第 50 卷 第 1 期：292-301 高电压技术 Vol.50, No.1: 292-301
2024 年 1 月 31 日 High Voltage Engineering January 31, 2024
DOI: 10.13336/j.1003-6520.hve.20230419

基于电场传感器阵列的输电线路电压非接触式测量方法

冯 迪[1]，刘 灏[1]，李嘉贤[2]，毕天姝[1]
（1. 华北电力大学新能源电力系统国家重点实验室，北京 102206；
2. 国网冀北电力有限公司电力科学研究院，北京 100054）

摘 要：电压作为表征线路运行状态的重要参量，实现其灵活准确的测量对保证电力系统稳定运行至关重要。传统的接触式电压测量方法，因电压互感器体积较大、会产生电磁谐振和高频振荡、额外测量需断电安装等问题，对于海量化测量并不便利。相比较而言，非接触式测量不接触导线，更加安全和便捷，将成为未来电压测量的发展方向。文中提出了基于电场传感器阵列的输电线路电压非接触式测量方法，该方法为了解决导线位置信息未知的问题，设计了与导线方向垂直排列的电场传感器阵列；求解了含导线未知信息量的方程组；构建了比例系数矩阵，反推出导线电压瞬时值；分析了电场传感器对测量的影响；最后，进行了 10 kV 电压等级电压瞬时值仿真验证，结果显示最大测量误差为 2.219%。

关键词：非接触式电压测量；电压瞬时值；模拟电荷法；电场传感器阵列；比例系数矩阵

Non-contact Voltage Measurement Method of Transmission Line Based on Electric Field Sensor Array

FENG Di[1], LIU Hao[1], LI Jiaxian[2], BI Tianshu[1]
(1. State Key Laboratory of Aternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources, North China Electric Power University, Beijing 102206, China; 2. State Grid Jibei Electric Power Research Institute, Beijing 100054, China)

Abstract: Voltage is an important parameter for characterizing the operating status of power lines, and achieving flexible and accurate voltage measurements is crucial for ensuring the stable operation of the power system. Traditional contact-based voltage measurement methods have drawbacks such as large size of voltage transformers, electromagnetic resonance and high-frequency oscillations, and the need for power outage during installation, making it inconvenient for massive measurements. In contrast, non-contact measurement, which does not require direct contact with the conductors, offers improved safety and convenience, and is considered as the future direction for voltage measurement. This paper presents a non-contact voltage measurement method for transmission lines based on an array of electric field sensors. To address the issue of unknown conductor position information, the method employs an electric field sensor array arranged perpendicularly to the direction of the conductors. By solving the equations involving unknown conductor information, a coefficient matrix is constructed to estimate the instantaneous values of conductor voltages. The influence of electric field sensors on the measurement is analyzed. Finally, a simulation verification of instantaneous voltage values at the 10 kV voltage level is conducted, demonstrating a maximum measurement error of 2.219%.

Key words: non-contact voltage measurement; voltage instantaneous value; charge simulation method; electric field sensor array; proportional coefficient matrix

0 引言

随着智能电网的发展，电力技术不断升级，电网接入的分布式新能源比例越来越高，导致电网的电气结构更加复杂，对电气量的测量也提出了更海量化、便捷化、智能化的要求[1-2]。而电压对于在电网的电能计量和在线观测，以及继电保护和状态估计而言，都是非常重要的参数，所以便捷智能地测量出输电线路的电压对于电力系统安全、可靠、经

基金资助项目：国家重点研发计划(2022YFB4202303)。
Project supported by National Key R&D Program of China (2022YFB4202303).

济运行有着重大的意义[3-6]。

传统的电力系统电压测量方法是通过电压互感器(potential transformer，PT)进行测量，然而电网中的部分新能源场站未安装 PT，还需额外断电安装，且 PT 的体积、绝缘难度以及制造安装成本都会随电压等级上升而增加。并且电磁式电压互感器会产生铁磁饱现象，导致其动态范围会缩减，更严重的会产生铁磁谐振，这种现象在较低电压等级的配电网更为明显[7]；电容式电压互感器由于具有电容惯性元件，其暂态特性较差，并且在高频过电压下，其二次侧可能发生高频振荡[8]；至于巡检用的接触式电压测量终端，也需要破坏其原有的电气结构和停电等一系列操作才能完成测量，便捷性较差[9]。反观非接触式电压测量方法不会直接接触到导体，而是通过获取导线周围的电场分布来逆向计算导线电压，具有安全可靠、方便智能等优点[10-12]。

目前对于架空输电线路电压的非接触式测量方法主要有两种思路：其一，构建一种求解复杂度较低、适用性较广的架空线电场分布正向解析计算模型，以用来逆向计算架空线电压；其二设计一种准确性较高、实用性较强的架空线电压逆计算的方法[13]。

对于架空线电场分布计算方法的研究，常用分析电场的方法主要有有限元法[14-15]、边界元法[16-17]、模拟电荷法[18-19]等，每种方法都有其特点和使用范围。其中有限元法将求解域离散化，将微分方程化为代数方程，边界元法对边界离散，将积分方程化为代数方程，这两种方法计算精度高，但建模过程都十分复杂，求解计算耗费时间，并不适合用于架空线三相电压反演；模拟电荷法是高压电场数值计算领域的常用方法，用解析公式计算电极周围的电位和场强，计算精度要高于有限元法和边界元法，可以进行开域计算，数据量小，计算过程相对简单，电极形状不复杂时常使用该方法，适用于架空线周围电场分布的分析。

对于架空线电压逆计算方法的研究，文献[20]和[21]提出了一种基于非接触电容耦合和磁场传感辅助的架空输电线路电压监测技术，利用线路和传感器的相对位置构建耦合电容矩阵，再利用磁场传感确定比例系数，通过校准的方法来实现对交直流高电压的非接触式测量，但是实际上该耦合电容容易受到外界的影响而不断变化，所以需要反复校准，进而影响测量精度。文献[22]针对超高压输电网提出一种非接触式暂态电压测量方法，暂态性能较好，但对于电压等级较低、相间距较小的配电网不再适用。文献[23]利用高斯数值积分算法提出一种配电网电压测量方法，但为了保证测量精度，需要在垂直方向上添加更多的电场传感器，实际操作难度大且不方便，目前只停留在实验阶段。

针对以上问题，本文提出了基于电场传感器阵列的架空输电线路电压非接触式测量方法，利用模拟电荷法推导出了导线电压瞬时值与导线高度等参数的相关表达式，省去了过程中模拟电荷量的计算；利用电场传感器阵列，解决了导线高度等位置信息未知问题，构建出电压电场比例系数矩阵，再通过牛顿迭代法求解多元非线性方程组，可求出目标导线电压，最后进行了架空输电线三相交流电压的仿真验证。

1　架空输电线路周围电场分析

根据“国际大电网会议第 36.01 工作组”推荐，利用模拟电荷法可以计算高压单相或三相架空输电线附近的工频电场，包括场强和电位的分布。在进行架空线输电线路周围电场分析之前需要进行以下几点假设：

1）由于输电线路长度远小于工频电场波长 6000 km，所以架空线电场可以被认为是准静电场，即可以忽略空间中交变磁场所产生的电场。

2）输电导线的模拟电荷是线电荷，无分裂导线的等效电荷可设为单个，且导线半径远小于导线高度，电荷的位置可以被视为在导线几何中心。

3）大地电势为零，导线被视为理想的无限长状态，若考虑到导线弧垂，在进行电场分析时，选择导线最低点进行二维平面建模，如图 1 所示。

对于三相交流输电线路，可写出空间电场强度与等效电荷之间的关系[24]，表示为：

$$\begin{cases} E_x = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\sum\limits_{i=1}^{W} Q_i\left(\dfrac{x_i - x}{r_i^2} - \dfrac{x_i' - x}{r_i'^2}\right) \\ E_y = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\sum\limits_{i=1}^{W} Q_i\left(\dfrac{y_i - y}{r_i^2} - \dfrac{y_i' - y}{r_i'^2}\right) \end{cases} \tag{1}$$

式中：E_x、E_y 分别为电场水平分量和垂直分量；Q_i 为导线 i 对应的模拟电荷；x_i、y_i 为导线 i 的坐标；x_i'、y' 为导线 i 镜像的坐标；x、y 为空间场点坐标；x'、y'为场点的镜像坐标；r_i、r_i' 分别为导线及其镜像到场点的距离；ε_0 为真空介电常数；W 为模拟电荷个数。

图 1 利用模拟电荷法分析了单根导线的空间电

场情况，U_G为大地电位，E为模拟电荷在空间P点产生的场强，E_x和E_y分别代表该点场强的水平分量和垂直分量。由文献[24]可知，导线电压和模拟电荷的关系可以写成：

$$u=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2h}{r_0} \tag{2}$$

式中：u为导线电压；h为导线高度，也是模拟电荷Q的纵坐标；r_0为导线半径。

由式(1)、(2)可得空间场强大小和导线电压的关系，表示为：

$$\begin{cases}E_x=u\left(\dfrac{d-x}{r^2}-\dfrac{d-x}{r'^2}\right)/\ln\dfrac{2h}{r_0}\\ E_y=u\left(\dfrac{h-y}{r^2}+\dfrac{h+y}{r'^2}\right)/\ln\dfrac{2h}{r_0}\end{cases} \tag{3}$$

式中：d为导线水平位置，也是模拟电荷Q的横坐标；r、r'分别为导线模拟电荷及其镜像电荷到P点的距离。

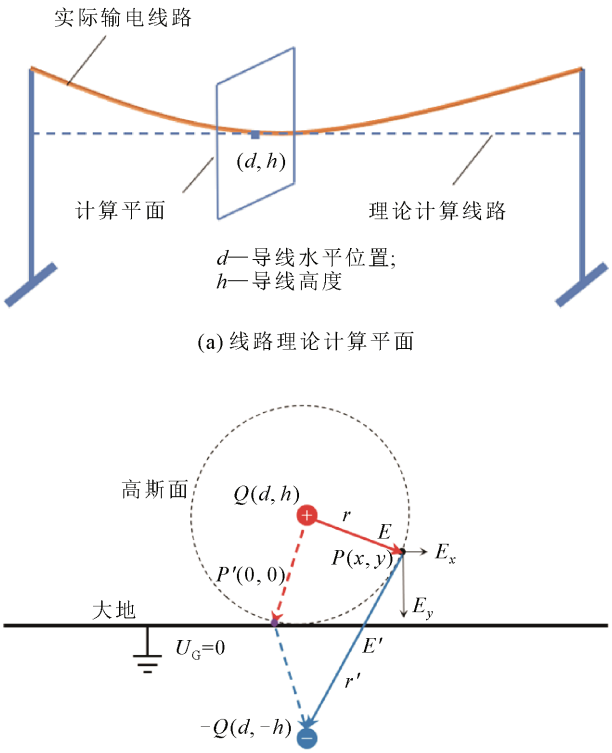
当观测点P点变为地面上的P'点时，电场水平分量变为0，电场垂直分量变为：

$$E_y=\frac{2uh}{h^2+d^2}\Bigg/\left(\ln\frac{2h}{r_0}\right) \tag{4}$$

式(4)为地面场强的数值大小，消去了电荷的中间变量，将导线电压与空间电场直接联系起来，得出空间电场与导线电压u、导线半径r_0、导线高度h以及导线水平位置d有关系。实际测量时，h和d是很难精确得知的，所以式(4)有h、d、u这3个未知数，即一根导线对应需要3个测量点，构建方程组才能求解出导线电压。

对于测量多相电压时，考虑一般情况，假设有N根导线，其位置和电压均相互独立，此时需要n个测量点，则n=3N。且为了不出现更多方向上的电场分量，多个测量点的排列方向应与导线的方向垂直。根据叠加原理，对每一个测量点而言，该处的电场强度为N根导线在该位置产生的电场强度垂直分量之和，示意图如图2所示。

图2中E_j为第j个测量点的测量场强，E_{ij}为第i个导线在第j个测量点产生的场强，E_{ijy}为第j个测量点关于第i个导线测量的有效场强。图2中以第一个测量点M_1为坐标原点建立坐标系，为了不增加未知数，各个测量点的间距m为已知的，第j个测量点M_j的横坐标为$(j-1)m$，第n个测量点M_n的横坐标为$(n-1)m$，h_i和d_i分别表示第i根导线的高度和水平位置。



(a) 线路理论计算平面

(b) 单根导线周围电场

图1 采用模拟电荷法的导线周围电场分析

Fig.1 Analysis of electric field around conductors using the method of moments

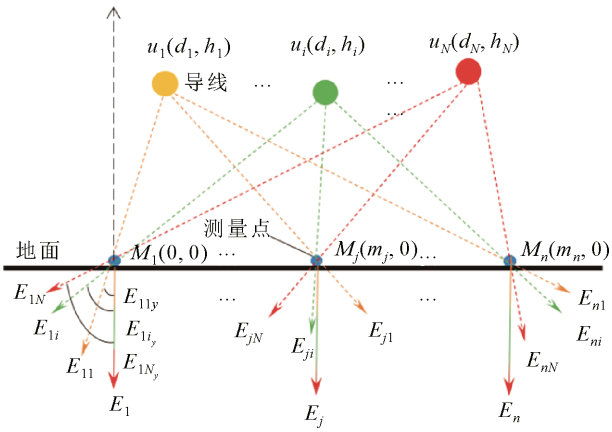


图2 多根导线在地面测量点上的合成电场

Fig.2 Resultant electric field of multiple wires at ground measuring points

每一个测量点的电场和对应每一根导线电压均满足式(4)，由叠加定理可以写出测量点电场表达式，如下所示：

$$E_j=\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{2u_ih_i}{h_i^2+(d_i-m_j)^2}\Bigg/\left(\ln\frac{2h_i}{r_0}\right)\right),j=1,2,\cdots,n \tag{5}$$

以上就是多相电压在地面的电场分布情况，可在此基础上推导出三相交流电压的测量方法。

2　三相交流电压测量方法

在进行三相交流电压测量时，需要已知地面上的电场，所以要用到电场传感器。目前用于交直流测量的电场传感器种类较多，比如光学式电场传感器[25]、场磨式电场传感器[26]、MEMS 电场传感器[27]等，以上传感器各有优势，各有具体的适用场景，在实际测量可根据实际情况选择合适的传感器。

由第 1 章可知，测量三相电压需要 9 个电场传感器，将其镶嵌在对应的地面测量点处，构成电场传感器阵列，以测量导线电压在地面产生的电场。为了表述方便，三相电压 u_A、u_B、u_C 分别用 u_1、u_2、u_3 来代替，导线个数 N=3，电场传感器个数 n=9，以第 1 个电场传感器为原点建立坐标系，各个传感器间距相等，排列方向与导线方向垂直。

由式(5)可得三相电压测量方程，如式(6)所示。

$$E_j=\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{2u_ih_i}{h_i^2+(d_i-m_j)^2}\Big/(\ln\frac{2h_i}{r_0})\right),j=1,2,\cdots,9 \tag{6}$$

至此，架空线电压非接触式测量问题转变为求解多元非线性方程组求解问题。在电场传感器阵列测量出某一时刻的电场数值时，求解测量方程组，就可以获得对应时刻的 h_i、d_i 和 u_i 的数值。

由于上述多元非线性方程组中的 h_i 和 d_i，在实际测量中，可以观测得到一个在真值附近的估计值，所以本文选择初值要求高、收敛速度快的牛顿迭代法进行求解上述非线性方程组，具体求解过程本文不再说明。

在求出导线位置后，构建比例系数矩阵 $\boldsymbol{K}$，矩阵中元素 k_{ji} 具体表达式为：

$$k_{ji}=\frac{2h_i}{h_i^2+\left(d_i-m_j\right)^2}\Big/(\ln\frac{2h_i}{r_0}),j=1,2,\cdots,9;i=1,2,3 \tag{7}$$

定义架空线电压向量 $\boldsymbol{U}=[u_1,\ u_2,\ u_3]^{\mathrm{T}}$ 与电场传感器阵列测量场强 $\boldsymbol{E}=[E_1,E_2,\ \cdots,E_9]^{\mathrm{T}}$，两者之间关系满足：

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{K}\boldsymbol{U} \tag{8}$$

对比例系数矩阵 $\boldsymbol{K}$ 求逆，然后在后续的测量阶段，利用传感器测量的电场强度结合比例系数逆矩阵便可获得各架空线电压，如下所示：

$$\boldsymbol{U}=\boldsymbol{K}^{+}\boldsymbol{E} \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{K}^{+}$为矩阵 $\boldsymbol{K}$ 的广义逆矩阵。

3　电场传感器对测量的影响

3.1　电场传感器高度对测量的影响

第 2 章提出的基于电场传感器阵列的导线电压非接触式测量方法，其理想测量点在地面上。然而，在实际测量时电场传感器是有高度的，下面分析两个电场在理论值上的差别。

如图 3 所示，利用模拟电荷法对电场传感器上表面电场进行分析，设点 P'为原点，点 P''为电场传感器位置，电场传感器高度为 n，水平位置为 m。考虑到电场传感器有高度，由式(3)可知电场传感器上表面既有电场 y 分量，又有 x 分量，但实际上只有电场 y 分量对电场传感器测量得到的电场数据有贡献，所以只分析电场 y 分量即可。式(3)中的电场 y 分量变为 E_{ye}，表示为：

$$\begin{aligned}E_{ye}=&(\frac{h-n}{r^2}+\frac{h+n}{r'^2})u/(\ln\frac{2h}{r_0})=\\&u(\frac{h-n}{(h-n)^2+(d-m)^2}+\\&\frac{h+n}{(h+n)^2+(d-m)^2})/(\ln\frac{2h}{r_0})\end{aligned} \tag{10}$$

定义 $k_e=E_{ye}/E$，即电场传感器测量值与理想点处场强之比，由式(11)和式(4)可得到：

$$k_e=\frac{\left(\frac{h-n}{(h-n)^2+(d-m)^2}+\frac{h+n}{(h+n)^2+(d-m)^2}\right)}{\left(\frac{2h}{h^2+(d-m)^2}\right)} \tag{11}$$

令误差 $e_h=|1-k_e|$，即表示由电场传感器高度引起的单根导线对于单个电场传感器的电场误差。第 i 个传感器误差可以表示为 e_{hi}，由叠加定理可得三相电压测量时的电场测量误差，总误差满足：

$$e_h=\sum_{i=1}^{9}e_{hi} \tag{12}$$

假设 3 根架空线高度 h_1=2 m、h_2=2.1 m、h_3=2.2 m，

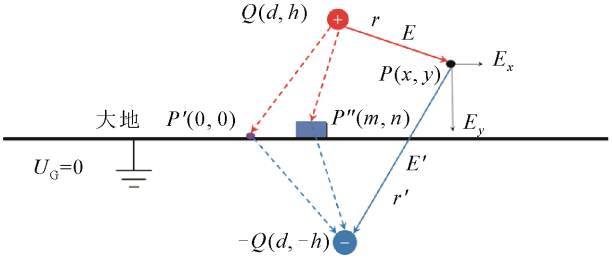


图 3　采用模拟电荷法的电场传感器上表面电场分析

Fig.3　Analysis of upper surface electric field of electric field sensor by simulated charge method

水平位置 d_1=2 m、d_2=4 m、d_3=6 m，电场传感器高度 h_1=5 cm，间距 m_i=1 m，i=1~9，则可以得到各个电场传感器的误差值，如图 4 所示。

图 4 中 u_i 表示第 i 个导线电压，S_i 表示第 i 个电场传感器，将电场传感器误差进行求和，可得由电场传感器高度引起的最大测量误差为 0.7069%。

3.2 传感器最佳灵敏方向对测量的影响

测量时的地面大概率是不平整的，而且每一个电场传感器出厂时，灵敏方向不可能做到完全一致，所以导致电场传感器的最佳灵敏方向不是垂直向上的，会有一定的偏差，如图 5 所示。

图 5(a)中的θ表示的是电场传感器的偏差角，取其中 1 个电场传感器分析，如图 5(b)所示。由于偏差角的存在，导致电场传感器实际测量的场强 E_{yp} 不只是电场垂直分量，而是电场垂直分量和电场水平分量在最佳灵敏方向上的分量相加，即：

$$E_{yp}=E_{ye}\cos\theta+E_{xe}\sin\theta \tag{13}$$

当考虑电场传感器高度时，电场 x 分量 E_{xe} 表示为：

$$E_{xe}=u(d-m)\cdot\frac{\dfrac{1}{(h-n)^2+(d-m)^2}-\dfrac{1}{(h+n)^2+(d-m)^2}}{\ln\dfrac{2h}{r_0}} \tag{14}$$

定义 k_p=E_{yp}/E，即电场传感器实际测量值与理想测量值之比，由式(10)、式(13)和式(14)可得到式(15)。

$$k_p=\frac{\left(\dfrac{h-n}{r^2}+\dfrac{h+n}{r'^2}\right)\cos\theta+\left(\dfrac{d-m}{r^2}-\dfrac{d-m}{r'^2}\right)\sin\theta}{\dfrac{2h}{h^2+(d-m)^2}} \tag{15}$$

式中：r^2=$(h-n)^2$+$(d-m)^2$；r'^2=$(h+n)^2$+$(d-m)^2$。

令误差 e_p=|1–k_p|，即表示由电场传感器一致性引起的单根导线对于单个电场传感器的电场误差。第 i 个传感器误差可以表示为 e_{pi}，由叠加定理可得三相电压测量时的电场测量误差，总误差满足：

$$e_p=\sum_i^9 e_{p_i} \tag{16}$$

同样假设 3 根架空线高度 h_1=2 m、h_2=2.1 m、h_3=2.2 m，水平位置 d_1=2 m、d_2=4 m、d_3=6 m，电场传感器高度 h_1=5 cm，传感器间距 m_i=1 m，偏差角度θ=2°+$(-1)^i$×0.1i，则可以得到各个电场传感器的误差值，如图 6 所示。将各电场传感器误差进行求和，可得由电场传感器最佳灵敏方向引起的最大测量误差为 1.1366%。

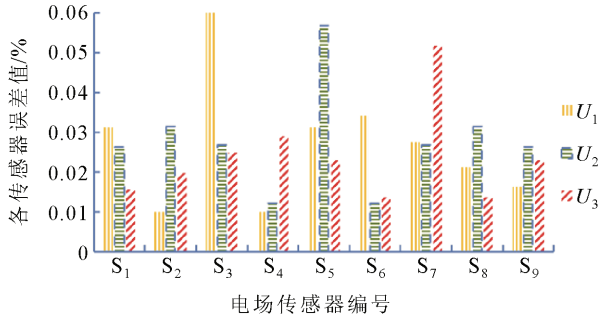
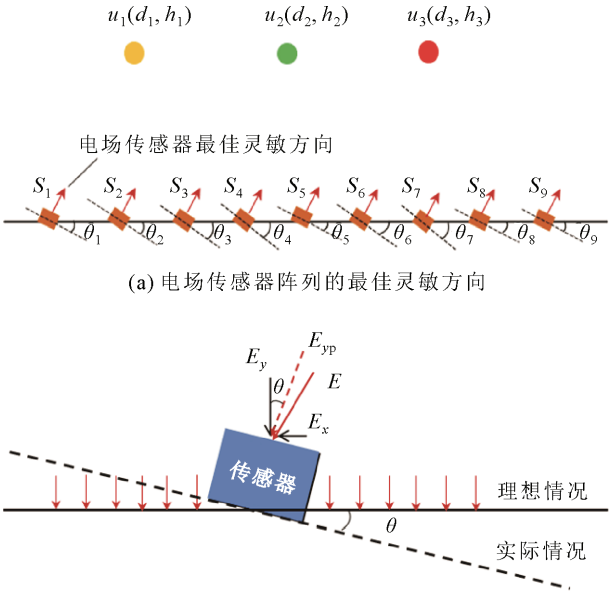


图 4 各导线对于各电场传感器测量电场误差贡献值

Fig.4 Electric field error contribution of each wire to each electric field sensor



(a) 电场传感器阵列的最佳灵敏方向

(b) 单个电场传感器分析

图 5 电场传感器阵列的灵敏方向分析

Fig.5 Analysis of sensitive direction of electric field sensor array

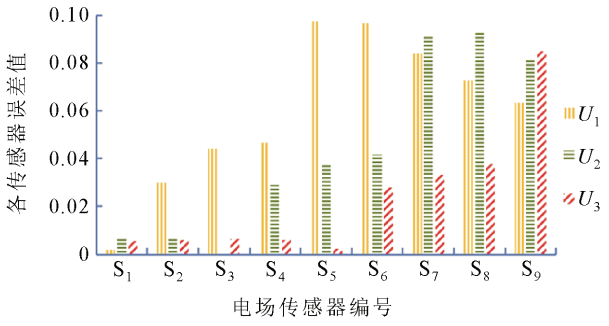


图 6 各导线对于各电场传感器测量电场误差贡献值

Fig.6 Electric field error contribution of each wire to each electric field sensor

3.3　传感器阵列一致性对测量的影响

文中提出的测量方法需要 9 个电场传感器，理想情况下，这 9 个电场传感器应没有差异，但实际上由于工艺水平限制，无法做到完全一致。当输入量相同时，由于传感器的差异导致输出量略有不同。以微机电系统(micro-electro-mechanical system，MEMS)电场传感器为例[27]，分析传感器阵列一致性对测量的影响。当输入量为交变场强 E_s 时，MEMS 电场传感器输出量为反映电场关系的电压弱信号 U_s。由文献[27]可知，传感器输出电压 U_s 和外加场强 E_s 的响应曲线如图 7 所示，理想状态下，每个电场传感器的响应曲线都是过原点的一条直线。U_s 和 E_s 的数学表达式可以写成 $U_s=L_sE_s$，其中 L_s 表示理论灵敏度系数，并且每个传感器的 L_s 都相同。但实际上，由于制造水平和测量环境的影响，传感器会发生零点漂移和灵敏度系数的变化。

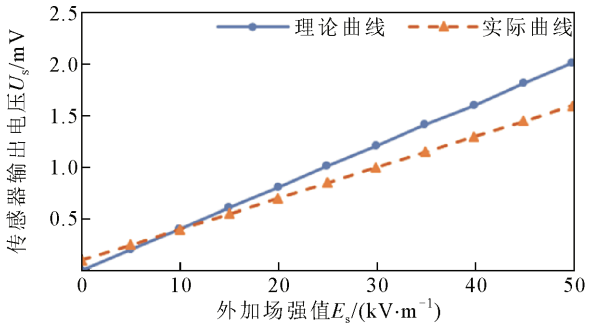


图 7　电场传感器响应曲线

Fig.7　Response curve of electric field sensor

实际上传感器响应曲线可以写成 $U_s=a+L_vE_v$，其中 a 表示传感器初始测量值，L_v 表示实际灵敏度系数，E_v 表示传感器测量的场强。则传感器测得的场强 E_v 与理论场强 E_s 之间的关系为：

$$E_v=\frac{L_s}{L_v}E_s-\frac{a}{L_v} \tag{17}$$

为方便计算，令误差定量 $A=a/L_v$，误差系数 $L=L_s/L_v$，则第 i 个传感器测得的场强 E_{vi} 与理论场强 E_{si} 关系满足：

$$E_{vi}=L_iE_{si}-A_i,i=1,2,\cdots,9 \tag{18}$$

若已知 L_i 和 A_i，则可以根据理论电场值求出传感器实际测得的电场值。由文献[27]可知，MEMS 电场传感器总不确定度>2%，那么可以认为 L 在 0.98~1.02 之间，假设 L_i 符合平均分布，则 L_i=0.98+0.005i；A_i 可以看成相应理论电场最大值的最大不确定值，即 A_i=0.02$E_{i\max}$。假设导线为 10 kV 电压等级，其余测量参数与 3.1、3.2 节相同，那么可以得到理论场强与传感器测量场强，如图 8(a)所示，进一步可以求出测量电压误差，如图 8(b)所示。

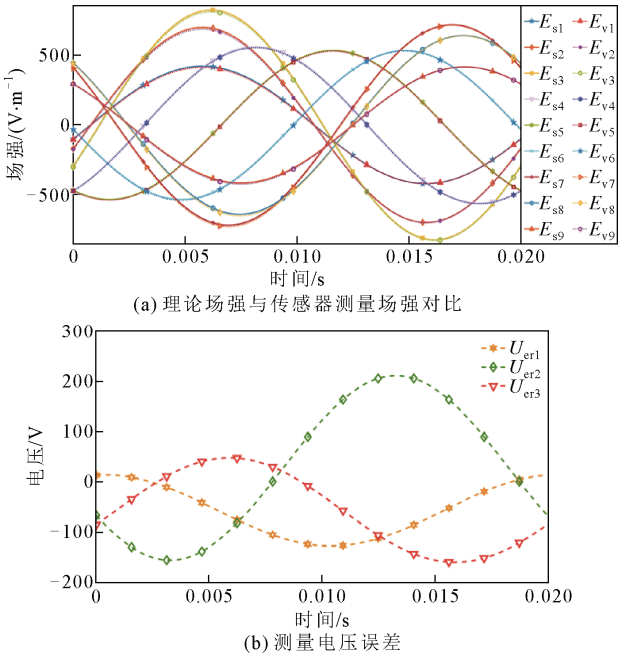


图 8　传感器阵列一致性对测量的影响

Fig.8　Effect of sensor array consistency on measurements

图 8(b)中 U_{er1}、U_{er2}、U_{er3} 分别表示测量导线电压的误差，当电场传感器总不确定度＞2%时，由传感器阵列一致性引起的最大测量电压误差为 210.5765 V，此时对应的实际电压为 7136.9177 V，最大测量电压相对误差为 2.951%。

4　仿真验证

为了验证该测量方法的有效性，本文利用 MATLAB 和 COMSOL 这 2 个平台进行了 10 kV 电压等级的三相交流仿真验证，其中 MATLAB 是从理论值上进行验证，并且为了模拟实际场景，导线电压加入了信噪比为 55 dB 的高斯白噪声；而 COMSOL 模拟了导线周围的电磁环境，从电场测量方面进一步验证了该方法的有效性。本文是在符合理论背景的前提条件下进行仿真验证的，即导线无限长，目标平面为二维平面，忽略弧垂和端部效应的影响，并且导线没有产生电晕；电场传感器阵列的最佳灵敏方向都是垂直向上的，传感器没有高度或者上表面与地面重合。

对于裸露架空线电压的测量，由于测量距离较远，所以测量精度较低[28]。本文认为，如果测量相对误差<5%，则说明所提测量方法是有效的。在以

下的仿真中，导线半径 r_0=4 mm，是已知量；电场传感器间距固定为 1 m，是已知量；电场强度可以通过电场传感器阵列测量得到，是已知量；A、B、C 相导线高度 h_1、h_2、h_3 分别为 2、2.1、2.2 m，是未知量；A、B、C 相导线相对第 1 个电场传感器的水平距离 d_1、d_2、d_3 分别为 2、4、6 m，是未知量；待测导线电压为 10 kV 电压等级，是未知量。

4.1 MATLAB 仿真验证

该仿真测量示意图见图 9(a)，9 个电场传感器测得的 50 ms 内的场强见图 9(b)。为了保证场强值稳定和防止在矩阵计算过程中产生奇点，电场计算时应选取电场数值较大的时刻进行。

利用 25 ms 时的电场数据求解测量方程组，可以求得 h_1、h_2、h_3、d_1、d_2、d_3 以及 u_1、u_2、u_3 在 25 ms 时的大小，具体求解结果见表 1。

当导线和传感器的位置没有发生变化时，可以利用上述求得的参数构建比例系数矩阵，进而求得比例系数广义逆矩阵，表示为：

$$\boldsymbol{K}^{+}=\begin{bmatrix}2.5145 & -2.1547 & 0.7282\\ 4.1016 & -3.5157 & 1.1155\\ 4.1931 & -2.6493 & 0.4932\\ 0.2573 & 3.4449 & -2.2742\\ -3.2456 & 7.8086 & -3.5619\\ -2.1624 & 3.6059 & 0.0955\\ 0.2845 & -2.4203 & 4.3117\\ 1.0086 & -3.7074 & 4.6077\\ 0.7401 & -2.5339 & 3.0721\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

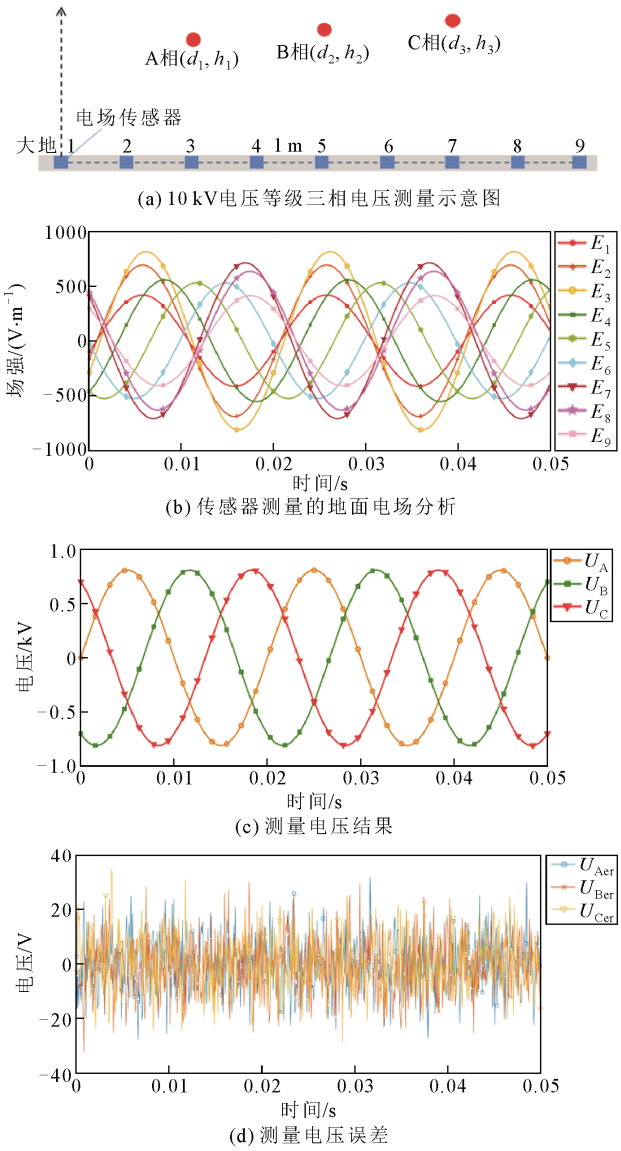
进一步，比例系数广义逆矩阵结合地面电场分布，根据式(10)便可以得到 50 ms 内三相电压的变化情况，三相电压瞬时值测量结果如图 9(c)所示，U_A、U_B、U_C 分别表示三相测量电压，测量电压误差如图 9(d)所示，U_{Aer}、U_{Ber}、U_{Cer} 分别表示三相测量电压绝对误差，可得出最大测量误差为 33.521 V，最大测量相对误差为 0.832%。

4.2 COMSOL 仿真验证

在 COMSOL 平台搭建三相交流测量仿真模型，具体仿真结果如图 10 所示。25 ms 时三相电压的空间分布和电场渲染图如图 10(a)所示，9 个电场传感器测得的 50 ms 内场强如图 10(b)所示。

利用 25 ms 时电场数据求解测量方程组，求得 h_1、h_2、h_3、d_1、d_2、d_3 以及 u_1、u_2、u_3 在 25 ms 时的大小，具体求解结果见表 2。

进一步求得比例系数广义逆矩阵如式(20)所示。



(a) 10 kV电压等级三相电压测量示意图

(b) 传感器测量的地面电场分析

(c) 测量电压结果

(d) 测量电压误差

图 9 MATLAB 三相电压仿真及结果

Fig.9 MATLAB three-phase voltage simulation and results

表 1 MATLAB 导线信息求解结果

Table 1 MATLAB wire information solution results

导线物理量信息	真实值	测量值	测量相对误差/%
h_1	2.0000 m	2.0001 m	0.0050
h_2	2.1000 m	2.1032 m	0.1520
h_3	2.2000 m	2.1784 m	0.9820
d_1	2.0000 m	2.0038 m	0.1900
d_2	4.0000 m	4.0038 m	0.0950
d_3	6.0000 m	6.0277 m	0.0460
u_1	−8164.7145 V	−8164.1936 V	0.4106
u_2	4137.8372 V	4170.4199 V	0.7874
u_3	4026.8772 V	4058.8390 V	0.7937

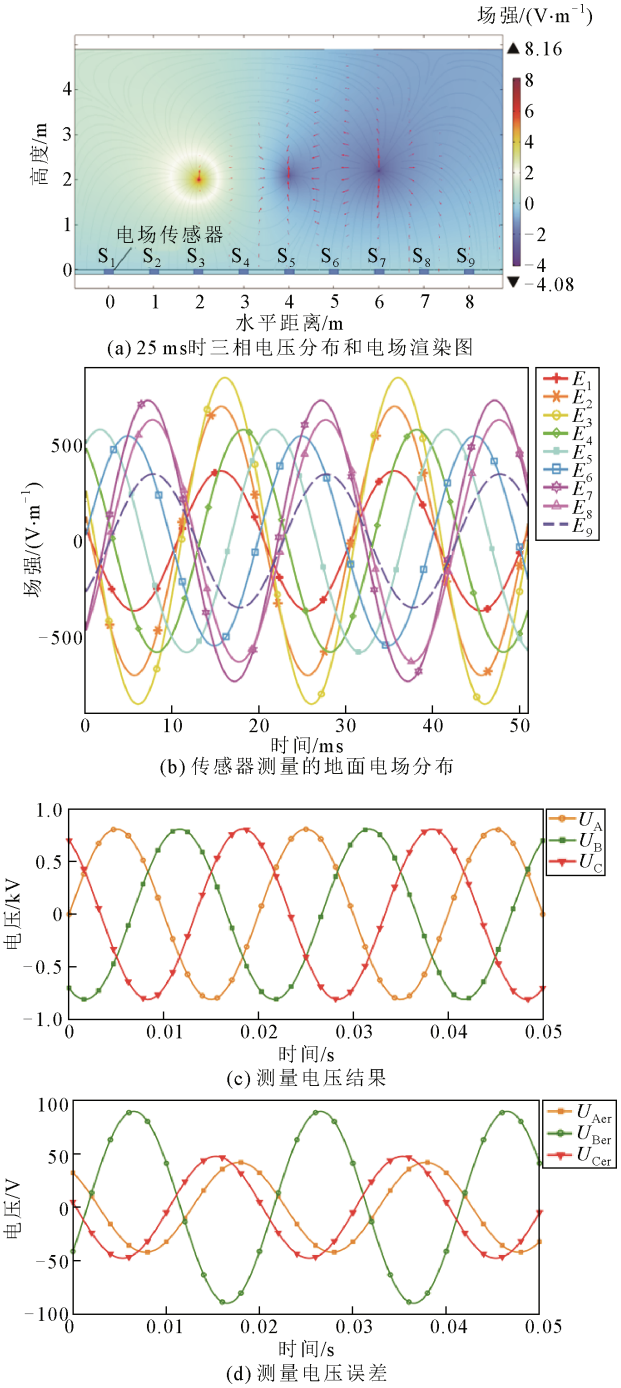


图 10　COMSOL 三相电压仿真及结果

Fig.10　COMSOL three-phase voltage simulation and results

$$\boldsymbol{K}^{+}=\begin{bmatrix}2.5245 & -2.1479 & 0.7393\\ 4.0916 & -3.4574 & 1.1055\\ 4.1410 & -2.5329 & 0.4459\\ 0.2230 & 3.4891 & -2.3028\\ -3.1999 & 7.6768 & -3.5427\\ -2.0735 & 3.3672 & 0.2454\\ 0.2871 & -2.4710 & 4.3962\\ 0.9645 & -3.6380 & 4.6097\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{20}$$

表 2　COMSOL 导线信息求解结果

Table 2　COMSOL wire information solution result

导线信息	真实值	测量值	测量相对误差/%
h_1	2.0000 m	2.0001 m	~0
h_2	2.1000 m	2.1001 m	~0
h_3	2.2000 m	2.2002 m	~0
d_1	2.0000 m	1.9901 m	0.495
d_2	4.0000 m	3.9898 m	0.255
d_3	6.0000 m	5.9899 m	0.168
u_1	–8164.7145 V	–8138.1371 V	0.326
u_2	4137.8372 V	4058.1629 V	1.926
u_3	4026.8772V	4074.5755V	1.185

最后，可以得出 50 ms 内待测三相电压的瞬时值，如图 10(c)所示，各相测量电压误差如图 10(d)所示。由图 10(d)可知最大测量电压误差为 90.063 V，此时对应实际电压的绝对值为 4058.162 V，最大测量电压相对误差为 2.219%。

5　结论

1）只要架空线和电场传感器没有发生相对位移，比例系数矩阵就不会发生变化。

2）由电场传感器高度、最佳灵敏方向、一致性引起的最大测量误差分别为 0.7069%、1.1366%、2.951%。

3）MATLAB 仿真在加入信噪比 55 dB 的噪声后，最大测量电压相对误差为 0.832%；COMSOL 仿真最大测量电压相对误差为 2.219%，初步证明了文中所提方法的有效性。

本文测量结果为架空线三相电压的瞬时值，并未计算各相电压的幅值和相角。但在求出各相电压瞬时值后，采用一定的信号处理算法，便能实现同步相量测量。

参考文献　References

[1] 张　瑶，王傲寒，张　宏. 中国智能电网发展综述[J]. 电力系统保护与控制，2021，49(5)：180-187.
ZHANG Yao, WANG Aohan, ZHANG Hong. Overview of smart grid development in China[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(5): 180-187.

[2] PEGORARO P A, BRADY K, CASTELLO P, et al. Compensation of systematic measurement errors in a PMU-based monitoring system for electric distribution grids[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2019, 68(10): 3871-3882.

[3] 姜崇学，李　钢，张宝顺，等. 长距离直流电缆对柔性直流系统故障影响分析[J]. 电力工程技术，2023，42(2)：112-118.
JIANG Chongxue, LI Gang, ZHANG Baoshun, et al. Influence analy-

sis of long-distance DC cable on flexible DC system fault[J]. Electric Power Engineering Technology, 2023, 42(2): 112-118.

[4] 杨德昌，王雅宁，李朝霞，等. 基于改进粒子滤波的综合能源系统预测辅助状态估计[J]. 电力工程技术，2022，41(6)：172-181.
YANG Dechang, WANG Yaning, LI Chaoxia, et al. Prediction auxiliary state estimation of integrated energy system based on improved particle filter[J]. Electric Power Engineering Technology, 2022, 41(6): 172-181.

[5] 杨　庆，孙尚鹏，司马文霞，等. 面向智能电网的先进电压电流传感方法研究进展[J]. 高电压技术，2019，45(2)：349-367.
YANG Qing, SUN Shangpeng, SIMA Wenxia, et al. Progress of advanced voltage/current sensing techniques for smart grid[J]. High Voltage Engineering, 2019, 45(2): 349-367.

[6] 李振华，赵　爽，胡蔚中，等. 高电压测量技术研究综述[J]. 高电压技术，2018，44(12)：3910-3919.
LI Zhenhua, ZHAO Shuang, HU Weizhong, et al. Review of the study of high voltage measurement technology[J]. High Voltage Engineering, 2018, 44(12): 3910-3919.

[7] 司马文霞，胡广富，杨　鸣，等. 融合边缘计算的互感器宽频电压测量方法[J]. 高电压技术，2022，48(5)：1644-1652.
SIMA Wenxia, HU Guangfu, YANG Ming, et al. Wideband voltage measurement method of instrument transformer using edge computing[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(5): 1644-1652.

[8] 许　明，高厚磊，邹贵彬，等. 基于积分等值变换的电容式电压互感器暂态误差校正方法[J]. 电力系统自动化，2011，35(1)：71-76.
XU Ming, GAO Houlei, ZOU Guibin, et al. An integral equivalent transformation based method for capacitor voltage transformer (CVT) transient error correction[J]. Automation of Electric Power Systems, 2011, 35(1): 71-76.

[9] 江陶然. 非接触式电压测量装置的开发[D]. 广州：华南理工大学，2019：2-26.
JIANG Taoran. Development of non-contact voltage measurement device[D]. Guangzhou, China: South China University of Technology, 2019: 2-26.

[10] 杜　林，常阿飞，司马文霞，等. 一种非接触式架空输电线路过电压传感器[J]. 电力系统自动化，2010，34(11)：93-97.
DU Lin, CHANG Afei, SIMA Wenxia, et al. A non-contact over-voltage sensor for overhead power transmission lines[J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(11): 93-97.

[11] 张淞珲，陈子鉴，马超俊，等. 基于电场逆计算的三相电缆电压非接触测量方法[J/OL]. 电测与仪表，2022：1-9[2023-09-27]. http://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1202.th. 20220817.1505.010.html.
ZHANG Songhui, CHEN Zijian, MA Chaojun, et al. Non-contact measurement method of three-phase cable voltage based on inverse calculation of electric field[J/OL]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2022: 1-9[2023-09-27]. http://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1202.th.20220817.1505.010. html.

[12] CHEN K L, GUO Y, WANG J C, et al. Contactless islanding detection method using electric field sensors[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2021, 70: 9001413.

[13] 高　参，汪金刚，杨　杰，等. 基于电场逆问题的 D-dot 电压传感器的设计与仿真[J]. 电工技术学报，2016，31(4)：36-42.
GAO Can, WANG Jingang, YANG Jie, et al. Experiment and simulation of D-dot voltage probe based on inverse problem of electric field[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(4): 36-42.

[14] 周象贤，卢铁兵，崔　翔，等. 基于有限元与有限体积法的直流输电线路合成电场计算方法[J]. 中国电机工程学报，2011，31(15)：127-133.
ZHOU Xiangxian, LU Tiebing, CUI Xiang, et al. A hybrid method for the simulation of ion flow field of HVDC transmission lines based on finite element method and finite volume method[J]. Proceedings of the CSEE, 2011, 31(15): 127-133.

[15] TZINEVRAKIS A E, TSANAKAS D K, MIMOS E I. Analytical calculation of the electric field produced by single-circuit power lines[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2008, 23(3): 1495-1505.

[16] 王泽忠，樊　亮，夏　天，等. 基于边界元法的输电杆塔上分裂导线表面电场数值计算[J]. 高电压技术，2017，43(12)：3835-3842.
WANG Zezhong, FAN Liang, XIA Tian, et al. Numerical calculation of bundle conductor surface electric field on transmission tower based on boundary element method[J]. High Voltage Engineering, 2017, 43(12): 3835-3842.

[17] ZHUANG C J, ZHANG Y, ZENG R. Electric field evaluation for slender conductors using collocation boundary element method[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2019, 5(4): 483-488.

[18] 何嘉弘，何　康，董博文. 配网电缆接头内部缺陷电场特征研究及电树发展分析[J]. 电力工程技术，2023，42(1)：154-161.
HE Jiahong, HE Kang, DONG Bowen. Research on the characteristics of internal defective electric field and the development analysis of electric tree of distribution network cable joint[J]. Electric Power Engineering Technology, 2023, 42(1): 154-161.

[19] LEMAN J T, OLSEN R G. Fourier enhanced charge simulation method for electrostatic analysis of overhead transmission lines[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2022, 37(2): 1078-1087.

[20] ZHU K, LEE W K, PONG P W T. Non-contact voltage monitoring of HVDC transmission lines based on electromagnetic fields[J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 19(8): 3121-3129.

[21] ZHU K, LEE W K, PONG P W T. Non-contact capacitive-coupling-based and magnetic-field-sensing-assisted technique for monitoring voltage of overhead power transmission lines[J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(4): 1069-1083.

[22] 杨怀远，庄池杰，谢施君，等. 非接触式暂态电压测量的简化解耦方法[J]. 高电压技术，2020，46(6)：1948-1954.
YANG Huaiyuan, ZHUANG Chijie, XIE Shijun, et al. Simplified decoupling method for non-contact transient voltage measurement[J]. High Voltage Engineering, 2020, 46(6): 1948-1954.

[23] 汪金刚，颜晓军，李　想，等. 基于一种 Gauss 型积分算法的输电线路电压测量方法与试验[J]. 电工技术学报，2021，36(19)：3978-3986.
WANG Jingang, YAN Xiaojun, LI Xiang, et al. Method and experimental study of transmission line voltage measurement based on a Gauss-type integral algorithm[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(19): 3978-3986.

[24] 王泽忠，全玉生，卢斌先. 工程电磁场[M]. 2 版. 北京：清华大学出版社，2011.
WANG Zezhong, QUAN Yusheng, LU Binxian. Engineering electromagnetic fields[M]. 2nd ed. Beijing, China: Tsinghua University Press, 2011.

[25] 韩志飞，胡　军，李立涅，等. 面向新型电力系统的微型电场传感技术[J]. 中国电机工程学报，2023，43(1)：399-414.
HAN Zhifei, HU Jun, LI Licheng, et al. Progress of micro electric field

sensing technology for new power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(1): 399-414.

[26] 崔　勇，漆旭平，吴桂芳，等. 基于悬空场磨的空间直流合成电场测量研究[J]. 中国电机工程学报，2020，40(增刊 1)：343-352.
CUI Yong, QI Xuping, WU Guifang, et al. Research on measuring space DC synthetic electric field with ungrounded rotating field-mill[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(Supplement 1): 343-352.

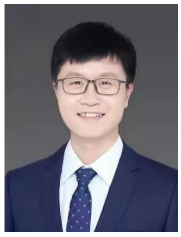
[27] 杨鹏飞，彭春荣，张海岩，等. SOI 微型电场传感器的设计与测试[J]. 电子与信息学报，2011，33(11)：2771-2774.
YANG Pengfei, PENG Chunrong, ZHANG Haiyan, et al. Design and testing of a SOI electric-field microsensor[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2011, 33(11): 2771-2774.

[28] 袁佳歆，雷　洋，熊信恒，等. 一种基于多导体静电耦合原理的非接触式过电压测量方法[J]. 电工技术学报，2014，29(增刊 1)：524-530.
YUAN Jiaxin, LEI Yang, XIONG Xinheng, et al. A novel over voltage contact less monitoring method based on the theory of multiple conductors electrostatic coupling[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2014, 29(Supplement 1): 524-530.



冯　迪
1999—，男，硕士生
主要从事非接触式电压测量技术方面的研究
E-mail: ncepufengdi@163.com

FENG Di



刘　灏(通信作者)
1985—，男，博士，副教授
主要从事广域同步测量技术及其应用的研究
E-mail: hliu@ncepu.edu.cn

LIU Hao
Ph.D.
Associate professor
Corresponding author

收稿日期　2023-03-21　修回日期　2023-09-27　　编辑　曾文君