENG Tianwen, CHEN Laijun, et al. Small-signal stability analysis method of grid-forming distributed generation system based on the dissipation theory[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(10): 3497-3504.

[6] 宫 璇，任欣旭，王秋杰，等. 具有高容错稳定性的含 DG 配电网区段定位方法[J]. 高电压技术，2021，47(11)：3992-4001.
GONG Xuan, REN Xinxu, WANG Qiujie, et al. Section location method with high fault tolerance stability for distribution network with distributed generation[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(11): 3992-4001.

[7] 陈垚煜，耿光超，江全元，等. 考虑传统调控手段的配电网 SOP 选址定容方法[J]. 高电压技术，2020，46(4)：1181-1188.
CHEN Yaoyu, GENG Guangchao, JIANG Quanyuan, et al. Optimal siting and sizing method of soft open point in distribution network combined with traditional regulations[J]. High Voltage Engineering, 2020, 46(4): 1181-1188.

[8] 赵海洲，陈建凯，杨海跃，等. 考虑传输能力的含分布式电源配电网扩展规划方法[J]. 电力自动化设备，2021，41(12)：70-77.
ZHAO Haizhou, CHEN Jiankai, YANG Haiyue, et al. Expansion planning method of distribution network with distributed generation

considering transmission capacity[J]. Electric Power Automation Equipment, 2021, 41(12): 70-77.
[9] XIAO J, LI F, GU W Z, et al. Total supply capability and its extended indices for distribution systems: definition, model calculation and applications[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2011, 5(8): 869-876.
[10] 肖　峻，张苗苗，司超然，等. 配电网的供电能力分布[J]. 电网技术，2017，41(10)：3326-3332.
XIAO Jun, ZHANG Miaomiao, SI Chaoran, et al. Supply capability distribution of distribution systems[J]. Power System Technology, 2017, 41(10): 3326-3332.
[11] HARRISON G P, WALLACE A R. Optimal power flow evaluation of distribution network capacity for the connection of distributed generation[J]. IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution, 2005, 152(1): 115-122.
[12] DENT C J, OCHOA L F, HARRISON G P. Network distributed generation capacity analysis using OPF with voltage step constraints[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2010, 25(1): 296-304.
[13] 徐志成，赵　波，丁　明，等. 基于电压灵敏度的配电网光伏消纳能力随机场景模拟及逆变器控制参数优化整定[J]. 中国电机工程学报，2016，36(6)：1578-1587.
XU Zhicheng, ZHAO Bo, DING Ming, et al. Photovoltaic hosting capacity evaluation of distribution networks and inverter parameters optimization based on node voltage sensitivity[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(6): 1578-1587.
[14] LIEW S N, STRBAC G. Maximising penetration of wind generation in existing distribution networks[J]. IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution, 2002, 149(3): 256-262.
[15] OCHOA L F, DENT C J, HARRISON G P. Distribution network capacity assessment: variable DG and active networks[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2010, 25(1): 87-95.
[16] CAPITANESCU F, OCHOA L F, MARGOSSIAN H, et al. Assessing the potential of network reconfiguration to improve distributed generation hosting capacity in active distribution systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(1): 346-356.
[17] OCHOA L F, HARRISON G P. Minimizing energy losses: optimal accommodation and smart operation of renewable distributed generation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(1): 198-205.
[18] 李国庆，董　存，梁志峰，等. 考虑光伏发电不确定性的跨省两级优化调度模型[J]. 高电压技术，2021，47(12)：4420-4430.
LI Guoqing, DONG Cun, LIANG Zhifeng, et al. Cross-provincial two-level optimal scheduling model considering the uncertainty of photovoltaic power generation[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(12): 4420-4430.
[19] 赵　波，肖传亮，徐　琛，等. 基于渗透率的区域配电网分布式光伏并网消纳能力分析[J]. 电力系统自动化，2017，41(21)：105-111.
ZHAO Bo, XIAO Chuanliang, XU Chen, et al. Penetration based accommodation capacity analysis on distributed photovoltaic connection in regional distribution network[J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(21): 105-111.
[20] 肖　峻，祖国强，周　欢，等. 有源配电网的全象限安全域[J]. 电力系统自动化，2017，41(21)：79-85.
XIAO Jun, ZU Guoqiang, ZHOU Huan, et al. Total-quadrant security region for active distribution network[J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(21): 79-85.
[21] 国家能源局. 中压配电网改造技术导则：DL/T 599—2015[S]. 北京：中国电力出版社，2016.
National Energy Administration. Technical guide for enhancement of urban meduium and low voltage distribution networks: DL/T 599—2015[S]. Beijing, China: China Electric Power Press, 2016.
[22] WAN C, LIN J, GUO W F, et al. Maximum uncertainty boundary of volatile distributed generation in active distribution network[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2018, 9(4): 2930-2942.
[23] 孙东雪，王主丁，田　园，等. 基于分区分压的配电网供电能力计算实用方法[J]. 电网技术，2020，44(8)：3081-3089.
SUN Dongxue, WANG Zhuding, TIAN Yuan, et al. A practical method for calculating power supply capacity of distribution network based on power supply subareas and sub-networks of different voltages[J]. Power System Technology, 2020, 44(8): 3081-3089.
[24] 肖　峻，屈玉清，张宝强，等. N−0 安全的城市配电网安全域与供电能力[J]. 电力系统自动化，2019，43(17)：12-19.
XIAO Jun, QU Yuqing, ZHANG Baoqiang, et al. Security region and supply capability of urban distribution network with N−0 security[J]. Automation of Electric Power Systems, 2019, 43(17): 12-19.
[25] 肖　峻，肖居承，张黎元，等. 配电网的严格与非严格安全边界[J]. 电工技术学报，2019，34(12)：2637-2648.
XIAO Jun, XIAO Jucheng, ZHANG Liyuan, et al. Strict and non-strict security boundary of distribution network[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(12): 2637-2648.
[26] XIAO J, ZHANG M M, BAI L Q, et al. Boundary supply capability for distribution systems: concept, indices and calculation[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2018, 12(2): 499-506.
[27] 肖　峻，余步鑫，周　欢，等. 配电网供电能力曲线的规律与机理[J]. 中国电机工程学报，2019，39(16)：4732-4743.
XIAO Jun, SHE Buxin, ZHOU Huan, et al. Law and mechanism of supply capability curve for distribution networks[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(16): 4732-4743.
[28] 肖　峻，梁子钰，余步鑫. 配电网供电能力曲线的数学模型与形成机理[J]. 中国电机工程学报，2021，41(9)：3158-3172.
XIAO Jun, LIANG Ziyu, SHE Buxin. Mathematical model and formation mechanism of total supply capability curve for distribution networks[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(9): 3158-3172.
[29] 肖　峻，余步鑫. 配电网接线模式的综合效率评价[J]. 电网技术，2019，43(10)：3769-3777.
XIAO Jun, SHE Buxin. Comprehensive efficiency evaluation on connection modes in distribution networks[J]. Power System Technology, 2019, 43(10): 3769-3777.
[30] 刘　健，黄　炜. 分布式光伏电源与负荷分布接近条件下的可接入容量分析[J]. 电网技术，2015，39(2)：299-306.
LIU Jian, HUANG Wei. Analysis on grid-connectible capacity of distributed PV generation in case of PV generation distribution close to load distribution[J]. Power System Technology, 2015, 39(2): 299-306.
[31] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局，中国国家标准化管理委员会. 电能质量　供电电压偏差：GB/T 12325—2008[S]. 北京：中国标准出版社，2009.
General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China, Standardization Administration of the People's Republic of China. Power quality-deviation of supply voltage: GB/T 12325—2008[S]. Beijing, China: Standards Press of China, 2009.



肖　峻
1971—，男，博士，教授，博导
主要从事配电系统规划与运行方面的研究和应用工作
E-mail: xiaojun@tju.edu.cn

XIAO Jun
Ph.D., Professor



王传奇(通信作者)
1998—，男，硕士生
主要从事智能配电系统规划与运行方面的研究
E-mail: wlegend@tju.edu.cn

WANG Chuanqi
Corresponding author

收稿日期　2021-10-21　修回日期　2022-12-28　　编辑　程子丰

附录 A　术语符号清单

表 A1　术语清单

Table A1　List of terms

术语	含义	术语	含义
ADN	有源配电网	C_{TSC}^{-}	供电能力下限曲线
DG	分布式发电	C_{TAC}	消纳能力曲线
C_{TSC}	供电能力曲线	C_{TAC}^{+}	消纳能力上限曲线
C_{TSC}^{+}	供电能力上限曲线	C_{TAC}^{-}	消纳能力下限曲线

表 A2　符号清单

Table A2　List of symbols

变量	含义	变量	含义
$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{LSN}}$	无源配电网的 N-0 安全域	$\boldsymbol{A}_{\mathrm{DGne}}$	不取等约束的 DG 系数矩阵
$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ADN}}$	有源配电网的 N-0 安全域	$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{L}^+}$	负荷上限边界
W	工作点	$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{L}^-}$	负荷下限边界
$\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}}$	工作点的负荷节点部分	$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{DG}^+}$	DG 上限边界
$\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}}$	工作点的 DG 节点部分	$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{DG}^-}$	DG 下限边界
$S_{\mathrm{L}n}$	第 n 个负荷节点的流出功率	$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{L}^+,j}$	第 j 个负荷上限边界
$S_{\mathrm{DG}h}$	第 h 个 DG 节点的流入功率	$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{L}^-,j}$	第 j 个负荷下限边界
r	网损系数	$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{DG}^+,j}$	第 j 个 DG 上限边界
A	变量系数矩阵	$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{DG}^-,j}$	第 j 个 DG 下限边界
a_{ij}	变量系数矩阵元素	$L_{\mathrm{TSC,max}}^{+}$	TSC 上限曲线最大供电能力
c	常向量	$L_{\mathrm{TSC,min}}^{+}$	TSC 上限曲线最小供电能力
c_l	第 l 个元件的容量值	$L_{\mathrm{TSC,avg}}^{+}$	TSC 上限曲线平均供电能力
l	元件编号	$L_{\mathrm{TSC,max}}^{-}$	TSC 下限曲线最大供电能力
m	元件数	$L_{\mathrm{TSC,min}}^{-}$	TSC 下限曲线最小供电能力
$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}$	严格安全边界	$L_{\mathrm{TSC,avg}}^{-}$	TSC 下限曲线平均供电能力
$\boldsymbol{\beta}_j$	第 j 个严格安全边界	$G_{\mathrm{TAC,max}}^{+}$	TAC 上限曲线最大消纳能力
$\boldsymbol{A}_{\mathrm{e}}$	取等约束的系数矩阵	$G_{\mathrm{TAC,min}}^{+}$	TAC 上限曲线最小消纳能力
$\boldsymbol{A}_{\mathrm{ne}}$	不取等约束的系数矩阵	$G_{\mathrm{TAC,avg}}^{+}$	TAC 上限曲线平均消纳能力
$\boldsymbol{c}_{\mathrm{e}}$	取等约束的常向量	$G_{\mathrm{TAC,max}}^{-}$	TAC 下限曲线最大消纳能力
$\boldsymbol{c}_{\mathrm{ne}}$	不取等约束的常向量	$G_{\mathrm{TAC,min}}^{-}$	TAC 下限曲线最小消纳能力
i	采样点编号	$G_{\mathrm{TAC,avg}}^{-}$	TAC 下限曲线平均消纳能力
j	安全边界编号	$\boldsymbol{A}_{\mathrm{u}}$	电压偏移系数矩阵
$\boldsymbol{A}_{\mathrm{L}}$	负荷系数矩阵	$\Delta\boldsymbol{U}$	节点电压偏移向量
$\boldsymbol{A}_{\mathrm{Le}}$	取等约束的负荷系数矩阵	$\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{GB}}^{-}$	电压下偏移国标值
$\boldsymbol{A}_{\mathrm{Lne}}$	不取等约束的负荷系数矩阵	$\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{GB}}^{+}$	电压上偏移国标值
$\boldsymbol{A}_{\mathrm{DG}}$	DG 系数矩阵	$V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}}$	第 i 个边界点 $\boldsymbol{W}_i$ 的负荷之和。
$\boldsymbol{A}_{\mathrm{DGe}}$	取等约束的 DG 系数矩阵	$V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}}$	第 i 个边界点 $\boldsymbol{W}_i$ 的 DG 之和。

附录 B　采样步长对曲线点以及曲线的影响分析

B1　采样步长对曲线点的影响

分 2 种情况：

(1) 元件容量能整除采样步长，采样步长对曲线点的计算没有影响；

(2) 元件容量不能整除采样步长，步长越小，曲线点的计算误差越小。

论证如下：

以式(11)DG 上限边界为例，假设不等约束已经被满足，只考虑覆盖所有 DG 变量的等式约束，如下：

$$\sum_{i=1}^{n} a_i S_{\mathrm{L}i} + \sum_{j=1}^{h} a_j S_{\mathrm{DG}j} = -c \tag{B1}$$

其中 a_i=0 或 1，a_j=1。

(1) 元件容量能整除采样步长，则 $c=nq$，$n\in Z$，q 为采样步长。

利用采样方法获得的工作点的负荷和 DG 可以分别表示为 $S_{\mathrm{L}i}=k_i q$，$S_{\mathrm{DG}j}=k_j q$，$k_i,k_j\in Z$，带入式(B1)左侧：

$$\sum_{i=1}^{n} a_i k_i q + \sum_{j=1}^{h} a_j k_j q \tag{B2}$$

下面证明式(B2)是否可以等于-c。由于 a_i=0 或 1，则

$$\sum_{i=1}^{n} a_i k_i = k, k \in Z \tag{B3}$$

将式(B3)带入式(B2),且假设式(B2)等于 c，得到：

$$\sum_{i=1}^{h} a_j k_j q = -(n+k)q \tag{B4}$$

由于 $\sum_{i=1}^{h} a_j k_j q = -(n+k)$ 成立，因此元件容量能整除采样步长时，采样步长对单个临界点的计算没有影响。

(2) 元件容量不能整除采样步长时，$nq<c<(n+1)q$，由(1)可知：

等式约束 $\sum_{i=1}^{n} a_i k_i q + \sum_{j=1}^{h} a_j k_j q = -nq$ 或 $\sum_{i=1}^{n} a_i k_i q + \sum_{j=1}^{h} a_j k_j q = -(n+1)q$ 成立，由于本文重点研究配电网的安全性，因此在计算时令 $\sum_{i=1}^{n} a_i k_i q + \sum_{j=1}^{h} a_j k_j q = -nq$，则误差为：$c-nq<q$。因此，采样步长越小，误差越小。

此外，上述(1)(2)的论证都忽略了由于计算机二进制导致的计算误差，因为其与采样步长无关。

B2 采样步长对曲线的影响

采用更小的采样步长，未必提升单个曲线点精度，但能提升曲线绘制精度。论证如下：

以 IEEE33 节点算例为例，采用 0.2MVA 步长绘制 TAC 上限曲线如图 B1 右图所示，相较于采用 0.5MVA 的左图，其曲线精度更高。而 0.5MVA 和 0.2MVA 步长都属于情况 1，单个临界点计算精度并没有变化。

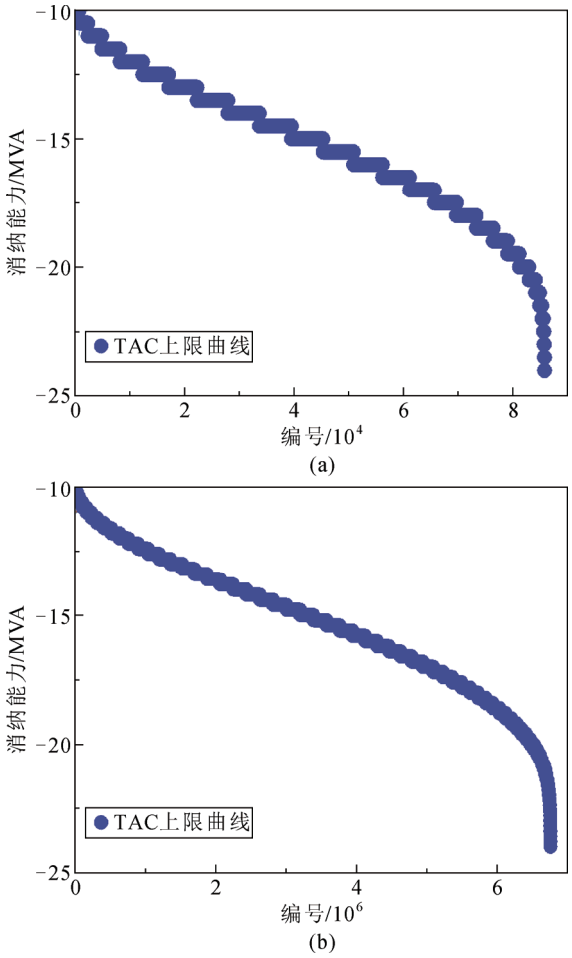


图 B1 0.5 和 0.2 MVA 采样步长的 TAC 上限曲线

Fig.B1 Upper TAC curves of 0.5 and 0.2 MVA sampling steps

附录 C 负荷增长/削减严格临界性判据的数学证明

在有源配电网中，负荷增长/削减的严格临界性判据为 $\left\|-\boldsymbol{A}_{\mathrm{Le}}\right\|^{1}<0$。

首先，证明严格性。

$\boldsymbol{A}_{\mathrm{Le}}$ 表示所有取等约束的负荷系数矩阵。负荷增长/削减的严格性表示包括了所有的负荷变量。对于一个给定的工作点 $\boldsymbol{W}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ADN}}$，若满足 $\left\|-\boldsymbol{A}_{\mathrm{Le}}\right\|^{1}<0$，表示 $\boldsymbol{A}_{\mathrm{Le}}$ 的所有列向量均大于 0，即取等约束包括了所有负荷变量，因此满足严格性。

其次，证明临界性。

$\boldsymbol{A}_{\mathrm{Le}}$ 包括正向潮流取等的负荷系数矩阵/反向潮流取等的负荷系数矩阵两类。

（1）正向潮流取等

对于 $\forall S_{\mathrm{L}n}(n\in[1,k])$，存在正向潮流等式约束：

$$(1+r)(S_{\mathrm{L}n}+\sum_{i=1,i\neq n}^{k} a_{li} S_{\mathrm{L}i} + \sum_{i=1}^{h} a_{li} S_{\mathrm{DG}i}) = c_l \tag{C1}$$

若负荷 $S_{\mathrm{L}n}$ 增长了 ε 形成新的工作点 W'，即

$S_{Ln}'=S_{Ln}+\varepsilon(\lim\varepsilon\to 0^{+})$，则有

$$\begin{aligned}&(1+r)(S'_{Ln}+\sum_{i=1,i\neq n}^{k}a_{li}S_{Li}+\sum_{i-1}^{h}a_{li}S_{DGi})=\\&(1+r)(S_{Ln}+\varepsilon+\sum_{i=1,i\neq n}^{k}a_{li}S_{Li}+\sum_{i=1}^{h}a_{li}S_{DGi})=\\&c_l+(1+r)\varepsilon>c_l\end{aligned}\tag{C2}$$

W'满足正向潮流约束。因此对于 $n\in[1,\ k]$，每个负荷增长都会违反正向潮流约束，即满足负荷增长的严格临界性。

（2）反向潮流取等

对于$\forall S_{Ln}(n\in[1,k])$，存在反向潮流等式约束：

$$-c_l=(1+r)(S_{Ln}+\sum_{i=1,i\neq n}^{k}a_{li}S_{Li}+\sum_{i=1}^{h}a_{li}S_{DGi})\tag{C3}$$

若负荷 S_{Ln} 削减了ε形成新的工作点 W'，即 $S_{Ln}'=S_{Ln}-\varepsilon(\lim\varepsilon\to 0^{+})$，则有

$$\begin{aligned}&(1+r)(S'_{Ln}+\sum_{i=1}^{h}a_{li}S_{DGi})=\\&(1+r)(S_{Ln}-\varepsilon+\sum_{i=1,i\neq n}^{k}a_{li}S_{Li}+\sum_{i=1}^{h}a_{li}S_{DGi})=\\&-c_l-(1+r)\varepsilon<-c_l\end{aligned}\tag{C4}$$

W'不满足反向潮流约束。因此对于 $n\in[1,\ k]$，每个负荷削减都会违反反向潮流约束，即满足负荷削减的严格临界性。

附录 D　近似电压偏移的计算过程

图 D1 是计算近似电压偏移的配电网结构。

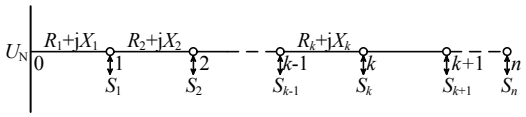


图 D1　计算近似电压偏移配电网结构

Fig.D1　Distribution network structure for calculating approximate voltage deviation

假设配电网电压近似为额定电压U_N，图 D1 中节点 k 的近似电压偏移见式(D1)，式(D1)计算的电压偏移较准确值偏大。

$$\begin{aligned}\Delta U_k\%&=\frac{\sum_{i=1}^{k}[R_i\sum_{k=i}^{n}S_k\cos\varphi_k+X_i\sum_{k=i}^{n}S_k\sin\varphi_k]}{U_N^2}\times 100\%\\&=a_{k,1}S_1+a_{k,2}S_2+\ldots+a_{k,k}S_k+\ldots+a_{k,n}S_n\end{aligned}\tag{D1}$$

其中，各项系数见式（D2）。

$$a_{k,m}=\begin{cases}\dfrac{\sum_{i=1}^{k}R_k\cos\varphi_m+\sum_{i=1}^{k}X_k\sin\varphi_m}{U_N^2}\times 100\% & k\le m\\ a_{m,m} & k>m\end{cases}\tag{D2}$$

一般的，实际电网中各节点的功率因数只在很小的范围内变化，因此在计算近似电压偏移时可以采用固定功率因数。式(D2)表示的各项系数成为固定系数。

综上，各节点的近似电压偏移可以用矩阵形式表示，见式(D3)。

$$\Delta\boldsymbol{U}\%=\boldsymbol{A}_u\times W\tag{D3}$$

附录 E　有源配电网的供电/消纳能力曲线及指标族

表 E1　有源配电网的供电能力/消纳能力曲线指标族

Table E1　TSC/TAC curves and indices of active distribution network

分类	曲线	曲线含义	曲线位置	指标符号	指标名称	指标含义
供电能力	TSC 上限曲线（C_{TSC}^{+}）	有源配电网的负荷供应能力	最高点	$L_{TSC,max}^{+}$	上限曲线最大供电能力	即最大供电能力，简记为 L_{TSC}
			最低点	$L_{TSC,min}^{+}$	上限曲线最小供电能力	即最小供电能力，简记为 $L_{TSC,min}$
			平均值	$L_{TSC,avg}^{+}$	上限曲线平均供电能力	即平均供电能力，简记为 $L_{TSC,avg}$
	TSC 下限曲线（C_{TSC}^{-}）	有源配电网优先保证 DG 消纳所需的负荷功率支持	最高点	$L_{TSC,max}^{-}$	下限曲线最大供电能力	DG 最大出力下保证电网安全需要的负荷功率
			最低点	$L_{TSC,min}^{-}$	下限曲线最小供电能力	DG 最小出力下保证电网安全需要的负荷功率
			平均值	$L_{TSC,avg}^{-}$	下限曲线平均供电能力	保证电网安全平均需要的支撑负荷
消纳能力	TAC 上限曲线（C_{TAC}^{+}）	有源配电网的 DG 消纳能力	最高点	$G_{TAC,max}^{+}$	上限曲线最大消纳能力	即最大消纳能力，简记为 G_{TAC}
			最低点	$G_{TAC,min}^{+}$	上限曲线最小消纳能力	即最小消纳能力，简记为 $G_{TAC,min}$
			平均值	$G_{TAC,avg}^{+}$	上限曲线平均消纳能力	即平均消纳能力，简记为 $G_{TAC,avg}$
	TAC 下限曲线（C_{TAC}^{-}）	有源配电网优先保证负荷供应所需的 DG 出力支持	最高点	$G_{TAC,max}^{-}$	下限曲线最大消纳能力	最大负荷供应下保证电网安全需要的 DG 出力
			最低点	$G_{TAC,min}^{-}$	下限曲线最小消纳能力	最小负荷供应下保证电网安全需要的 DG 出力
			平均值	$G_{TAC,avg}^{-}$	下限曲线平均消纳能力	保证电网安全平均需要的 DG 支持功率

指标模型如下：

1）上限曲线最小供电能力

$$L_{\mathrm{TSC,min}}^{+}=\min(V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}})\quad \text{s.t. } \boldsymbol{W}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}\\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}\end{bmatrix}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{L}^+} \tag{E1}$$

2）下限曲线最大供电能力

$$L_{\mathrm{TSC,max}}^{-}=\max(V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}})\quad \text{s.t. } \boldsymbol{W}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}\\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}\end{bmatrix}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{L}^-} \tag{E2}$$

3）下限曲线最小供电能力

$$L_{\mathrm{TSC,min}}^{-}=\min(V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}})\quad \text{s.t. } \boldsymbol{W}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}\\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}\end{bmatrix}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{L}^-} \tag{E3}$$

4）上限曲线最小消纳能力

$$G_{\mathrm{TAC,min}}^{+}=\max(V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}})\quad \text{s.t. } \boldsymbol{W}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}\\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}\end{bmatrix}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{DG}^+} \tag{E4}$$

5）下限曲线最大消纳能力

$$G_{\mathrm{TAC,max}}^{-}=\min(V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}})\quad \text{s.t. } \boldsymbol{W}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}\\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}\end{bmatrix}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{DG}^-} \tag{E5}$$

6）下限曲线最小消纳能力

$$G_{\mathrm{TAC,min}}^{-}=\max(V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}})\quad \text{s.t. } \boldsymbol{W}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}\\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}\end{bmatrix}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{DG}^-} \tag{E6}$$

附录 F　场景 1 边界点详细数据

表 F1　负荷上限边界点及其最大电压偏移

Table F1　Upper load boundary points and maximum voltage offset

边界点	S_{L1}/p.u.	S_{L2}/p.u.	S_{DG1}/p.u.	S_{DG2}/p.u.	$V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}}$/p.u.	最大电压偏移%/节点
W_1	0	0.98	0	0	0.98	−5.24/L_2
W_2	0	1.00	0	−0.02	1.00	−5.25/L_2
W_3	0.02	0.96	0	0	0.98	−5.17/L_2
W_4	0.02	0.98	0	−0.02	1.00	−5.17/L_2
W_5	0.02	0.98	−0.02	0	1.00	−5.21/L_2
			...			
W_{24743}	1.00	1.00	−0.92	−0.10	2.00	−3.40/L_2
W_{24744}	1.00	1.00	−0.94	−0.08	2.00	−3.44/L_2
W_{24745}	1.00	1.00	−0.96	−0.06	2.00	−3.47/L_2
W_{24746}	1.00	1.00	−0.98	−0.04	2.00	−3.51/L_2
W_{24747}	1.00	1.00	−1.00	−0.02	2.00	−3.54/L_2

表 F2　负荷下限边界点及其最大电压偏移

Table F2　Lower load boundary points and maximum voltage offset

边界点	S_{L1}/p.u.	S_{L2}/p.u.	S_{DG1}/p.u.	S_{DG2}/p.u.	$V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{L}i}}$/p.u.	最大电压偏移%/节点
W_1	0	0	0	−0.02	0	0.14/DG_2
W_2	0	0	0	−0.04	0	0.28/DG_2
W_3	0	0	0	−0.06	0	0.42/DG_2
W_4	0	0	0	−0.08	0	0.56/DG_2
W_5	0	0	0	−0.10	0	0.70/DG_2
			...			
W_{2545}	0	0.96	−0.98	−0.96	0.96	4.97/DG_2
W_{2546}	0	0.96	−1.00	−0.94	0.96	4.90/DG_2
W_{2547}	0	0.98	−0.98	−0.98	0.98	5.01/DG_2
W_{2548}	0	0.98	−1.00	−0.96	0.98	4.94/DG_2
W_{2549}	0	1.00	−1.00	−0.98	1.00	4.97/DG_2

表 F3　DG 上限边界点及其最大电压偏移

Table F3　Upper DG boundary points and maximum voltage offset

边界点	S_{L1}/p.u.	S_{L2}/p.u.	S_{DG1}/p.u.	S_{DG2}/p.u.	$V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}}$/p.u.	最大电压偏移%/节点
W_1	0	0	0	−0.98	−0.98	6.83/DG2
W_2	0	0	−0.02	−0.96	−0.98	6.76/DG2
W_3	0	0	−0.04	−0.94	−0.98	6.69/DG2
W_4	0	0	−0.06	−0.92	−0.98	6.62/DG2
W_5	0	0	−0.08	−0.90	−0.98	6.55/DG2
			...			
W_{67571}	1.00	0.96	−0.98	−0.96	−1.94	3.19/DG_2
W_{67572}	1.00	0.96	−1.00	−0.94	−1.94	3.12/DG_2
W_{67573}	1.00	0.98	−0.98	−0.98	−1.96	3.22/DG_2
W_{67574}	1.00	0.98	−1.00	−0.96	−1.96	3.15/DG_2
W_{67575}	1.00	1.00	−1.00	−0.98	−1.98	3.18/DG_2

表 F4　DG 下限边界点及其最大电压偏移

Table F4　Lower DG boundary points and maximum voltage offset

边界点	S_{L1}/p.u.	S_{L2}/p.u.	S_{DG1}/p.u.	S_{DG2}/p.u.	$V_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{DG}i}}$/p.u.	最大电压偏移%/节点
W_1	0	0.02	0	0	0	−0.11/L_2
W_2	0	0.04	0	0	0	−0.21/L_2
W_3	0	0.06	0	0	0	−0.32/L_2
W_4	0	0.08	0	0	0	−0.43/L_2
W_5	0	0.10	0	0	0	−0.54/L_2
			...			
W_{25967}	1.00	1.00	−0.92	−0.10	−1.02	−3.40/L_2
W_{25968}	1.00	1.00	−0.94	−0.08	−1.02	−3.44/L_2
W_{25969}	1.00	1.00	−0.96	−0.06	−1.02	−3.47/L_2
W_{25970}	1.00	1.00	−0.98	−0.04	−1.02	−3.51/L_2
W_{25971}	1.00	1.00	−1.00	−0.02	−1.02	−3.54/L_2

附录 G　横坐标具有物理意义的 TSC/TAC 曲线

对于 4.1 图 1(a)简单算例，以总负荷为横坐标的 TAC 曲线如图 G1 所示，以 DG 总出力为横坐标的 TSC 曲线如图 G2 所示。

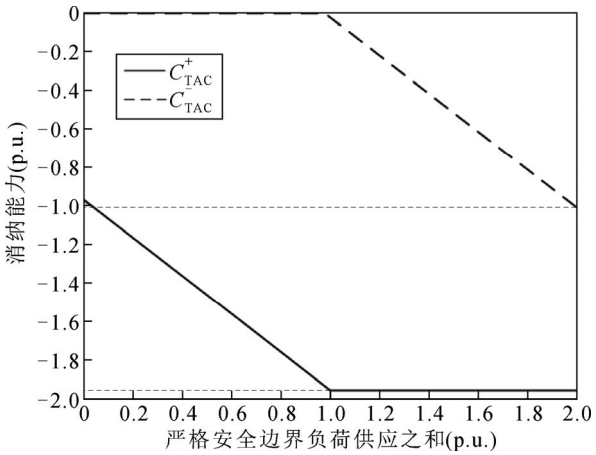


图 G1　以总负荷为横坐标的 TAC 曲线

Fig.G1　TAC curve with total load as abscissa

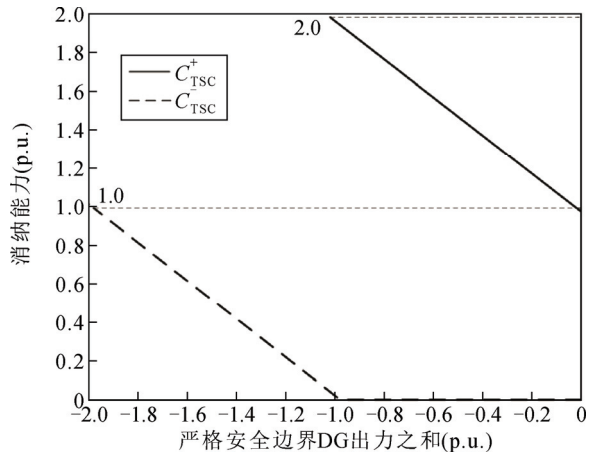


图 G2　以 DG 总出力为横坐标的 TSC 曲线

Fig.G2　TSC curve with total DG output as abscissa

以总负荷为横坐标的 TAC 曲线表示的是配电网在某一总负荷下，可以接纳的最大 DG 总出力(实线)，以及供应该负荷下保证配电网安全的最小 DG 总出力(虚线)。

以 DG 总出力为横坐标的 TSC 曲线表示的是配电网在某一 DG 总出力下，可以提供的最大负荷供应能力(实线)，以及在该 DG 出力下保证配电网安全的最小负荷之和(虚线)。

附录 H　算例 TSC/TAC 对偶性的“客户/服务者”解释

简单算例场景 1 与场景 2 在供电、集电两种视角下的客户/服务关系如图 H1 所示。

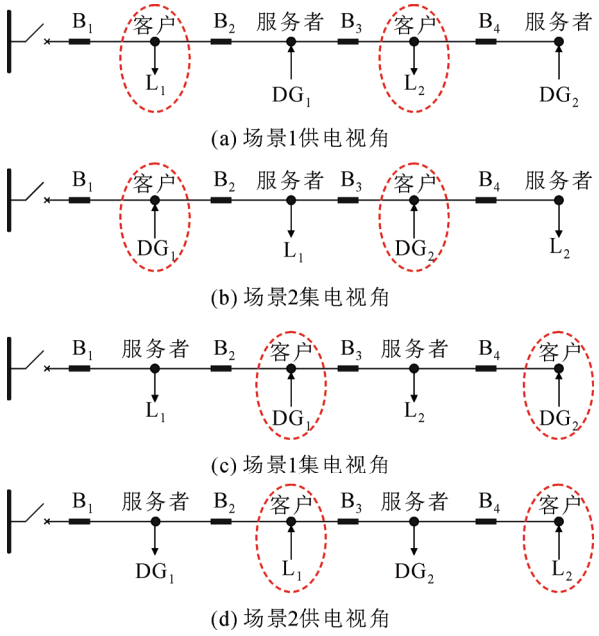


图 H1　供电视角和集电视角下的客户/服务者

Fig.H1　Customer/server under power supply and collection perspective

图 H1(a)是场景 1 的供电视角，此时 L1、L2 是“客户”，DG1、DG2 是“服务者”；图 H1(b)是场景 2 的集电视角，此时 DG1、DG2 是“客户”，L1、L2 是“服务者”。二者的客户/服务者位置完全一致。因此，场景 1 的 TSC 曲线与场景 2 的 TAC 曲线大小相等，再因为节点功率方向相反而关于坐标横轴对称。

同理，场景 1 的消纳能力与场景 2 的供电能力也对偶，曲线也对称。

场景 1 自身的 TSC 曲线和 TAC 曲线不对称，也可以用客户/服务者来解释。因为图 H1(a)和图 H1(c)表明，场景 1 两个视角下的客户/服务者位置不同。

综上，供电能力和消纳能力具有对偶性。当供电视角与集电视角下“客户/服务者”的位置、功率范围相同时，TSC 曲线与 TAC 曲线关于横轴对称。

附录 I　IEEE33 节点算例边界点的电压校验

虚拟负荷节点的负荷按照来表 I1[15]的比例分配到各节点。

表 I1　工作点 W 负荷数据

Table I1　Load data of operating point W

节点	负荷/kW+kVar	节点	负荷/ kW+kVar
0	0	17	90+j40
1	100+j60	18	90+j40
2	90+j40	19	90+j40
3	120+j80	20	90+j40
4	60+j30	21	90+j40
5	60+j20	22	90+j50
6	200+j100	23	420+j200
7	200+j100	24	420+j200
8	60+j20	25	60+j25
9	60+j20	26	60+j25
10	45+j30	27	60+j20
11	60+j35	28	120+j70
12	60+j35	29	200+j600
13	120+j80	30	150+j70
14	60+j10	31	210+j100
15	60+j20	32	60+j40
16	60+j20		

对负荷上限边界点进行电压校验，满足电压约束的边界点见表 I2，不满足电压约束的边界点见表 I3。

表 I2　满足电压约束的负荷上限边界点

Table I2　The points of upper load boundary with meeting voltage constraint

边界点	S_{L1}/MVA	S_{L2}/MVA	S_{L3}/MVA	S_{DG1}/MVA	S_{DG2}/MVA	S_{DG3}/MVA	$V_{W_{L_i}}$ /MVA	最大电压偏移%/节点
W_1	0	3.5	9.0	0	0	−2.5	12.5	−6.98/30
W_2	0	3.5	9.5	0	0	−3.0	13.0	−6.88/30
W_3	0	3.5	10.0	0	0	−3.5	13.5	−6.77/30
W_4	0	4.0	7.5	0	0	−1.5	11.5	−6.93/31
W_5	0	4.0	8.0	0	0	−2.0	12.0	−6.81/30
					…			
W_{745930}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−6.0	−4.0	30.0	−3.49/29
W_{745931}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−6.5	−3.5	30.0	−3.77/30
W_{745932}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−7.0	−3.0	30.0	4.56/17
W_{745933}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−7.5	−2.5	30.0	5.45/17
W_{745934}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−8.0	−2.0	30.0	6.34/17

表 I3　不满足电压约束的负荷上限边界点

Table I3　The points of upper load boundary without meeting voltage constraint

边界点	S_{L1}/MVA	S_{L2}/MVA	S_{L3}/MVA	S_{DG1}/MVA	S_{DG2}/MVA	S_{DG3}/MVA	$V_{W_{L_i}}$ /MVA	最大电压偏移%/节点
W_1	0	0	10.0	0	0	0	10.0	−9.63/32
W_2	0	0.5	9.5	0	0	0	10.0	−9.34/32
W_3	0	0.5	10.0	0	0	−0.5	10.5	−9.22/32
W_4	0	0.5	10.0	0	−0.5	0	10.5	−9.62/32
W_5	0	0.5	10.0	0.5	0	0	10.5	−9.06/32
					…			
W_{220797}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−0.5	−9.5	30.0	−7.06/17
W_{220798}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−8.5	−1.5	30.0	7.24/17
W_{220799}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−9.0	−1.0	30.0	8.13/17
W_{220800}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−9.5	−0.5	30.0	9.01/17
W_{220801}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−10.0	0	30.0	9.91/17

对负荷下限边界点进行电压校验，满足电压约束的边界点见表 I4，不满足电压约束的边界点见表 I5。

表 I4　满足电压约束的负荷下限边界点

Table I4　The points of lower load boundary with meeting voltage constraint

边界点	S_{L1}/MVA	S_{L2}/MVA	S_{L3}/MVA	S_{DG1}/MVA	S_{DG2}/MVA	S_{DG3}/MVA	$V_{W_{Li}}$ /MVA	最大电压偏移%/节点
W_1	0	0	0	0	0	−0.5	0	0.65/32
W_2	0	0	0	0	0	−1.0	0	1.30/32
W_3	0	0	0	0	0	−1.5	0	2.00/32
W_4	0	0	0	0	0	−2.0	0	2.61/32
W_5	0	0	0	0	0	−2.5	0	3.26/32
				…				
W_{2985}	0	6.5	2.0	−10.0	−4.0	−4.5	8.5	6.94/32
W_{2986}	0	7.0	0	−10.0	−4.0	−3.0	7.0	6.71/32
W_{2987}	0	7.0	0.5	−10.0	−4.0	−3.5	7.5	6.88/32
W_{2988}	0	7.5	0	−10.0	−4.5	−3.0	7.5	6.72/17
W_{2989}	0	7.5	0.5	−10.0	−4.5	−3.5	8.0	6.88/32

表 I5　不满足电压约束的负荷下限边界点

Table I5　The points of lower load boundary without meeting voltage constraint

边界点	S_{L1}/MVA	S_{L2}/MVA	S_{L3}/MVA	S_{DG1}/MVA	S_{DG2}/MVA	S_{DG3}/MVA	$V_{W_{Li}}$ /MVA	最大电压偏移%/节点
W_1	0	0	0	0	0	−5.5	0	7.17/32
W_2	0	0	0	0	0	−6.0	0	7.82/32
W_3	0	0	0	0	0	−6.5	0	8.47/32
W_4	0	0	0	0	0	−7.0	0	9.12/32
W_5	0	0	0	0	0	−8.5	0	9.77/32
				…				
W_{90022}	0	10.0	9.0	−10.0	−10.0	−9.0	19.0	14.87/17
W_{90023}	0	10.0	9.5	−9.5	−10.0	−10.0	19.5	14.87/17
W_{90024}	0	10.0	9.5	−10.0	−9.5	−10.0	19.5	13.98/17
W_{90025}	0	10.0	9.5	−10.0	−10.0	−9.5	19.5	14.87/17
W_{90026}	0	10.0	10.0	−10.0	−10.0	−10.0	20.0	14.88/17

对 DG 上限边界点进行电压校验，满足电压约束的边界点见表 I6，不满足电压约束的边界点见表 I7。

表 I6　满足电压约束的 DG 上限边界点

Table I6　The points of upper DG boundary with meeting voltage constraint

边界点	S_{L1}/MVA	S_{L2}/MVA	S_{L3}/MVA	S_{DG1}/MVA	S_{DG2}/MVA	S_{DG3}/MVA	$V_{W_{DGi}}$ /MVA	最大电压偏移%/节点
W_1	0	0	0	−5.5	−1.5	−3.0	−10.0	6.70/32
W_2	0	0	0	−6.0	−1.0	−3.0	−10.0	6.70/32
W_3	0	0	0	−6.0	−1.5	−2.5	−10.0	6.66/17
W_4	0	0	0	−6.5	−0.5	−3.0	−10.0	6.70/32
W_5	0	0	0	−6.5	−1.0	−2.5	−10.0	6.24/32
				…				
W_{85798}	10.0	9.5	0.5	−10.0	−5.5	−4.5	−20.0	6.80/32
W_{85799}	10.0	9.5	1.0	−10.0	−5.5	−5.0	−20.5	6.97/32
W_{85800}	10.0	10.0	0	−10.0	−6.0	−4.0	−20.0	6.65/17
W_{85801}	10.0	10.0	0.5	−10.0	−6.0	−4.5	−20.5	6.80/32
W_{85802}	10.0	10.0	1.0	−10.0	−6.0	−5.0	−21.0	6.97/32

表 I7　不满足电压约束的 DG 上限边界点

Table I7　The points of upper DG boundary without meeting voltage constraint

边界点	S_{L1}/MVA	S_{L2}/MVA	S_{L3}/MVA	S_{DG1}/MVA	S_{DG2}/MVA	S_{DG3}/MVA	$V_{W_{DGi}}$ /MVA	最大电压偏移%/节点
W_1	0	0	0	0	0	−10.0	−10.0	13.03/32
W_2	0	0	0	0	−0.5	−9.5	−10.0	12.58/32
W_3	0	0	0	0	−1.0	−9.0	−10.0	12.13/32
W_4	0	0	0	0	−1.5	−8.5	−10.0	11.67/32

续表 I7

边界点	S_{L1}/MVA	S_{L2}/MVA	S_{L3}/MVA	S_{DG1}/MVA	S_{DG2}/MVA	S_{DG3}/MVA	$V_{W_{DGi}}$/MVA	最大电压偏移%/节点
W_5	0	0	0	0	−2.0	−8.0	−10.0	11.22/32
					…			
$W_{1835190}$	10.0	10.0	9.0	−10.0	−10.0	−9.0	−29.0	13.89/17
$W_{1835191}$	10.0	10.0	9.5	−9.5	−10.0	−10.0	−29.5	13.89/17
$W_{1835192}$	10.0	10.0	9.5	−10.0	−9.5	−10.0	−29.5	13.00/17
$W_{1835193}$	10.0	10.0	9.5	−10.0	−10.0	−9.5	−29.5	13.89/17
$W_{1835194}$	10.0	10.0	10.0	−10.0	−10.0	−10.0	−30.0	13.89/17

对 DG 下限边界点进行电压校验，满足电压约束的边界点见表 I8，不满足电压约束的边界点见表 I9。

表 I8　满足电压约束的 DG 下限边界点

Table I8　The points of lower DG boundary with meeting voltage constraint

边界点	S_{L1}/MVA	S_{L2}/MVA	S_{L3}/MVA	S_{DG1}/MVA	S_{DG2}/MVA	S_{DG3}/MVA	$V_{W_{DGi}}$/MVA	最大电压偏移%/节点
W_1	0	0	0.5	0	0	0	0	−0.48/32
W_2	0	0	1.0	0	0	0	0	−0.96/32
W_3	0	0	1.5	0	0	0	0	−1.44/32
W_4	0	0	2.0	0	0	0	0	−1.92/32
W_5	0	0	2.5	0	0	0	0	−2.41/32
					…			
W_{747291}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−6.0	−4.0	−20.0	−3.49/29
W_{747292}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−6.5	−3.5	−20.0	−3.77/30
W_{747293}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−7.0	−3.0	−20.0	4.56/17
W_{747294}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−7.5	−2.5	−20.0	5.45/17
W_{747295}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−8.0	−2.0	−20.0	6.34/17

表 I9　不满足电压约束的 DG 下限边界点

Table I9　The points of lower DG boundary without meeting voltage constraint

边界点	S_{L1}/MVA	S_{L2}/MVA	S_{L3}/MVA	S_{DG1}/MVA	S_{DG2}/MVA	S_{DG3}/MVA	$V_{W_{DGi}}$/MVA	最大电压偏移%/节点
W_1	0	0	7.5	0	0	0	0	−7.21/32
W_2	0	0	8.0	0	0	0	0	−7.70/32
W_3	0	0	8.5	0	0	0	0	−8.18/32
W_4	0	0	9.0	0	0	0	0	−8.66/32
W_5	0	0	9.5	0	0	0	0	−9.14/32
					…			
W_{220975}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−0.5	−9.5	−20.0	−7.06/17
W_{220976}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−8.5	−1.5	−20.0	7.24/17
W_{220977}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−9.0	−1.0	−20.0	8.13/17
W_{220978}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−9.5	−0.5	−20.0	9.01/17
W_{220979}	10.0	10.0	10.0	−10.0	−10.0	0	−20.0	9.91/17