第 50 卷 第 1 期：157-168 高电压技术 Vol.50, No.1: 157-168
2024 年 1 月 31 日 High Voltage Engineering January 31, 2024
DOI: 10.13336/j.1003-6520.hve.20230193

考虑条件风险价值的交直流系统两阶段分布鲁棒低碳经济优化调度

曾子龙，李培强，李　勇，钟俊杰，曹一家
（湖南大学电气与信息工程学院，长沙 410082）

摘　要：考虑到海上风电出力的随机性以及日益突出的生态环境问题，以含柔性直流输电技术(voltage source converter high voltage direct current ,VSC-HVDC)的交直流系统为研究对象，提出了考虑条件风险价值(conditional value at risk，CVaR)的两阶段分布鲁棒低碳经济优化模型，构建了基于 Kullback-Leibler(KL)散度的概率分布模糊集，同时利用条件风险价值量化了极端场景下的尾部风险，使得模型能够同时考虑概率分布不确定性以及处于最坏概率分布中极端场景下的尾部损失；此外，将阶梯型碳交易机制并入所提分布鲁棒模型中，通过合理利用柔性资源和储能装置，增强系统运行的灵活性，在兼顾运行风险的前提下，降低碳排放量的目标。再者，为了提高计算效率，在列和约束生成算法(column-and-constraint generation method，C&CG)和 Multi-cut Benders 分解算法的基础上提出了双循环分解算法。最后，在基于改进的 IEEE RTS 79 测试系统中验证了所提模型及算法的有效性。
关键词：低碳；阶梯型碳交易；条件风险价值；分布鲁棒优化；交直流系统；列和约束生成算法

Low-carbon Distributionally Two-stage Robust Optimization Considering Conditional Value-at-Risk for Hybrid AC/DC Grids

ZENG Zilong, LI Peiqiang, LI Yong, ZHONG Junjie, CAO Yijia
(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract：Considering the randomness of offshore wind power and the increasingly prominent environmental problems, we propose a low-carbon distributionally two-stage robust optimization model considering conditional value at risk(CVaR) for hybrid AC/DC grids after taking the voltage source converter high voltage direct current (VSC-HVDC) as research object. In order to consider the uncertainty of probability distribution and the tail risk of the extreme scene, we build a fuzzy set of probability distribution by kullback-leibler divergence (KL) and utilize the CVaR to quantify the tail loss of the extreme scene in the worst probability distribution. Furthermore, by adopting the ladder-type carbon trading and rationally utilizing the flexible resources and energy storage devices, not only the flexibility of the system operation is enhanced but also the carbon emissions are reduced on the premise of operational risks. In order to improve the calculation speed, a double-cycle decomposition method is proposed based on the column-and-constraint generation method (C&CG) and Multi-cut benders decomposition method. Finally, the effectiveness of the proposed model and algorithm is verified by the modified IEEE RTS 79 tested system.
Key words：low-carbon; ladder-type carbon trading; conditional value at risk; distributionally robust optimization; hybrid AC/DC grids; column-and-constraint generation method

0　引言

面对严峻的生态环境以及日益增长的绿色能源需求，我国已于 2020 年提出“30·60 目标”，力争在 2060 年前实现碳中和[1-2]。风能是一种可再生的清洁能源，具有边际成本低、无碳排放等优点[3]。相对于陆上风能而言，海上风能能量密度大、稳定性高，近年来已成为各国研究的重点[4]。虽然，以风电为代表的清洁能源在生态环境保护上具有明显的优势，但是风电的随机性与波动性不仅会导致弃风现象频繁出现，同时会提高传统火电机组备用容量，使碳排放量居高不下[5-7]；因此，在兼顾低碳电

基金资助项目：国家重点研发计划政府间国际科技创新合作重点项目(2022YFE0129300)；国家自然科学基金联合基金重点支持项目(U22B200134)。
Project supported by the International Science and Technology Cooperation Program of China (2022YFE0129300), National Natural Science Foundation of China(U22B200134).

力的同时，需通过灵活鲁棒调度方式应对不确定性能源带来的潜在运行风险。

为了考虑不确定性因素给电网运行带来的影响，常见的建模方法主要包括随机优化[8]和鲁棒优化[9]两种方法。前者依赖于不确定量的准确分布，而在现实环境中很难获取不确定量的精准分布信息；而后者仅关注于最差的运行场景，忽略了不确定量的分布信息，而最差场景很可能不会发生，因此具有较大的保守性。基于上述问题，学者们提出一种分布鲁棒优化方法[10]，该方法通过构建概率分布模糊集，优化出最坏的概率分布，因而该方法不依赖于不确定量的精确分布同时具备分布鲁棒性。

当前，分布鲁棒优化方法已在电力系统得到相关应用：文献[11]提出一种基于概率驱动的高比例可再生能源渗透下输电网扩展规划模型，通过运用1–范数和无穷–范数来处理风电出力概率分布不确定性；文献[12]利用输电线路和机组的随机故障率的矩信息，建立了考虑 N-k 安全约束的日前机组组合模型；文献[13]针对微网中电动汽车的不确定性，提出基于 Wassersrein 的多微网能源交易模型；文献[14-15]采用 KL 散度的分布鲁棒优化方法来处理风光以及负荷的概率分布的不确定性。然而，上述文献仅考虑了不确定量的概率分布不确定性，但是并未在制定调度计划时考虑系统潜在的尾部风险，使得调度人员难以掌握系统的运行风险。

为了直观的掌握系统潜在的尾部风险，可借助经济学中的风险度量工具对其进行度量和分析，尤其是考虑条件风险价值(conditional value at risk，CVaR)。它不仅满足凸规划性、次可加性以及一致性公理，且预测的尾部风险更为准确[16-18]。目前，CVaR 已广泛应用于电力系统的风险管理中。文献[16]提出一种基于 CVaR 理论的综合能源两阶段优化模型，通过运用 CVaR 来规避可再生能源出力、负荷需求以及市场价格带来的潜在风险。文献[17]提出了一种多虚拟电厂共同产于的电-碳-备用交易模型，通过运用 CVaR 规避虚拟电厂内光伏出力不确定性带来的潜在风险。文献[18]提出一种基于 CVaR-双层单目标的负荷恢复模型，对风电不确定性及恢复策略风险进行定量表述。

虽然通过 CVaR 能够对系统潜在运行风险进行度量，但有关 CVaR 的相关文献大多事先假定所获不确定量的概率分布为精准概率分布，而精准概率分布在实际中是很难获得，仅能依靠大量的历史数据获得不确定量的拟合概率分布[19-20]。而后，再利用 CVaR 评估系统处于拟合分布下的尾部风险会使得所获评估结果丧失一定的鲁棒性。但可通过构建包含真实分布的概率分布模糊集的方式，扩大 CVaR 度量范围，在一定程度上能够弥补拟合分布与真实分布之间的误差给风险度量带来的负面影响，提高 CVaR 度量结果的鲁棒性。

针对上述现有文献存在的不足，本文提出考虑 CVaR 的交直流系统两阶段分布鲁棒低碳经济优化模型，在应对风荷不确定因素前提下，实现电网低碳经济安全运行。首先，通过 KL 散度构建不确定因素的概率分布模糊集，并利用 CVaR 量化极端场景下的尾部风险，使得所提分布鲁棒模型能够同时考虑概率分布不确定性以及处于最坏概率分布中极端场景下的尾部损失；进一步，将阶梯型碳交易机制引入所提分布鲁棒模型中，通过合理利用柔性资源和储能装置，增强系统运行的灵活性，实现在兼顾运行风险的前提下，降低碳排放量的目标；此外，在 C&CG 算法[21]和 Multi-cut Benders 分解算法[22]的基础上提出双循环分解快速求解算法，该方法避免繁琐的手动对等推导，同时还能够在保证求解精度的前提下，提高模型求解效率。

1 含海上风电与 VSC-HVDC 的交直流系统

图 1 所示为典型的基于 VSC-HVDC 的交直流系统结构图。整个系统由海上风电场、多端柔性直流系统、风电场侧 VSC(voltage source converter)换流站、电网侧 VSC 换流站、交流系统以及发电机组构成。VSC 换流站主要包括变压器、滤波器、电抗器以及电压型变流器。由于 VSC-HVDC 的核心器

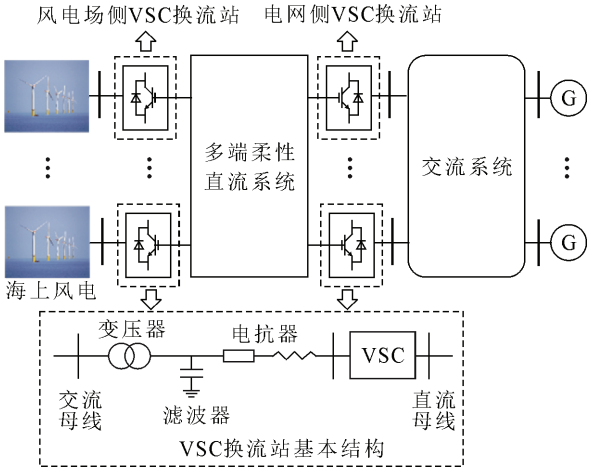


图 1 基于 VSC-HVDC 的交直流系统结构示意图

Fig.1 Configuration of a hybrid AC/VSC-HVDC grids

件为全控型器件且采用的是脉冲宽度调制 PWM 控制技术，使得 VSC-HVDC 能够实现有功与无功的独立控制且具备秒级响应速度[23]。

2　两阶段分布鲁棒低碳经济优化模型

基于上述分析，本文以含柔性直流输电技术(voltage source converter high voltage direct current, VSC-HVDC)的交直流系统为研究对象，建立考虑 CVaR 的 min-max-min 三层两阶段分布鲁棒优化模型。该模型的上层考虑的是日前确定性调度，即在风电和负荷预测值的前提下，通过最小化系统运行成本和应对日内调整阶段可能发生的随机事件所预留的备用成本，确定日前调度计划；此外，为了降低系统总碳排放量，本文将阶梯型碳交易机制引入所提分布鲁棒模型中。模型的中层考虑的是在给定的概率分布模糊集中，通过最大化日内再调整期望成本，寻找最坏场景的概率分布。模型的下层根据日前调度计划与最坏场景的概率分布，在保证系统安全运行的前提下，最小化日内再调整期望成本；此外，由于基于期望均值的评估方法难以直观体现系统决策风险以及极端场景所导致的损失影响，故将日内调整成本 CVaR 引入到日内调整阶段中，以达到度量系统在最坏概率分布下的尾部风险。

2.1　目标函数

所提模型的目标函数可表示为：

$$\min F_{\text{main}} + \max_{\delta^s \in D} \min \left(\lambda^{\text{f}} F_{\text{sub},a}^{\text{CVaR}} + (1-\lambda^{\text{f}}) \sum_{s \in N_{\text{sec}}} \delta^s F_{\text{sub},s}\right) \tag{1}$$

式中：F_{main} 表示为日前调度运行成本；$F_{\text{sub},s}$ 为系统在场景 s 中日内调整成本；$F_{\text{sub},a}^{\text{CVaR}}$ 为当置信度为 α 时系统日内调整成本的 CVaR；λ^{f} 为尾部风险系数，取值范围为 $\lambda^{\text{f}} \in [0,1]$，反映了决策者对尾部风险的考虑程度，取值越大说明决策者规避尾部风险的态度更为强烈。δ^s 为日内调整阶段中场景 s 的概率；N_{sec} 为所有场景的集合；D 为概率分布模糊集。

此外，式(1)中 F_{main} 与 $F_{\text{sub},s}$ 可分别由式(2)与式(3)表示：

$$\begin{aligned} F_{\text{main}} = & \sum_{t \in N_{\text{time}}} \left(\sum_{i \in N^{\text{ac}}} \left(\sum_{l \in \Omega_{\text{dr},i}} C_l^{\text{dr}} \left(R_{l,t}^{\text{dr,f,+}} + R_{l,t}^{\text{dr,f,-}} \right) \right) \right. \\ & + \sum_{g \in \Omega_{\text{gen},i}} \left(C_g^{\text{gn}} P_{g,t}^{\text{gn,f}} + C_g^{\text{gn,r}} \left(R_{g,t}^{\text{gn,f,+}} + R_{g,t}^{\text{gn,f,-}} \right) \right. \\ & \left. \left. + C_g^{\text{gn,on}} \alpha_{g,t}^{\text{gn,f}} + C_g^{\text{gn,off}} \beta_{g,t}^{\text{gn,f}} \right) \right) + F_{\text{pc}} \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} F_{\text{sub},s} = & \sum_{t \in N_{\text{time}}} \left(\sum_{i \in N^{\text{ac}}} \left(\sum_{l \in \Omega_{\text{dr},i}} C_{\text{sub},l}^{\text{dr}} \left(\Delta P_{l,t}^{\text{dr},s,+} + \Delta P_{l,t}^{\text{dr},s,-} \right) + \right. \right. \\ & \sum_{g \in \Omega_{\text{gen},i}} C_{\text{sub},g}^{\text{gn,r}} \left(\Delta P_{g,t}^{\text{gn},s,+} + \Delta P_{g,t}^{\text{gn},s,-} \right) + \\ & \left. \left. C_{\text{sub},i}^{\text{cut}} \Delta P_{\text{sub},i,t}^{\text{cut},s} \right) + \sum_{i \in N^{\text{dc}}} \sum_{w \in \Omega_{\text{wg},i}} C_{\text{sub},w}^{\text{cut}} \Delta P_{\text{sub},w,t}^{\text{cut},s} \right) \end{aligned} \tag{3}$$

式(2)中：N_{time} 为调度周期内的时段集合；N^{ac} 为交流子系统中节点集合；$\Omega_{\text{gen},i}$ 与 $\Omega_{\text{dr},i}$ 分别表示与交流子系统节点 i 相连的火电机组集合以及柔性负荷集合；C_l^{dr}、$R_{l,t}^{\text{dr,f,+}}$ 以及 $R_{l,t}^{\text{dr,f,-}}$ 为柔性负荷 l 备用单位成本以及在时刻 t 的上调/下调备用功率；C_g^{gn}、$C_g^{\text{gn,r}}$、$C_g^{\text{gn,on}}$ 以及 $C_g^{\text{gn,off}}$ 分别为火电机组 g 单位燃料成本、备用单位成本、开机/停机成本；$P_{g,t}^{\text{gn,f}}$、$R_{g,t}^{\text{gn,f,+}}$、$R_{g,t}^{\text{gn,f,-}}$、$\alpha_{g,t}^{\text{gn,f}}$ 以及 $\beta_{g,t}^{\text{gn,f}}$ 分别为火电机组 g 在时刻 t 的有功出力、上调/下调备用功率、启动/停止状态。N^{dc} 为交流子系统中的节点集合，$\Omega_{\text{wg},i}$ 表示与直流子系统节点 i 相连的海上风电场集合；$C_{\text{sub},w}^{\text{cut}}$、$C_{\text{sub},i}^{\text{cut}}$、$C_{\text{sub},l}^{\text{dr}}$ 以及 $C_{\text{sub},g}^{\text{gn,r}}$ 分别表示为风电场 w 的弃风单位成本、交流系统中节点 i 的切负荷单位成本、柔性负荷 l 单位调用成本和火电机组 g 单位调用成本；$\Delta P_{\text{sub},w,t}^{\text{cut},s}$、$\Delta P_{\text{sub},i,t}^{\text{cut},s}$、$\Delta P_{l,t}^{\text{dr},s,+}$、$\Delta P_{l,t}^{\text{dr},s,-}$、$\Delta P_{g,t}^{\text{gn},s,+}$ 以及 $\Delta P_{g,t}^{\text{gn},s,-}$ 分别表示在时刻 t 场景 s 中风电场 w 的弃风量、节点 i 的切负荷量、柔性负荷 l 的上调/下调功率、火电机组 g 上调/下调功率。

此外，式(2)中 F_{pc} 为碳交易成本[5]，可通过式(4)—(14)获得：

$$F_{\text{pc}} = -E_{\text{p}}^{-} K_{\text{e}} + \sum_{r \in N_{\text{rar}}} K_{\text{f},r} E_{\text{p},r}^{+} \tag{4}$$

$$E_{\text{p}} = \sum_{t \in N_{\text{time}}} \sum_{i \in N^{\text{ac}}} \sum_{g \in \Omega_{\text{gen},i}} \rho_g^{\text{gn}} P_{g,t}^{\text{gn,f}} \tag{5}$$

$$E_{\text{q}} = \beta \sum_{t \in N_{\text{time}}} \sum_{i \in N^{ac}} P_{\text{pre},i,t}^{\text{load}} \tag{6}$$

$$E_{\text{p}} - E_{\text{q}} = E_{\text{p}}^{+} - E_{\text{p}}^{-} \tag{7}$$

$$E_{\text{p}}^{+} \le \left(1 - Z_{\text{q}}\right) M_{\text{q}} E_{\text{q}} \ ; E_{\text{p}}^{-} \le Z_{\text{q}} M_{\text{q}} E_{\text{q}} \tag{8}$$

$$0 \le E_{\text{p},r}^{+} \le E_{\text{p},r,\max}^{+} \tag{9}$$

$$E_{\text{p},r}^{+} \le E_{\text{p},r-1}^{+} \tag{10}$$

$$-E_{\text{p},r}^{+} + E_{\text{p},r,\max}^{+} \le E_{\text{p},r,\max}^{+} Z_{\text{p},r}^{+} \tag{11}$$

$$E_{\text{p},r}^{+} \le E_{\text{p},r,\max}^{+} \left(1 - Z_{\text{p},r}^{+}\right) \tag{12}$$

$$E_{\text{p}}^{+} = \sum_{r \in N_{\text{rar}}} E_{\text{p},r}^{+} \tag{13}$$

$$K_{\text{f,r}} = \left(1 + \sigma\left(r - 1\right)\right) K_{\text{e}} \tag{14}$$

式中：K_{e} 为初始碳交易价格；$K_{\text{f},r}$ 为第 r 段中的阶梯型碳交易价格；ρ_g^{gn} 为火电机组 g 单位碳排放量；β 为单位电量碳排放配额分配系数；E_{p} 为系统碳排放总量；E_{q} 为系统所分配到的总碳排放配额；$P_{\text{pre},i,t}^{\text{load}}$

表示为交流子系统节点 i 在时刻 t 的有功负荷预测值；E_{p}^{+} 和 E_{p}^{-} 均为非负辅助变量；M_{q} 为足够大的正实数；Z_{q} 和 $Z_{\mathrm{p},r}^{+}$ 均为 0-1 辅助整数变量；$E_{\mathrm{p},r,\max}^{+}$ 为碳排放区间长度；$E_{\mathrm{p},r}^{+}$ 为系统在第 r 段中的碳排放量；N_{rar} 为阶型碳排放机制中的区间分段集合；σ 为碳交易价格的增长幅度。式(5)为机组碳排量；式(6)为系统碳排放配额；式(7)—(14)为运用分段线性法计算系统碳交易量的补充约束。

对于 $F_{\mathrm{sub},a}^{\mathrm{CVaR}}$ 而言，可通过引入补充辅助变量 η 和 Z^s，将其转化成线性模型进行求解[18]。

$$F_{\mathrm{sub},a}^{\mathrm{CVaR}}=\min\ \eta+(\sum_{s\in N_{\mathrm{sec}}}\delta^s Z^s)/(1-a) \tag{15}$$

$$\text{s.t}\quad F_{\mathrm{sub},s}-\eta\le Z^s\ ;\ Z^s\ge 0 \tag{16}$$

式中：α为置信度；求解完成后，η为置信度为α下系统日内调整成本风险价值；Z^s 为场景 s 的损失超出日内调整成本风险价值的超出量。

2.2 日前调度阶段约束

1）交直流系统功率平衡方程

$$\sum_{j\in N^{\mathrm{ac}}}P_{i,j,t}^{\mathrm{ac,f}}=\sum_{g\in\Omega_{\mathrm{gen},i}}P_{g,t}^{\mathrm{gn,f}}+\sum_{v\in\Omega_{v,i}^{\mathrm{pcc}}}P_{v,t}^{\mathrm{pcc,f}}-P_{\mathrm{pre},i,t}^{\mathrm{load}} \tag{17}$$

$$\sum_{j\in N^{\mathrm{ac}}}P_{i,j,t}^{\mathrm{dc,f}}=\sum_{w\in\Omega_{\mathrm{wg},i}}P_{\mathrm{pre},w,t}^{\mathrm{wind}}-\sum_{v\in\Omega_{v,i}^{\mathrm{conv}}}P_{v,t}^{\mathrm{conv,f}} \tag{18}$$

式中：$P_{i,j,t}^{\mathrm{ac,f}}$ 为交流子系统线路 ij 在时刻 t 传输的有功功率；$P_{v,t}^{\mathrm{pcc,f}}$ 为第 v 个 VSC 在时刻 t 注入交流子系统的有功；$P_{i,j,t}^{\mathrm{dc,f}}$ 为直流子系统线路 ij 在时刻 t 传输的有功功率；$P_{\mathrm{pre},w,t}^{\mathrm{wind}}$ 为风电场 w 在时刻 t 注入到直流子系统的有功功率预测值；$P_{v,t}^{\mathrm{conv,f}}$ 为第v个VSC在时刻 t 向直流子系统吸收的有功；$\Omega_{v,i}^{\mathrm{pcc}}$ 表示与交流子系统节点 i 相连的 VSC 集合；$\Omega_{v,i}^{\mathrm{conv}}$ 表示与直流子系统节点 i 相连的 VSC 集合。

2）交直流系统线路传输约束

$$P_{i,j,t}^{\mathrm{ac,f}}=-B_{i,j}^{\mathrm{ac}}(\delta_{i,t}^{\mathrm{f}}-\delta_{j,t}^{\mathrm{f}}) \tag{19}$$

$$-P_{i,j,\max}^{\mathrm{ac}}\le P_{i,j,t}^{\mathrm{ac,f}}\le P_{i,j,\max}^{\mathrm{ac}} \tag{20}$$

$$P_{i,j,t}^{\mathrm{dc,f}}=G_{i,j}^{\mathrm{dc}}(U_{i,t}^{\mathrm{dc,f}}-U_{j,t}^{\mathrm{dc,f}}) \tag{21}$$

$$-P_{i,j,\max}^{\mathrm{dc}}\le P_{i,j,t}^{\mathrm{dc,f}}\le P_{i,j,\max}^{\mathrm{dc}} \tag{22}$$

式中：$\delta_{i,t}^{\mathrm{f}}$ 为交流子系统节点 i 在时刻 t 的电压相角；$B_{i,j}^{\mathrm{ac}}$ 和 $P_{i,j,\max}^{\mathrm{ac}}$ 为交流子系统线路 ij 的电纳以及最大传输功率；$G_{i,j}^{\mathrm{dc}}$ 和 $P_{i,j,\max}^{\mathrm{dc}}$ 直流子系统线路 ij 的电导和最大传输功率；$U_{i,t}^{\mathrm{dc,f}}$ 为直流子系统节点 i 在时刻 t 的电压值。式(19)和式(20)分别为交流线路 ij 潮流方程以及传输容量约束[24]；式(21)和式(22)分别为直流线路 ij 的潮流方程以及传输容量约束[25]。

3）VSC 传输功率约束和下垂控制方程[24-26]

$$P_{v,t}^{\mathrm{pcc,f}}=P_{v,t}^{\mathrm{conv,f}}=-B_{v}^{\mathrm{conv}}(\delta_{v,c,t}^{\mathrm{ac,f}}-\delta_{v,s,t}^{\mathrm{ac,f}}) \tag{23}$$

$$P_{v,\min}^{\mathrm{pcc}}\le P_{v,t}^{\mathrm{pcc,f}}\le P_{v,\max}^{\mathrm{pcc}} \tag{24}$$

$$P_{v,t}^{\mathrm{pcc,f}}=R_{v,t}^{\mathrm{vsc,f}}\left(U_{v}^{\mathrm{vsc,ref}}-U_{v,j,t}^{\mathrm{dc,f}}\right)+P_{v}^{\mathrm{vsc,ref}} \tag{25}$$

$$R_{v,\min}^{\mathrm{vsc}}\le R_{v,t}^{\mathrm{vsc,f}}\le R_{v,\max}^{\mathrm{vsc}} \tag{26}$$

式中：换流站的电抗器和变压器已被等效为一条支路，B_{v}^{conv} 为第 v 个 VSC 中等效支路的电纳；$\delta_{v,c,t}^{\mathrm{ac,f}}$ 和 $\delta_{v,s,t}^{\mathrm{ac,f}}$ 为第 v 个 VSC 中等效支路在时刻 t 的首端电压相角和末端电压相角；$U_{v,j,t}^{\mathrm{dc,f}}$ 为与第 v 个 VSC 相连的直流子系统节点 j 的电压值；$R_{v,t}^{\mathrm{vsc,f}}$ 为第 v 个 VSC 在时刻 t 时的下垂控制系数；$U_{v}^{\mathrm{vsc,ref}}$、$P_{v}^{\mathrm{vsc,ref}}$、$R_{v,\min}^{\mathrm{vsc}}$、$R_{v,\max}^{\mathrm{vsc}}$、$P_{v,\max}^{\mathrm{pcc}}$ 以及 $P_{v,\min}^{\mathrm{pcc}}$ 分别为第 v 个 VSC 的下垂控制系数、参考电压、参考功率、下垂控制系统上限/下限以及传输功率上限/下限。需要注意的是：上述约束方程忽略了 VSC 的功率损耗[27-28]。

4）火电机组运行约束[29-30]

$$a_{g,t}^{\mathrm{gn,f}}-\beta_{g,t}^{\mathrm{gn,f}}=u_{g,t}^{\mathrm{gn,f}}-u_{g,t-1}^{\mathrm{gn,f}} \tag{27}$$

$$a_{g,t}^{\mathrm{gn,f}}-\beta_{g,t}^{\mathrm{gn,f}}\le 1 \tag{28}$$

$$(X_{g,t-1}^{\mathrm{gn,on}}-T_{g}^{\mathrm{gn,on}})(u_{g,t-1}^{\mathrm{gn,f}}-u_{g,t}^{\mathrm{gn,f}})\ge 0 \tag{29}$$

$$(X_{g,t-1}^{\mathrm{gn,off}}-T_{g}^{\mathrm{gn,off}})(u_{g,t}^{\mathrm{gn,f}}-u_{g,t-1}^{\mathrm{gn,f}})\ge 0 \tag{30}$$

$$P_{g,t}^{\mathrm{gn,f}}+R_{g,t}^{\mathrm{gn,f,+}}-P_{g,t-1}^{\mathrm{gn,f}}\le P_{g}^{\mathrm{gn,up}} \tag{31}$$

$$-P_{g,t}^{\mathrm{gn,f}}-R_{g,t}^{\mathrm{gn,f,-}}+P_{g,t-1}^{\mathrm{gn,f}}\le P_{g}^{\mathrm{gn,down}} \tag{32}$$

$$P_{g,t}^{\mathrm{gn,f}}+R_{g,t}^{\mathrm{gn,f,+}}\le u_{g,t}^{\mathrm{gn,f}}P_{g,\max}^{\mathrm{gn}} \tag{33}$$

$$P_{g,t}^{\mathrm{gn,f}}-R_{g,t}^{\mathrm{gn,f,-}}\ge u_{g,t}^{\mathrm{gn,f}}P_{g,\min}^{\mathrm{gn}} \tag{34}$$

$$0\le R_{g,t}^{\mathrm{gn,f,+}}\le R_{g,\max}^{\mathrm{gn,f,+}} \tag{35}$$

$$0\le R_{g,t}^{\mathrm{gn,f,-}}\le R_{g,\max}^{\mathrm{gn,f,-}} \tag{36}$$

式中：$X_{g,t}^{\mathrm{gn,on}}$ 和 $X_{g,t}^{\mathrm{gn,off}}$ 分别为火电机组 g 开机/停机时间统计量；$u_{g,t}^{\mathrm{gn,f}}$ 为火电机组 g 在时刻 t 的运行状态；$T_{g}^{\mathrm{gn,on}}$、$T_{g}^{\mathrm{gn,off}}$、$P_{g}^{\mathrm{gn,up}}$、$P_{g}^{\mathrm{gn,down}}$、$P_{g,\max}^{\mathrm{gn}}$、$P_{g,\min}^{\mathrm{gn}}$、$R_{g,\max}^{\mathrm{gn,f,+}}$ 以及 $R_{g,\max}^{\mathrm{gn,f,-}}$ 分别为火电机组g最小开机时间、最小停机时间、最大上调/下调爬坡速率、最大/最小输出功率、最大上调/下调备用量。式(27)—(28)、式(29)—(30)、式(31)—(32)、式(33)—(34)以及式(35)—(36)分别为机组的启停约束、最小启停时间约束、爬坡约束、机组出力约束以及机组备用容量约束。

5）直流子系统电压约束

$$U_{i,\min}^{\mathrm{dc}}\le U_{i,t}^{\mathrm{dc,f}}\le U_{i,\max}^{\mathrm{dc}} \tag{37}$$

式中：$U_{i,\max}^{\mathrm{dc}}$ 和 $U_{i,\min}^{\mathrm{dc}}$ 分别为直流子系统节点 i 的电压上限/下限。

6）柔性负荷备用约束[31]

$$0\le R_{l,t}^{\mathrm{dr,f,+}}\le R_{l,\max}^{\mathrm{dr,f,+}};0\le R_{l,t}^{\mathrm{dr,f,-}}\le R_{l,\max}^{\mathrm{dr,f,-}} \tag{38}$$

式中：$R_{l,\max}^{\mathrm{dr,f,+}}$ 和 $R_{l,\max}^{\mathrm{dr,f,-}}$ 分别为柔性负荷 l 上调/下调备用最大值。

2.3　日内调整阶段约束

1）交直流系统功率平衡方程

$$\sum_{j\in N^{\mathrm{ac}}} P_{i,j,t}^{\mathrm{ac},s} = \sum_{g\in\Omega_{\mathrm{gen},i}} P_{g,t}^{\mathrm{gn},s} + \sum_{v\in\Omega_{\mathrm{gv},i}^{\mathrm{pcc}}} P_{v,t}^{\mathrm{pcc},s} + \sum_{b\in\Omega_{\mathrm{bss},i}} P_{b,t}^{\mathrm{bss},s} - P_{i,t}^{\mathrm{load},s} \tag{39}$$

$$\sum_{j\in N^{\mathrm{ac}}} P_{i,j,t}^{\mathrm{dc},s} = \sum_{w\in\Omega_{\mathrm{wg},i}} P_{w,t}^{\mathrm{wind},s} - \sum_{v\in\Omega_{\mathrm{gv},i}^{\mathrm{conv}}} P_{v,t}^{\mathrm{conv},s} \tag{40}$$

式中：$P_{i,j,t}^{\mathrm{ac},s}$ 为交流子系统线路 ij 在时刻 t 场景 s 中传输的有功功率；$P_{v,t}^{\mathrm{pcc},s}$ 为第 v 个 VSC 在时刻 t 场景 s 中注入交流子系统的有功功率；$P_{g,t}^{\mathrm{gn},s}$ 和 $P_{b,t}^{\mathrm{bss},s}$ 为时刻 t 场景 s 分别由火电机组 g 和储能装置 b 所注入的有功功率；$P_{i,t}^{\mathrm{load},s}$ 为交流子系统节点 i 在时刻 t 场景 s 中经过调整后的有功负荷；$P_{i,j,t}^{\mathrm{dc},s}$ 为直流子系统线路 ij 在时刻 t 场景 s 中传输的有功功率；$P_{w,t}^{\mathrm{wind},s}$ 为风电场 w 在时刻 t 场景 s 中经过调整后注入到直流子系统的有功功率；$P_{v,t}^{\mathrm{conv},s}$ 为第 v 个 VSC 在时刻 t 场景 s 中向直流子系统吸收有功功率。

2）火电机组调整约束

$$0 \le \Delta P_{g,t}^{\mathrm{gn,f,+}} \le R_{g,t}^{\mathrm{gn,f,+}} \tag{41}$$

$$0 \le \Delta P_{g,t}^{\mathrm{gn,f,-}} \le R_{g,t}^{\mathrm{gn,f,-}} \tag{42}$$

$$P_{g,t}^{\mathrm{gn},s} = P_{g,t}^{\mathrm{gn,f}} + \Delta P_{g,t}^{\mathrm{gn,f,+}} - \Delta P_{g,t}^{\mathrm{gn,f,-}} \tag{43}$$

$$-P_{g}^{\mathrm{gn,down}} \le P_{g,t}^{\mathrm{gn},s} - P_{g,t-1}^{\mathrm{gn},s} \le P_{g}^{\mathrm{gn,up}} \tag{44}$$

式(41)—(42)、(43)以及(44)分别为在日内阶段中火电机组 g 调整约束、出力约束与爬坡约束。

3）柔性负荷调整约束

$$0 \le \Delta P_{\mathrm{l},t}^{\mathrm{dr,f,+}} \le R_{l,t}^{\mathrm{dr,f,+}};\ 0 \le \Delta P_{l,t}^{\mathrm{dr,f,-}} \le R_{l,t}^{\mathrm{dr,f,-}} \tag{45}$$

$$0 \le \Delta P_{\mathrm{i},t}^{\mathrm{cut},s} \le P_{\mathrm{i},t,\max}^{\mathrm{cut}} \tag{46}$$

$$P_{i,t}^{\mathrm{load},s} = P_{\mathrm{real},i,t}^{\mathrm{load},s} - \Delta P_{i,t}^{\mathrm{cut},s} + \sum_{l\in\Omega_{\mathrm{dr},i}} (\Delta P_{l,t}^{\mathrm{dr},s,+} - \Delta P_{l,t}^{\mathrm{dr},s,-}) \tag{47}$$

式中：$P_{\mathrm{real},i,t}^{\mathrm{load},s}$ 为交流子系统节点 i 在时刻 t 场景 s 中调整前的有功负荷；$P_{i,t,\max}^{\mathrm{cut}}$ 为交流子系统节点 i 在时刻 t 时最大切负荷量。

4）储能装置运行约束[32-33]

$$E_{b,t+1}^{\mathrm{bss},s} = E_{b,t}^{\mathrm{bss},s} + \left(\eta_{\mathrm{char},b}^{\mathrm{bss}} P_{\mathrm{char},b,t}^{\mathrm{bss},s} - P_{\mathrm{dis},b,t}^{\mathrm{bss},s} / \eta_{\mathrm{dis},b}^{\mathrm{bss}}\right)\Delta t \tag{48}$$

$$E_{b,\mathrm{start}}^{\mathrm{bss}} = E_{b,\mathrm{final}}^{\mathrm{bss}} \tag{49}$$

$$E_{b,\min}^{\mathrm{bss}} \le E_{b,t}^{\mathrm{bss},s} \le E_{b,\max}^{\mathrm{bss}} \tag{50}$$

$$0 \le P_{\mathrm{dis},b,t}^{\mathrm{bss},s} \le A_{\mathrm{dis},b,t}^{\mathrm{bss},s} P_{\mathrm{dis},b,\max}^{\mathrm{bss}} \tag{51}$$

$$0 \le P_{\mathrm{char},b,t}^{\mathrm{bss},s} \le \left(1 - A_{\mathrm{dis},b,t}^{\mathrm{bss},s}\right) P_{\mathrm{char},b,\max}^{\mathrm{bss}} \tag{52}$$

$$P_{b,t}^{\mathrm{bss},s} = P_{\mathrm{dis},b,t}^{\mathrm{bss},s} - P_{\mathrm{char},b,t}^{\mathrm{bss},s} \tag{53}$$

式中：$E_{b,t}^{\mathrm{bss},s}$、$P_{\mathrm{char},b,t}^{\mathrm{bss},s}$、$P_{\mathrm{dis},b,t}^{\mathrm{bss},s}$、$\eta_{\mathrm{char},b}^{\mathrm{bss}}$、$\eta_{\mathrm{dis},b}^{\mathrm{bss}}$、$E_{b,\mathrm{start}}^{\mathrm{bss}}$、$E_{b,\mathrm{final}}^{\mathrm{bss}}$、$E_{b,\min}^{\mathrm{bss}}$、$E_{b,\max}^{\mathrm{bss}}$、$P_{\mathrm{char},b,max}^{\mathrm{bss}}$、$P_{\mathrm{dis},b,\max}^{\mathrm{bss}}$ 以及 $A_{\mathrm{dis},b,t}^{\mathrm{bss},s}$ 分别为储能装置 b 在时刻 t 场景 s 中的能量水平、充电功率、放电功率、充电效率、放电效率、起始能量水平、终止能量水平、能量水平下限/上限、充电/放电功率上限、放电状态。式(48)—(52)分别为储能装置 b 能量平衡约束、始末能量相等约束、能量水平限制约束以及放电\充电最大功率约束。Δt 为时段间隔，取 1 h。

5）弃风约束

$$P_{w,t}^{\mathrm{wind},s} = P_{\mathrm{real},w,t}^{\mathrm{wind},s} - \Delta P_{w,t}^{\mathrm{cut},s} \tag{54}$$

$$0 \le \Delta P_{w,t}^{\mathrm{cut},s} \le P_{w,t,\max}^{\mathrm{cut}} \tag{55}$$

式中：$P_{\mathrm{real},w,t}^{\mathrm{wind},s}$ 为风电场 w 在时刻 t 场景 s 中调整前的有功；$P_{w,t,\max}^{\mathrm{cut}}$ 为风电场 w 在时刻 t 时最大弃风量。

除上述约束(39)—(55)之外，日内调整阶段的约束条件还包括线路传输约束、VSC 传输功率约束和下垂控制方程、直流子系统电压约束，这些约束条件与日前调度阶段中的约束相似，故不再赘述。

2.4　不确定性概率分布模糊集

概率分布模糊集通常可以划分成：基于统计矩[34-35]和基于距离的模糊集[36-37]。前者利用矩信息建立分布模糊集，但是所建模糊集可能会出现包含与真实相差较大的概率分布，且通常还需要转成半正定规划进行求解，导致模型求解难度增加。而后者更易利用历史数据，使得所包含概率分布更加接近于经验分布，因此基于距离模糊集的保守程度要更低[36]。进一步，相对于 Prokhorov 度量、Wasserstein 度量等其他常见的距离度量函数而言，基于 KL 散度所构建的概率模糊集的可解性更高[36]。因此，本文利用 KL 散度构建风电、负荷的概率分布模糊集。一般来说，两个概率分布之间的 KL 距离可由下式表示[36]：

$$D_{\mathrm{KL}}(P \,\|\, P_{\mathrm{o}}) = \sum_{m\in N_{\mathrm{m}}} \pi_m \ln(\pi_m / \pi_m^{\mathrm{o}}) \tag{56}$$

式中：P_{o} 为参考分布，在本文中可以通过对历史数据进行拟合后获得；N_{m} 为样本区间总数；π_m^{o} 和 π_m 分别为第 m 个区间样本在参考分布 P_{o} 中或者在实际分布 P 中的离散概率。

进一步，基于 KL 散度的概率分布模糊集可为：

$$D = \{P \mid D_{\mathrm{KL}}(P \,\|\, P_{\mathrm{o}}) \le d_{\mathrm{p}}\} \tag{57}$$

式中：d_{p} 为距离容差，取值范围是$[0, \infty]$，反映决策者对参考分布的信任程度；d_{p} 取值越大，模糊集 D 中所包含的分布函数越多，可供搜索的范围大，说明决策者对参考分布的信任度较低，规避分布风

险的态度更为强烈；相反，当 d_{p} 越小甚至等于 0 时，实际分布 P 与参考分布 P_{o} 之间的 KL 距离越小，模糊集 D 中所包含的分布函数越少，直到趋近于仅包含参考分布 P_{o}。

根据文献[38]可知，d_{p} 可采用如下公式确定：

$$d_{\mathrm{p}} = \chi^2_{\mathrm{R}\text{-}1,a^*} \tag{58}$$

式中：$\chi^2_{\mathrm{R}\text{-}1,a^*}$ 为卡布分布 a^*上分位数，能够保证实际分布以不小于的概率包含在模糊集 D 中。

3 模型求解

针对 min-max-min 三层模型，目前最常用的求解方法为 C&CG 算法[21]。若直接运用 C&CG 算法求解所提分布鲁棒优化模型，则每当内层 max-min 模型寻找到一个更差的概率分布，就需要返回一组新的变量和约束至 C&CG 算法中的主问题。但由于下层 min 模型中包含多个离散场景，使得返回至 C&CG 算法主问题的模型规模逐渐增大，会严重影响整个模型的求解速率。而 Benders 分解算法对于求解包含多个互不影响的离散场景的单层模型是最为适合的，为此本文在 C&CG 算法和 Benders 分解算法的基础上提出双循环分解算法。

在所提双循环分解算法中，C&CG 算法构成外循环算法，Benders 分解算法构成内循环算法。进一步，考虑到传统 Benders 分解算法收敛性较慢的问题，本文利用 Multi-cut Benders 分解算法求解 C&CG 算法中的主问题[22]。为了更清晰地说明求解过程，将上述模型写成如下紧凑形式：

$$\min_{\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}} (\boldsymbol{M}^{\mathrm{o}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}} + \max_{\delta^s\in D}\min_{\boldsymbol{x}^s,\eta,Z^s} (\lambda^{\mathrm{f}}(\eta + \textstyle\sum_{s\in N_{sec}}\delta^s Z^s/(1-a)) + (1-\lambda^{\mathrm{f}})\textstyle\sum_{s\in N_{sec}}\delta^s(\boldsymbol{M}^s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^s) \tag{59}$$

$$\text{s.t.} \quad \boldsymbol{B}\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}} \le \boldsymbol{b} \tag{60}$$

$$\boldsymbol{E}\boldsymbol{x}^s \le \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}} + \boldsymbol{h} \tag{61}$$

$$(\boldsymbol{M}^s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^s - \eta \le Z^s;\ Z^s \ge 0 \tag{62}$$

式中：$\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}$ 表示为日前调度决策向量；$\boldsymbol{x}^s$ 表示为日内调整阶段中场景 s 下决策向量；$\boldsymbol{M}^{\mathrm{o}}$、$\boldsymbol{M}^s$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{F}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{h}$ 分别为对应目标函数及约束条件的常数矩阵。

3.1 外循环：C&CG 算法

3.1.1 外循环主问题

原分布鲁棒优化模型中内层 max-min 模型每寻找到一个更坏场景的概率分布，就需要多返回一组新的约束和变量到外循环主问题中。因此，第 i 次外循环迭代过程中外循环主问题可表示为：

$$\min_{\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}} (\boldsymbol{M}^{\mathrm{o}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}} + \varpi \tag{63}$$

$$\text{s.t.} \quad \boldsymbol{B}\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}} \le \boldsymbol{b} \tag{64}$$

$$\varpi \ge (1-\lambda^{\mathrm{f}})\textstyle\sum_{s\in N_{sec}}\delta^s_{(k)}(\boldsymbol{M}^s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^s_{(k)} + \lambda^{\mathrm{f}}(\eta + \sum_{s\in N_{sec}}\delta^s_{(k)}Z^s_{(k)}/(1-a)),\ \forall\ 0\le k\le i-1 \tag{65}$$

$$\boldsymbol{E}\boldsymbol{x}^s_{(k)} \le \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}} + \boldsymbol{h},\ \forall\ 0\le k\le i-1 \tag{66}$$

$$(\boldsymbol{M}^s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^s_{(k)} - \eta \le Z^s_{(k)};\ Z^s_{(k)} \ge 0,\ \forall\ 0\le k\le i\text{-}1 \tag{67}$$

式中：$\delta^s_{(k)}$ 为第 k 次迭代过程中求解 C&CG 子问题所获得的更坏场景概率分布；$\boldsymbol{x}^s_{(k)}$ 和 $Z^s_{(k)}$ 为主问题中新增优化变量；ϖ 为待优化的第二阶段目标值。

3.1.2 外循环子问题

外循环子问题的作用是寻找出最坏场景概率分布并将其返回至外循环主问题中。第 i 次外循环迭代过程中外循环子问题可表示为：

$$\max_{\delta^s\in D}\min_{\boldsymbol{x}^s,\eta,Z^s} (\lambda^{\mathrm{f}}(\eta + \textstyle\sum_{s\in N_{sec}}\delta^s Z^s/(1-a)) + (1-\lambda^{\mathrm{f}})\textstyle\sum_{s\in N_{sec}}\delta^s(\boldsymbol{M}^s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^s) \tag{68}$$

$$\text{s.t.} \quad \boldsymbol{E}\boldsymbol{x}^s \le \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}_{(i)} + \boldsymbol{h} \tag{69}$$

$$(\boldsymbol{M}^s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^s - \eta \le Z^s;\ Z^s \ge 0 \tag{70}$$

式中：$\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}_{(i)}$ 为第 i 次求解外循环主问题所获得的决策向量。由于 δ^s 在下层 min 模型中为固定的标量，同时 δ^s 值并不会影响下层模型的可行域[21],且各个离散场景之间互不影响，故外循环子问题可以解耦成如下两个独立步骤求解，避免对下层 min 模型的整体对偶。外循环子问题求解过程可表示如下：

1）并行求解如下 s 个混合整数线性模型：

$$\varphi^s = \min_{\boldsymbol{x}^s} (\boldsymbol{M}^s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^s \tag{71}$$

$$\text{s.t.} \quad \boldsymbol{E}\boldsymbol{x}^s \le \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}^{so}_{(i)} + \boldsymbol{h} \tag{72}$$

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}_{(i)} = \boldsymbol{x}^{\mathrm{so}}_{(i)} \tag{73}$$

式(73)为变量传递约束，将外循环主问题所求的控制向量传递给内循环子问题，其中 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{so}}_{(i)}$ 为传递向量。

2）将求解子问题下层 min 模型所获得 $\varphi^s_{(i)}$ 带入子问题上层 max 模型中，并继续求解如下非线性、凸模型，即可得到一组最坏场景概率分布 $\delta^s_{(i)}$。

$$\max_{\delta^s\in D}\min_{\eta,Z^s} (1-\lambda^{\mathrm{f}})\textstyle\sum_{s\in N_{sec}}\delta^s\varphi^s_{(i)} + \lambda^{\mathrm{f}}(\eta + \sum_{s\in N_{sec}}\delta^s Z^s/(1-a)) \tag{74}$$

$$\text{s.t.} \quad \varphi^s_{(i)} - \eta \le Z^s;\ Z^s \ge 0 \tag{75}$$

由于在内层 min 模型而言，δ^s 为固定的标量，故可以通过 KKT(Karush-Kuhn-Tucker Conditions)

将上述双层模型转换成单层模型进行求解。

3.2　内循环：Multi-cut Benders 分解算法

为了加快求解外循环主问题，本文利用 Multi-cut Benders 分解算法构造内循环结构对其求解。Multi-cut Benders 分解算法同样需要将外循环主问题再次分解成内循环主问题以及子问题，并进行迭代求解。

3.2.1　内循环主问题

根据第 i 次迭代过程中外循环主问题，可分解得到第 j 次内循环主问题，其表达形式如下：

$$F=\min_{\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}}\ (\boldsymbol{M}^{\mathrm{o}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}+\varpi \tag{76}$$

$$\text{s.t.}\qquad \boldsymbol{B}\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}\le\boldsymbol{b} \tag{77}$$

$$\varpi\ge\lambda^{\mathrm{f}}(\eta+\textstyle\sum_{s\in N_{\mathrm{sec}}}\delta^{s}_{(k)}Z^{s}_{(k)}/(1-a))+(1-\lambda^{\mathrm{f}})\sum_{s\in N_{\mathrm{sec}}}\delta^{s}_{(k)}\theta^{s},\quad \forall\ 0\le k\le i-1,0\le\tau\le j-1 \tag{78}$$

$$\theta^{s}\ge\varphi^{s}_{(k,\tau)}+\boldsymbol{\pi}^{s}_{(k,\tau)}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}-\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}_{(k,\tau)}),\quad \forall\ 0\le k\le i-1,0\le\tau\le j-1 \tag{79}$$

$$\theta^{s}-\eta\le Z^{s};\ Z^{s}\ge 0 \tag{80}$$

式中：$\varphi^{s}_{(k,\tau)}$ 和 $\boldsymbol{\pi}^{s}_{(k,\tau)}$ 分别为第 k 次外循环中第τ次求解内循环子问题时场景 s 的目标值，以及变量传递约束的拉格朗日乘子；θ^{s} 为中间辅助变量。式(78)—(80)构成包含 CVaR 的 Multi-Benders 割约束。

3.2.2　内循环子问题

第 j 次内循环子问题可由目标函数(68)以及约束(69)—(70)构成。值得注意的是，相比于外循环子问题而言，在内循环子问题中，δ^{s} 为常数。对于求解内循环子问题而言，同样可以参考求解外循环子问题中的两个独立步骤。此外，由于该下层 min 模型为混合整数线性模型，使得变量传递约束(73)的拉格朗日乘子 $\boldsymbol{\pi}^{s}_{(k,\tau)}$ 不能直接获得，但可以根据文献[32]，在下层 min 模型的基础上建立辅助模型，并通过求解辅助模型来获得变量传递约束的拉格朗日乘子 $\boldsymbol{\pi}^{s}_{(k,\tau)}$。

3.3　求解流程与步骤

针对所提模型，基于 C&CG 算法和 Multi-cut Benders 分解算法的双循环分解算法的求解流程图(见图 2)与步骤如下所示。

步骤 1：初始化循环分解算法相关参数，设置外循环迭代次数 i=1 和内循环迭代次数 j=1，获取在参考分布 P_0 中各个场景概率 $\delta^{s}_{(0)}$；同时，设置外循环上、下限 $U_{\mathrm{ot}}=+\infty$，$L_{\mathrm{ot}}=-\infty$，以及内循环上、下限 $U_{\mathrm{in}}=+\infty$，$L_{\mathrm{in}}=-\infty$。

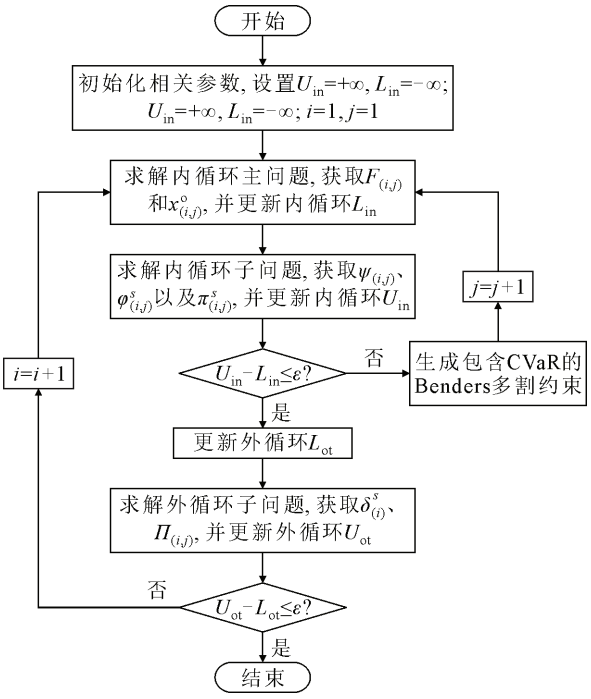


图 2　所提双循环分解算法的流程图

Fig.2　Flowchat of the double-cycle decomposition method

步骤 2：求解第 j 次内循环主问题，得目标值 $\boldsymbol{F}_{(i,j)}$ 以及 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}_{(i,j)}$，更新 $L_{\mathrm{in}}=\boldsymbol{F}_{(i,j)}$；将传递给内循环子问题并对其求解，可得 $\psi_{(i,j)}$，$\varphi^{s}_{(i,j)}$ 以及 $\pi^{s}_{(i,j)}$，更新 $U_{\mathrm{in}}=\min(U_{\mathrm{in}},(\boldsymbol{M}^{\mathrm{o}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}_{(i,j)}+\psi_{(i,j)})$，并转步骤 3。

步骤 3：如果 $U_{\mathrm{in}}-L_{\mathrm{in}}\le\varepsilon$ 成立，则步骤 2 中所得 $\boldsymbol{F}_{(i,j)}$ 和 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}_{(i,j)}$ 即为当前第 i 次外循环主问题的目标值和最优决策值，更新 $L_{\mathrm{ot}}=\boldsymbol{F}_{(i,j)}$；否则，生成包含 CVaR 的 Multi-Benders 多割约束，更新 $j=j+1$，并返回步骤 2，继续寻找当前第 i 次外循环主问题的目标值和最优决策值。

步骤 4：在步骤 2 所获 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}_{(i,j)}$ 的基础上，求解第 i 次外循环子问题，即可得到一组新的 $\delta^{s}_{(i)}$ 以及外循环子问题目标值(为区分 $\psi_{(i,j)}$，将其标记为 $\Pi_{(i,j)}$)，并更新 $U_{\mathrm{ot}}=\min(U_{\mathrm{ot}},(\boldsymbol{M}^{\mathrm{o}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^{\mathrm{o}}_{(i,j)}+\Pi_{(i,j)})$，同时转步骤 5。

步骤 5：如果 $U_{\mathrm{ot}}-L_{\mathrm{ot}}\le\varepsilon$成立，则问题收敛，停止迭代；否则，$i=i+1$，同时重置内循环上、下限，并返回步骤 2。

4　案例分析

本文以改进 IEEE RTS-79 测试系统为算例进行分析，其中交流系统为 IEEE RTS-79 标准系统，相关参数可见文献[39]；图 3 为该改进 IEEE RTS-79

测试系统中的直流系统拓扑结构图，直流系统线路参数已在图 3 中标注。交流系统节点 7 与节点 11 中配置储能装置，配置的容量为 30MWh，充放电效率分别为 0.94 以及 0.90，最小荷电状态与最大荷电状态分别为所配置储能装置容量的 20%以及 90%，输出的最大视在功率 7.5MVA。

此外，本文假设通过历史数据获得 5000 个随机场景，然后利用 K-Means 聚类法筛选出 10 个离散典型场景，并获得各个离散场景的初始概率值[40]。假定电量边际排放因子为 1.002，容量边际排放因此为 0.594，以 2 者权重各 50%加权得到单位电量碳排放配额分配系数为 0.798[5]。尾部风险系数 λ^{f}，初始为 0.1；描述分布风险的距离容差 d_{p}，初始为 0.01；碳交易价格 K_{e} 设定成 15 元/t；碳交易价格增长幅度σ为25%。本文采用 GAMS/GUROBI 商业求解器进行求解，系统以 24 h 为周期、1 h 为调度步长进行仿真验证；仿真程序运行在 CPU 为 Intel Core(TM) i7-8500U 以及内存为 8GB 的笔记本电脑。

4.1 低碳经济调度结果分析

为了验证本文所提策略的有效性，本文设定以下 7 种不同的调度案例加以对比。表 1 为所设定 7 种不同案例的环境配置。

表 2 所示为上述 7 中不同案例的优化结果。从表 2 中可知，考虑传统型碳交易机制的案例 II 碳排放量相比于不考虑碳交易模式的案例 I 仅减少了 224.5 t；而考虑阶梯型碳交易模式的案例 IV 的碳排放量相比于案例 I 而言，却减少了 4361.2 t。可见，相对于传统型碳交易模式而言，考虑阶梯型碳交易模式在减碳方面效果更为显著。此外，案例 II 相比于案例 I 而言，总成本下降了 3085.8 元；案例 IV 相比于案例 III 下降了 36399.2 元。进一步，与案例 V、VI 以及 VII 相比，虽然案例 IV 的总成本是最高的，但是案例 IV 的运行尾部风险是除案例 V 之外最小的，这是因为案例 IV 考虑的是最坏的概率分布下的尾部风险，因此案例 IV 比案例 V 的鲁棒性更高。再者，虽然案例 VII 碳排放量更低，但是由于不仅未考虑概率分布的不确定性以及运行尾部风险，使得所获结果具有极大的运行风险；从表 2 可知，案例 VII 运行风险远远大于其他案例。

进一步，图 4 为案例 I、案例 II 以及案例 IV 中各个火电机组在整个周期的出力总量占总发电量的比例(贡献率)。从图 4 中可以看出，G-13 与 G-23 发电贡献率在案例 I 和案例 IV 中分别为 60%和

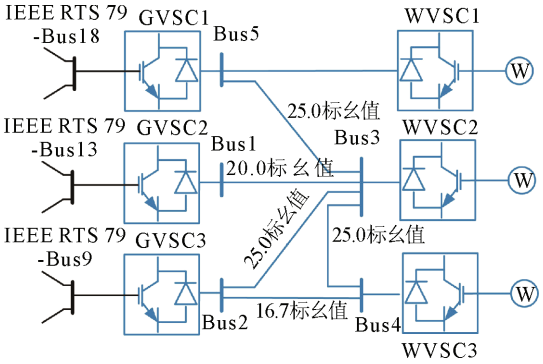


图 3 改进 IEEE RTS-79 测试系统中的直流系统拓扑结构图

Fig.3 Topology of DC network in the modified IEEE RTS-79 system

表 1 不同运行案例的环境配置

Table 1 Environment configuration of the seven cases

案例	传统型碳交易机制	阶梯型碳交易机制	考虑碳交易成本	考虑概率分布不确定性	考虑运行尾部风险
I	√	×	×	√	√
II	√	×	√	√	√
III	×	√	×	√	√
IV	×	√	√	√	√
V	×	√	√	×	√
VI	×	√	√	√	×
VII	×	√	√	×	×

注：“√”为考虑，“×”为不考虑。

表 2 不同运行案例的优化结果

Table 2 Optimal results of the above seven cases

案例	碳交易量/t	运行成本/元	碳交易成本/元	总成本/元	日内再调整成本的 CVaR
I	8413.1	816135.3	126197.8	942333.1	30020.8
II	8065.6	818262.9	120984.4	939247.3	30068.5
III	8413.1	816135.3	183839.1	999974.4	30020.8
IV	3928.9	894634.6	68940.6	963575.2	29203.4
V	3926.4	892019.7	68885.7	960905.4	25576.2
VI	3948.1	892699.0	69374.1	962073.1	95137.3
VII	3713.0	839143.8	64084.1	903227.9	524256.3

56%，而在案例 IV 中仅为 21%，这说明相对于考虑阶梯式碳交易模式，能够有效抑制高碳机组出力，提高清洁机组的竞争力。综合来看，在制定调度策略的过程中，将碳交易成本（尤其是采用阶梯式碳交易）并入模型中，不仅能够提高优化结果的经济性，而且能够减少整个系统的碳排放量。

4.2 决策者的风险态度对发电与备用计划的影响

本文主要通过尾部风险系数 λ^{f} 和分布风险的距离容差 d_{p}，来提高优化结果的鲁棒性。不同的系数组合代表决策者对这两种风险重视程度的不同。

表 3 为当d_{p} 设定成 0.01 时，决策者根据不同尾

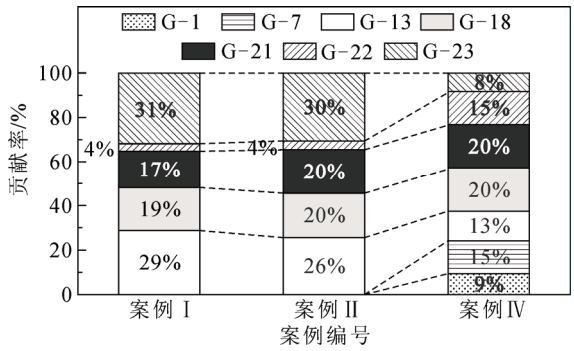


图 4　案例 I、案例 II 以及场案例 IV 中机组发电贡献率

Fig.4　Contribution rate of output power in units during the whole period among Case I, Case II and Case IV

部风险偏好程度设定不同尾部风险系数 λ^{f} 下的优化结果。从表 3 可知，当 λ^{f}=0 时，决策者在决策过程中是完全不考虑尾部风险，所以日内再调整成本的高达 95137.3 元。与 λ^{f}=0 情况相比，当 λ^{f}=0.10 时，系统上、下调备用量上升了 42.4 MW、1.2 MW，而日内再调整成本的 CVaR 得到大幅度降低，从 95137.3 元降低到 29203.4 元。随着 λ^{f} 取值继续增大，决策者对尾部风险越为重视，通过不断提高系统的整体备用水平，使得不确定性所带来的尾部风险损失不断下降，提高系统应对不确定性的能力。

图 5 为当 λ^{f}=0.10 时，决策者根据分布风险偏好程度设定不同分布风险容差 d_{p} 下的优化结果。从图 5 中可以看出，场景 2、场景 7、场景 8 以及场景 10 相对于其他场景而言变化幅度更为显著；其中，场景 8 的概率变化幅度最大，从 1%上升到 5.3%，而场景 2、场景 7 以及场景 10 的概率均处于下降。这说明增大场景 8 的概率而降低景 2、场景 7 以及场景 10 的概率，能够获得更差概率分布。

图 6 为不同分布风险容差 d_{p} 下的累计概率变化量以及总成本。如图 6 所示，随着 d_{p} 不断增大，累计概率变化量也越大，同时系统的总成本也在不断的增大。这是因为当 d_{p}=0 时，说明决策者在决策过程中不考虑分布风险，此时系统分布风险最大；而当 d_{p} 越大，不确定性概率分布模糊集中包含的分布函数越多，可搜寻的范围越广，将会得到更差的概率分布。而在分布鲁棒模型中，虽然考虑更差的概率分布会降低优化结果的经济性，但是能够提高优化结果的鲁棒性，降低系统运行风险。综上所述，同时考虑尾部风险和分布风险，虽然降低了系统的经济性，但是系统的鲁棒性得到了提升。

表 3　不同尾部风险系数 λ^{f} 下的优化结果

Table 3　Optimal results under different λ^{f}

风险系数 λ^{f}	0.00	0.10	0.40	1.00
总成本/元	962 073.1	963 575.2	967 015.2	969 350.8
日前成本/元	945 992.6	946 601.8	948 418.6	948 591.6
机组运行成本/元	904 506.1	904 520.3	904 524.1	904 513.4
备用成本/元	41 486.5	42 081.4	43 894.5	44 078.2
上调备用/MW	2073.7	2116.1	2110.1	2055.1
下调备用/MW	1909.5	1910.7	2088.0	2141.0
日内阶段成本/元	16 080.5	16 973.4	18 596.6	20 759.2
日内期望成本/元	16 080.4	15 614.5	15 743.9	18 723.6
日内再调整成本的 CVaR	95 137.3	29 203.4	22 875.4	20 759.2

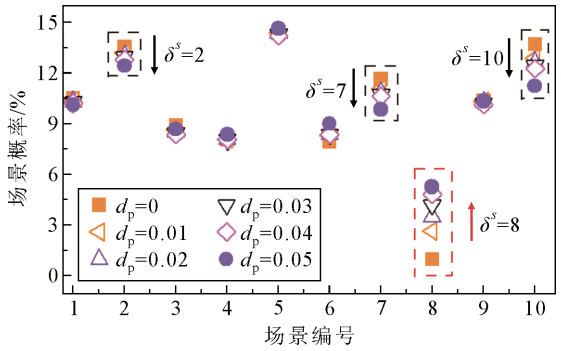


图 5　不同分布风险系数 d_{p} 下的各个场景的概率

Fig.5　Probability of these discrete scenes under different d_{p}

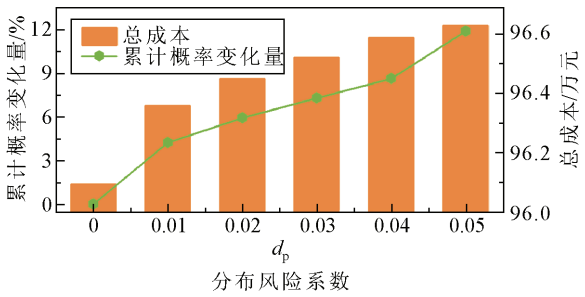


图 6　不同分布风险系数 d_{p} 下的累积概率变化量以及总成本

Fig.6　Cumulative probability change and total operating cost under different d_{p}

4.3　柔性资源、储能装置对备用计划的影响

为了展示协同多种灵活资源对运行效率的提升，表 4 分别给出了以下 4 种运行模式的优化结果：

模式 I：不考虑储能装置与柔性资源；

模式 II：考虑储能装置，但不考虑柔性资源；

模式 III：考虑柔性资源，但不考虑储能装置；

模式 IV：同时考虑储能装置与柔性资源。

从上述 4 个运行模式来看，同时考虑柔性资源、储能装置的模式 IV 中，日前成本以及两阶段总成

表 4 不同控制资源下的优化结果

Table 4 Optimal results under different control resources

模式	I	II	III	IV
总成本/元	973 014.3	964 176.7	971 534.1	963 575.2
日前成本/元	953 952.3	948 157.6	952 102.8	946 601.8
机组运行成本/元	904 817.6	904 724.4	904 547.6	904 520.3
备用成本/元	49 134.6	43 433.2	47 555.2	42 081.4
日内阶段成本/元	19 062.0	16 019.1	19 431.3	18 723.6

本均为最小；而在仅考虑发电机备用的模式 I 中，上述两项成本均为最大。这是因为在日内阶段中，决策者可以利用储能装置存储能量的作用，通过储能装置充电\放电的模式降低系统中的不平衡功率，从而降低对机组的备用需求，一定程度上增强了系统运行的灵活性。同时，对比模式 IV 和模式 II 可知，同时考虑柔性资源后，虽然提高了日内阶段运行成本，但是机组运行成本以及系统备用成本均得到了下降，最终使得整个总运行成本最小，这是因为柔性资源与储能装置的协同作用，能够增强系统的备用容量，避免了某些运行成本较大的机组频繁开启，提高了电力系统运行效率。图 7 为 4 种不同运行模式下的备用优化结果。从图 7 可知，在计及多种灵活资源后，传统发电机组的备用容量仍然占据主导地位，而储能装置与柔性资源的备用能力也得到了发挥，对承担系统备用任务起到了辅助作用。

4.4 所提双循环分解算法与 C&CG 算法的对比

表 5 为所提双循环分解算法和传统 C&CG 算法的优化结果。从表 5 可以看出，当 d_{p}=0.00 时，传统 C&CG 算法相比双循环分解算法而言，具有更快的求解速度，这是因为利用 Multi-cut Benders 分解算法求解外循环主问题是需要反复迭代求解，当外循环主问题规模不大时，采用整体性求解外循环主问题具有更快的求解效率。当 d_{p}>0 时，每当寻找到一组新的最差概率分布，就需要开始返回有关该组最差概率分布的新的变量和约束至外循环主问题，同时下层 min 模型中包含多个离散场景，这将造成外循环主问题规模逐步变大，使得整体性求解的效率下降，因此传统 C&CG 算法的求解时间逐步扩大；当 d_{p}≥0.04 时，传统 C&CG 算法已经不能在设定的求解时间(5 h)内完成求解。

相比于传统 C&CG 算法而言，当 d_{p}≥0.01 时，所提双循环分解算法具有较快的求解速度。在 d_{p}=0.01、d_{p}=0.02 以及 d_{p}=0.03 中，相比于传统 C&CG 算法而言，所提双循环分解算法的求解时间

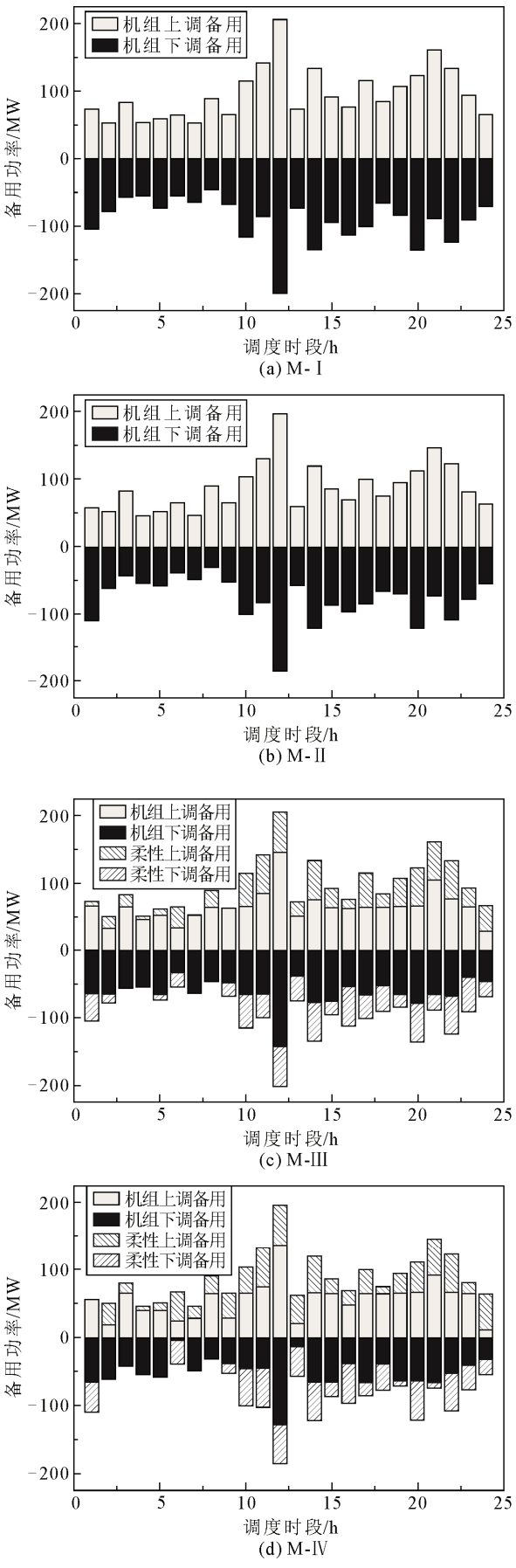


图 7 4 种不同运行模式下的备用优化结果

Fig.7 Reserve optimization results among four modes

表 5　所提双循环分解算法与 C&CG 算法的优化结果

Table 5　Optimal results of proposed method and C&CG

分布风险系数	双循环分解算法		传统 C&CG 算法	
	总成本/元	时间/s	总成本/元	时间/s
d_p =0.00	960 905.482	56.4	958 307.6	32.13
d_p =0.01	963 575.242	91.4	960 996.6	971.36
d_p =0.02	964 493.258	101.1	961 934.8	1061.2
d_p =0.03	965 199.178	103.3	962 709.0	1436.2
d_p =0.04	965 875.903	108.6	/	/
d_p =0.05	966 291.993	124.7	/	/

分别下降了 90.6%、90.5%以及 92.8%；此外，这 3 种情形的平均误差为 0.26%。这可以说明针对所提模型的双循环分解算法，与传统 C&CG 算法相比，不仅能保证求解精度的前提下，同时可以提高求解效率。

5　结论

为了降低不确定性因素给系统运行带来不利的影响，本文建立了考虑条件风险价值的交直流系统两阶段分布鲁棒低碳经济优化模型，通过不同优化方案的对比分析，可以得到如下结论：

1）通过在模型中构建基于 KL 散度的概率分布模糊集，并利用 CVaR 量化极端场景下的尾部风险，使得所提模型能够同时考虑概率分布不确定性以及系统在最坏概率分布下的尾部损失，可有效降低系统运行风险，提高系统的鲁棒性。

2）通过合理利用系统中的柔性资源以及储能装置，一定程度上能够降低系统对机组的备用需求，增强系统运行的灵活性；此外，相对于传统碳交易机制而言，将阶梯型碳交易机制并入分布鲁棒模型，能够实现在兼顾运行风险的前提下，抑制高碳机组出力，提高清洁机组的竞争力。

3）为了避免直接使用求解器求解出现计算速度过慢、难以收敛等问题，在 C&CG 算法和 Multi-cut Benders 分解算法的基础上提出了双循环分解算法，该算法与传统 C&CG 算法相比，能够在保证求解精度的前提下，克服主问题规模逐渐增大的求解难题。

参考文献　References

[1] 米剑锋，马晓芳. 中国 CCUS 技术发展趋势分析[J]. 中国电机工程学报，2019，39(9)：2537-2544.
MI Jianfeng, MA Xiaofang. Development trend analysis of carbon capture, utilization and storage technology in China[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(9): 2537-2544.

[2] Pollitt H. Analysis: Going carbon neutral by 2060 will make China richer[EB/OL]. (2020-09-29).[2021-04-04]. https: //www. carbonbrief. org/https-www-carbonbrief-org-2060-tan-zhong-he-ke-shi-zhong-guo-geng-fu-zu

[3] 姚　伟，熊永新，姚雅涵，等. 海上风电柔直并网系统调频控制综述[J]. 高电压技术，2021，47(10)：3397-3413.
YAO Wei, XIONG Yongxin, YAO Yahan, et al. Review of voltage source converter-based high voltage direct current integrated offshore wind farm on providing frequency support control[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(10): 3397-3413.

[4] 蔡　旭，杨仁炘，周剑桥，等. 海上风电直流送出与并网技术综述[J]. 电力系统自动化，2021，45(21)：2-22.
CAI Xu, YANG Renxin, ZHOU Jianqiao, et al. Review on offshore wind power integration via DC transmission[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(21): 2-22.

[5] 曾艾东，邹宇航，郝思鹏，等. 考虑阶梯式碳交易机制的园区工业用户综合需求响应策略[J]. 高电压技术，2022，48(11)：4352-4361.
ZENG Aidong, ZOU Yuhang, HAO Sipeng, et al. Comprehensive demand response strategy of industrial users in the park considering the stepped carbon trading mechanism[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(11): 4352-4361.

[6] WANG R T, WEN X Y, WANG X Y, et al. Low carbon optimal operation of integrated energy system based on carbon capture technology, LCA carbon emissions and ladder-type carbon trading[J]. Applied Energy, 2022, 311: 118664.

[7] MU C G, DING T, ZHU S Y, et al. A decentralized market model for a microgrid with carbon emission rights[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2023, 14(2): 1388-1402.

[8] LAI T L. Stochastic approximation[J]. The Annals of Statistics, 2003, 31(2): 391-406.

[9] BEN-TAL A, EL GHAOUI L, NEMIROVSKI A. Robust optimization[M]. Princeton, USA: Princeton University Press, 2009.

[10] WIESEMANN W, KUHN D, SIM M. Distributionally robust convex optimization[J]. Operations Research, 2014, 62(6): 1358-1376.

[11] LIANG Z, CHEN H, CHEN S, et al. Probability-driven transmission expansion planning with high-penetration renewable power generation: A case study in northwestern China[J]. Applied Energy, 2019, 255: 113610.

[12] ZHAO C Y, JIANG R W. Distributionally robust contingency-constrained unit commitment[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(1): 94-102.

[13] CAO Y S, LI D M, ZHANG Y H, et al. Optimal energy management for multi-microgrid under a transactive energy framework with distributionally robust optimization[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2022, 13(1): 599-612.

[14] ZHENG W Y, HUANG W J, HILL D J, et al. An Adaptive distributionally robust model for three-phase distribution network reconfiguration[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2021, 12 (2): 1224-1237.

[15] LI Z H, WU W C, ZHANG B M, et al. Kullback-Leibler divergence-based distributionally robust optimisation model for heat pump day-ahead operational schedule to improve PV integration[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2018, 12(13): 3136-3144.

[16] FAN W, TAN Z F, LI F Q, et al. A two-stage optimal scheduling model of integrated energy system based on CVaR theory implementing integrated demand response[J]. Energy, 2023, 263: 125783.

[17] 沈思辰，韩海腾，周亦洲，等. 基于条件风险价值的多虚拟电厂电-碳-备用 P2P 交易模型[J]. 电力系统自动化，2022，46(18)：147-157.
SHEN Sichen, HAN Haiteng, ZHOU Yizhou, et al. Electricity-carbon-reserve peer-to-peer trading model for multiple virtual power plants based on conditional value-at-risk[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(18): 147-157.

[18] 赵　瑾，王洪涛，曹　曦. 计及风电条件风险价值的负荷恢复双层优化[J]. 中国电机工程学报，2017，37(18)：5275-5285.
ZHAO Jin, WANG Hongtao, CAO Xi. Bi-level optimization of load restoration considering the conditional value at risk of wind power[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(18): 5275-5285.

[19] ZHANG C, XU Y, DONG Z Y, et al. Robust coordination of distributed generation and price-based demand response in microgrids[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2018, 9(5): 4236-4247.
[20] 程基峰，严　正，李明节，等. 基于条件风险价值与出力预测的富余新能源电力跨省交易计划优化方法[J]. 高电压技术，2022，48(2)：467-476.
CHENG Jifeng, YAN Zheng, LI Mingjie, et al. Optimization method of interprovincial trading plan for surplus renewable energy power based on CVaR and output prediction[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(2): 467-476.
[21] ZENG B, ZHAO L. Solving two-stage robust optimization problems using a column-and-constraint generation method[J]. Operations Research Letters, 2013, 41(5): 457-461.
[22] YOU F Q, GROSSMANN I E. Multi-cut Benders decomposition algorithm for process supply chain planning under uncertainty[J]. Annals of Operations Research, 2013, 210(1): 191-211.
[23] WEN Y F, ZHAN J P, CHUNG C Y, et al. Frequency stability enhancement of integrated AC/VSC-MTDC systems with massive infeed of offshore wind generation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(5): 5135-5146.
[24] YANG Z F, ZHONG H W, XIA Q, et al. Solving OPF using linear approximations: fundamental analysis and numerical demonstration[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2017, 11(17): 4115-4125.
[25] WIGET R, ANDERSSON G. DC optimal power flow including HVDC grids[C]//2013 IEEE Electrical Power & Energy Conference. Halifax, Canada: IEEE, 2013: 1-6.
[26] CAO J, DU W, WANG H F. An improved corrective security constrained OPF for meshed AC/DC grids with multi-terminal VSC-HVDC[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(1): 485-495.
[27] BEERTEN J, COLE S, BELMANS R. A sequential AC/DC power flow algorithm for networks containing Multi-terminal VSC HVDC systems[C]//IEEE PES General Meeting. Minneapolis, USA: IEEE, 2010: 1-7.
[28] JACOBSON B, KARLSSON P, ASPLUND G, et al. VSC-HVDC transmission with cascaded two-level converters[R]. [S.l.]: CIGRE Session, 2010.
[29] 陈　哲，王橹裕，郭创新，等. 计及风电备用容量与需求响应的多备用资源鲁棒优化[J]. 电力系统自动化，2020，44(10)：50-58.
CHEN Zhe, WANG Luyu, GUO Chuangxin, et al. Robust optimization of multiple reserve resources considering reserve capacity of wind power and demand response[J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(10): 50-58.
[30] WANG Y F, LI Z Y, SHAHIDEHPOUR M, et al. Stochastic co-optimization of midterm and short-term maintenance outage scheduling considering covariates in power systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(6): 4795-4805.
[31] 王海冰，戚永志，王承民，等. 考虑柔性负荷的两阶段随机优化调度模型[J]. 电网技术，2018，42(11)：3669-3675.
WANG Haibing, QI Yongzhi, WANG Chengmin, et al. Two-stage stochastic optimal scheduling model considering flexible load[J]. Power System Technology, 2018, 42(11): 3669-3675.
[32] WEN Y F, GUO C X, PANDZIC H, et al. Enhanced security-constrained unit commitment with emerging utility-scale energy storage[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(1): 652-662.
[33] 孙充勃，李敬如，原　凯，等. 基于区间优化的配电网智能软开关与储能系统联合优化方法[J]. 高电压技术，2021，47(1)：45-54.
SUN Chongbo, LI Jingru, YUAN Kai, et al. Two-stage Optimization method of soft open point and energy storage system in distribution network based on interval optimization[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(1): 45-54.
[34] BERTSIMAS D, NATARAJAN K, TEO C P. Persistence in discrete optimization under data uncertainty[J]. Mathematical Programming, 2006, 108(2): 251-274.
[35] WEI W, LIU F, MEI S W. Distributionally robust co-optimization of energy and reserve dispatch[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2016, 7(1): 289-300.
[36] 贺帅佳，阮贺彬，高红均，等. 分布鲁棒优化方法在电力系统中的理论分析与应用综述[J]. 电力系统自动化，2020，44(14)：179-191.
HE Shuaijia, RUAN Hebin, GAO Hongjun, et al. Overview on theory analysis and application of distributionally robust optimization method in power system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(14): 179-191.
[37] 袁　杨，张　衡，程浩忠，等. 发输电系统鲁棒优化规划研究综述与展望[J]. 电力自动化设备，2022，42(1)：10-19，85.
YUAN Yang, ZHANG Heng, CHENG Haozhong, et al. Review and prospect of robust optimization and planning research on generation and transmission system[J]. Electric Power Automation Equipment, 2022, 42(1): 10-19, 85.
[38] CHEN Y W, GUO Q L, SUN H B, et al. A distributionally robust optimization model for unit commitment based on Kullback–Leibler divergence[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(5): 5147-5160.
[39] ZIMMERMAN R D, MURILLO-SÁNCHEZ C E, THOMAS R J. MATPOWER: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(1): 12-19.
[40] 谢　桦，陈　昊，邓晓洋，等. 基于改进 K-means 聚类技术与半不变量法的电-气综合能源系统运行风险评估方法[J]. 中国电机工程学报，2020，40(1)：59-69.
XIE Hua, CHEN Hao, DENG Xiaoyang, et al. Electric-gas integrated energy system operational risk assessment based on improved k-means clustering technology and semi-invariant method[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(1): 59-69.



曾子龙
1993—，男，博士生
主要从事交直流系统规划与运行方面的研究工作
E-mail: zengzilong@hnu.edu.cn

ZENG Zilong
Ph.D. candidate



李培强(通信作者)
1975—，男，博士，教授，博导
主要从事电力系统负荷建模与电压稳定、电力系统优化运行与控制方面的研究工作
E-mail: lpqcs@hnu.edu.cn.

LI Peiqiang
Ph.D., Professor
Corresponding author

收稿日期　2023-02-17　修回日期　2023-06-15　　编辑　陈　蔓