第 50 卷 第 2 期：784-792　　高电压技术　　Vol.50, No.2: 784-792
2024 年 2 月 29 日　　High Voltage Engineering　　February 29, 2024
DOI: 10.13336/j.1003-6520.hve.20230258

一种鲁棒区分 PJVS 交流量子电压台阶平稳区与过渡区的判据

麻滨麒[1]，徐　晴[2]，陈铭明[2]，赵　伟[1]，王　磊[3]，李世松[1]
（1. 清华大学电机工程与应用电子技术系，北京 100084;
2. 国网江苏省电力有限公司营销服务中心，南京 210019;
3. 中国计量科学研究院，北京 100029）

摘　要：可编程约瑟夫森电压基准(programmable Josephson voltage standard，PJVS)通过生成阶梯波构建交流量子电压，其产生量子电压台阶过程中，会伴生过渡过程，导致电压台阶两端数据的准确性较低。常见的数据处理方法是将过渡过程的数据剔除，仅利用量子电压台阶上平稳区的数据，实现交流量子电压量值的复现。针对常用的 3σ(σ 为数据标准差)准则、片段采样方法等数据筛选准则，该文提出一种由量子电压台阶中心双向延拓并最小化 A 类测量不确定度的平稳区与过渡区判据，通过自动识别量子电压台阶的平稳区与过渡区，提升 PJVS 电压阶梯波复现交流电压量值的准确性。实验结果表明：该文提出的数据平稳区与过渡区的判据具有较高的鲁棒性和交流电压复现准确性，在 2.5 kHz 范围内，可使量子电压阶梯波信号复现交流电压幅值的偏差和 A 类测量不确定度均优于 2.5×10^{-6}。研究成果可有效提升量子电压阶梯波信号的测算准确性。

关键词：阶梯波；可编程约瑟夫森结阵；信号过渡过程；交流量子电压；测量不确定度

A Robust Criterion for Distinguishing Stationary and Transition Regions of PJVS Voltage Steps

MA Binqi[1], XU Qing[2], CHEN Mingming[2], ZHAO Wei[1], WANG Lei[3], LI Shisong[1]
(1. Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
2. Marketing Service Center, State Grid Jiangsu Electric Power Co., Ltd., Nanjing 210019, China;
3. National Institute of Metrology, Beijing 100029, China)

Abstract: The programmable Josephson voltage standard (PJVS) can generate an AC voltage reference by using stepped waves. When the step wave is generated, it usually contains a transition in each quantum voltage step, resulting in low-accuracy data at ends of voltage steps. The conventional data processing method is to filter the transition process data and use only the data of the stationary region in quantum voltage steps in order to achieve a better reproduction of AC quantum voltage value. Aiming at the commonly used data screening criterion such as 3σ criterion and piecewise sampling method, this paper proposes a robust criterion to distinguish stationary and transition regions based on bi-directionally searching the minimum type-A uncertainty from the center of the quantum voltage step. By automatically identifying the stationary and transition regions of the quantum voltage steps, the accuracy of reproducing AC voltage value based on PJVS voltage staircase waveform is improved. The experimental results show that the proposed criterion distinguishing stationary and transition regions has a good robustness and high accuracy of AC quantum voltage value reproduction. Within 2.5 kHz, the deviation of the amplitude of the AC voltage and the type-A uncertainty of amplitude is less than 2.5×10^{-6} for the quantum voltage step wave signal. The research of this paper can effectively improve the measurement accuracy of quantum voltage step wave signal.

Key words: staircase waveform; programmable Josephson junction array; signal transition; AC quantum voltage; measurement uncertainty

基金资助项目：国家电网公司科技项目 (5700-202218217A-1-1-ZN)。
Project supported by Science and Technology Project of SGCC (5700-202218217A-1-1-ZN).

0　引言

计量是科学研究和工业生产质量把控的基石。20 世纪中叶以来，量子技术的发展极大地推动了计量技术的进步，以量子基准取代实物基准已经成为计量技术水平提升的主要趋势[1-2]。在电压测量领域，1962 年英国物理学家 B. D. Josephson 首次预言了约瑟夫森效应(Josephson effect)[3]，随后，其被 P. W. Anderson 和 J. M. Rowell 的实验所证实[4]。约瑟夫森效应被发现后，如何利用精准的频率-电压转换关系研制出高幅值和高准确性的量子电压基准，成为电磁计量领域研究的热点之一[5-7]。国际上，20 世纪 70 年代实现了用单个约瑟夫森结产生量子电压，但单结的量子电压量值很小，测量准确性不足[8]。20 世纪 80 年代，美国国家标准与技术研究院(NIST)和联邦德国物理技术研究所(PTB)成功研制出约瑟夫森电压结阵，并用以构建量子电压标准，使直流电压的计量准确性大幅提升[9]。如今，美国 NIST、德国 PTB 已研发出商业化的可编程约瑟夫森电压基准(programmable Josephson voltage standard，PJVS)系统[10-11]，可实现–10~10 V 的任意直流量子电压输出；且不同的 PJVS 系统在 10 V 电压下比对结果的测量不确定度均达到 10^{-11} 量级水平[12]。将可编程约瑟夫森电压基准用作直流电压基准，较完美地解决了直流电压量值溯源问题。

在交流电压测量领域，以 PJVS 产生量子电压阶梯波信号，继而通过差分采样实现对正弦电压信号的校准，是一种交流电压的量子化溯源思路[13-14]。但采用 PJVS 产生量子电压阶梯波信号过程中，在其每个电压台阶的两端均存在微秒量级的过渡过程[15-16]，导致量子电压台阶两端的采样数据偏离设定值[17-18]，即在一个量子电压台阶中，只有除去过渡过程数据之外的平稳区数据才具有量子精度。为保证量子电压阶梯波信号测量的准确性，国际上通用的做法是剔除过渡过程的采样数据，仅利用每个量子电压台阶中段平稳区的采样数据进行时域或频域分解[19-22]，以实现交流电压幅值和相位的准确提取[23]。但精准实现上述方法的主要难点是如何区分量子电压台阶上的平稳区与过渡区：将稳定阈值设置过低，会导致可利用的采样数据减少，信息量下降；而阈值设置过高，则可能导致部分过渡过程的采样数据参与计算分析，会使测算的不确定度增加。因此，应在准确筛选平稳数据的前提下，尽可能保留更多采样点的数据信息，以实现对被测正弦信号更准确的重构。文献[18]提出一种基于 3σ(σ 为数据标准差)准则来筛选平稳区数据的方法，其在被测信号频率较低时有较好的应用效果；文献[20]提出一种片段采样的数据筛选方法，其基于计算得到的采样点与台阶平均值的差值，选择具有最小波动程度的中间部分，并不断进行迭代，直至波动程度不能再小为止。该方法的关键是如何判断并选取合适的阈值范围，即在确定最佳阈值上，需要针对信号特征进行调整和优化，实现上相对复杂。本文提出一种由量子电压台阶的中心双向延拓并最小化 A 类测量不确定度的平稳区与过渡区判据，并以相应算法自动识别量子电压台阶的平稳区与过渡区，旨在提升量子电压阶梯波信号的测算准确性。

1　过渡过程对交流量子电压准确性的影响

PJVS 产生量子电压阶梯波信号时，因切换不同电流源的模拟开关需要时间，导致生成的量子电压阶梯波信号中，在每个电压台阶的两端均存在微秒量级、向着台阶中心的衰减振荡式过渡过程部分。为研究过渡过程对交流量子电压准确性的影响，实施如下实验：设置微波频率 f_w=20.149 910 351 GHz，驱使约瑟夫森结阵产生频率 f_m=1000 Hz、有效值为 0.600 409 815 V 的正弦阶梯波，每个周期的量子电压台阶数 N=40，利用具有 24 位分辨率的精密数据采集卡 PXI5922 对 PJVS 的输出电压进行采样(采样率 f_s=4 MHz)。所用实验平台如图 1 所示，其中，$u(t)$ 表示 PJVS 产生的时域正弦阶梯波电压信号。PJVS 系统的工作原理如图 2 所示，其中，U_1 代表单个约瑟夫结产生的直流电压幅值。

为降低数据采集卡 PXI5922 的增益误差与电压偏置对实验结果的影响[24]，首先采用 PJVS 系统对

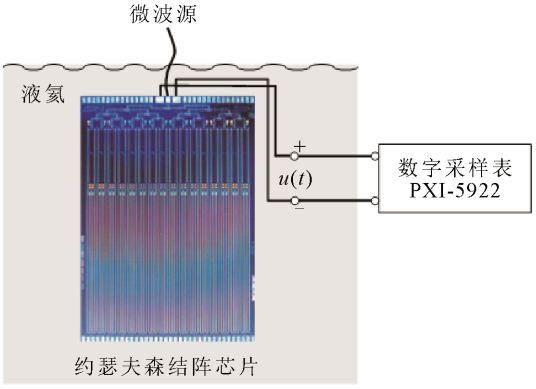


图 1　实验平台示意图

Fig.1　Schematic diagram of the experimental platform

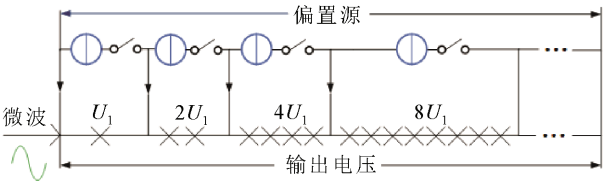


图 2 PJVS 系统的工作原理示意图

Fig.2 Schematic diagram of the PJVS working system

数据采集卡进行校准。具体思路为：设置 PJVS 输出不同的直流电压值 U_{PJVS}，用 PXI5922 对其进行多次测量，得到测量值 U_{5922}，测量结果如图 3 所示。将 PXI5922 测量值与 PJVS 设定值进行线性拟合 $U_{5922}=aU_{PJVS}+b$，求得增益系数 a=0.999 680 9，偏置电压 b= −9.72×10^{-5} V。随后，基于上述校准结果，对实验研究中获得的电压采样数据进行修正补偿，便可基本消除采样装置误差的负面影响。之后的实验研究均基于校准后的实验数据开展。

图 4 给出了 PJVS 阶梯波的设定值与采样值对比结果。选取其中一个电压台阶的波形做局部放大，可直观看出，在电压台阶的前端与后端区域，因电压有阶跃变化，产生了存在波动特点的过渡过程。因此，每个电压台阶均是由平稳区和过渡区构成；在过渡区，相对于电压设定值，电压采样数据有变化的偏移量，而在靠近电压台阶中心的平稳区，采样数据则是平稳的。从图 4 可看出，PJVS 按正弦变化规律输出的量子电压阶梯波信号的台阶两端的采样值与其对应的量子电压台阶设定值之差最大可达到 0.1 V。造成这种偏差的原因为：PJVS 输出信号存在过渡过程波动。

仍以上述量子电压阶梯波形为例，分析电压阶梯波信号中过渡过程对 PJVS 输出正弦型阶梯波电压幅值的影响。设定 1 个按正弦规律输出的阶梯波电压信号，它在一个周期内共有 N 个电压台阶，对每个电压台阶等间隔采样 M 个数据。具体设 N=40，M=100。利用每个电压台阶的第 i($1\le i\le M$)个数据组成长度为 N 的数组 $U_i=\{u_{1,i}, u_{2,i}, \cdots, u_{40,i}\}$。通过时域正弦波拟合可得图 5 所示交流电压基波幅值的特性曲线。由图 5 可见，利用台阶两端数据进行分组后，拟合所得的基波幅值与理想值偏差较大，说明每个台阶两端均存在较明显的过渡过程影响。

图 5 中，由电压台阶中间平稳区采样点数据计算所得的量子交流电压幅值波动性的峰峰值约为 10^{-5} V。为了说明量子电压台阶过渡过程对所复现交流电压的影响量，以各电压台阶的第 50 个采样数

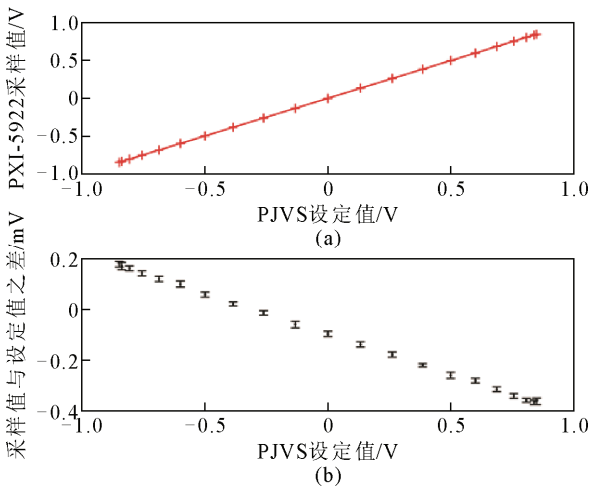


图 3 PXI5922 采样值与 PJVS 设定值及两者之差

Fig.3 The PXI5922 sampling value, PJVS set value and their difference

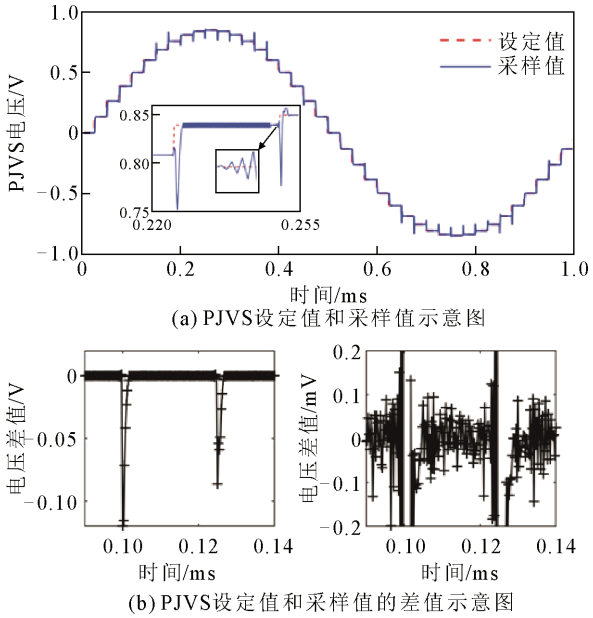
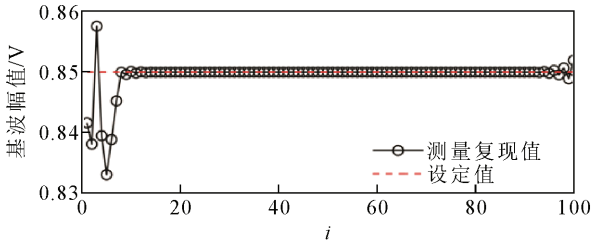


图 4 PJVS 设定值和采样测量值及二者偏差

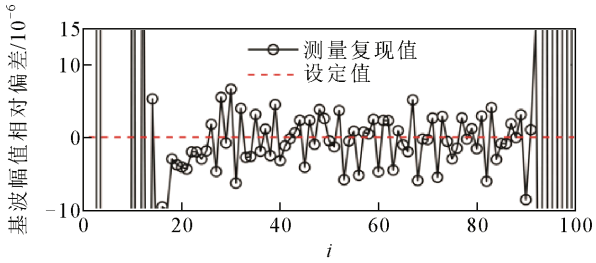
Fig.4 PJVS set value, sampled measured value and their deviations

据为中心，且各电压台阶均取长度为 L(从 i=50−L/2+1 至 i=50+L/2)的采样数据，求其基波幅值的相对偏差值以及 A 类测量不确定度，计算结果如图 6 所示。

从图 6 可见，当 L=10 时，所得幅值的相对偏差与 A 类测量不确定度并不是最低(例如与 L=60 所得结果相比)，可见若将平稳区设置过短，采样数据的随机误差相对增大，会导致交流电压信号的复现准确度降低；而当 L=100 时，即取用量子电压台阶上所有采样数据来计算基波幅值相对偏差，得到的



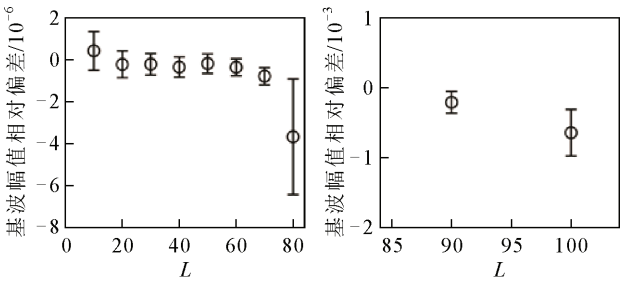
(a) 台阶第i个点分组拟合计算得到的基波幅值



(b) 台阶第i个点分组拟合计算得到的基波幅值的相对偏差

图 5　台阶第 i 个点分组拟合计算得到的基波电压幅值及相对偏差

Fig.5　Represented amplitude using the ith measurement point in each steps



(a) 基波幅值相对偏差 (0<L≤80)　(b) 基波幅值相对偏差 (90≤L≤100)

图 6　基于台阶不同长度采样数据得到的基波幅值相对偏差

Fig.6　The relative deviation of the amplitude using different length of measurement data of the step

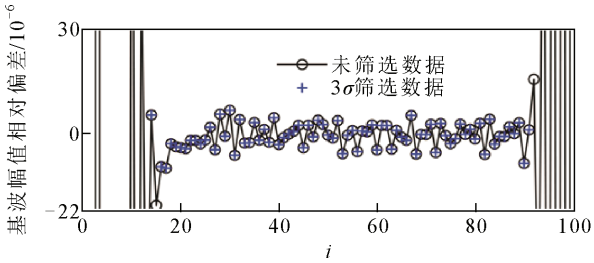


图 7　经 3σ准则筛选后的采样数据(M=100)

Fig.7　Filtered data using 3σ principle(M=100)

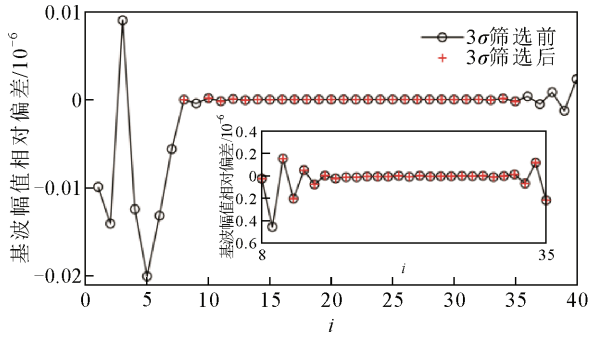


图 8　台阶第 i 个点分组拟合计算得到的基波电压幅值相对偏差(M=40)及 3σ准则筛选后的数据

Fig.8　Relative deviation of the amplitude using the ith measurement point in each steps (M=40) and data filtered using 3σ principle

平均偏差值为−6.55×10^{-4}，A 类测量不确定度为 3.3×10^{-4}，与仅利用平稳区域采样数据计算得到的基波幅值相对偏差值(例如 L≤70)相比，其平均偏差和 A 类测量不确定度增加了 3 个数量级，这意味着：计及处于过渡过程的采样数据会给测算结果造成较大偏差。因此，为保证以量子电压台阶波信号复现交流电压量值的准确性，需要选用合适的判据，准确挑选出平稳区的采样数据进行计算，以获取最小的量值复现偏差和 A 类测量不确定度。一种常见的方法是采用 3σ准则[18]，即剔除数组中偏差超过 3 倍标准差的数据，并迭代至数据长度不变为止。在上述算例中，经 3σ准则筛选后的采样数据见图 7。基于筛选得到的采样数据，计算得到基波幅值相对偏差的平均值为–7×10^{-7}，标准差为 3.6×10^{-6}。

应注意：在上述算例中，平稳区的采样数据在总采样数据中的占比较高，如此，依据 3σ准则筛选后，可以得到较理想的采样数据优选结果。但随着测量阶梯波信号频率的升高，平稳区采样数据在总采样数据中的占比逐渐下降，3σ准则的鲁棒性变差，可能引入较明显的测算误差。例如：图 8 给出了 M=40 的交流电压幅值测算数据(可用原始采样数据删除台阶中间部分 60 个采样点数据后的采样数据来模拟)，此条件下，对应的正弦交流信号频率为 2.5 kHz。

图 8 中，“+”即代表经 3σ准则筛选后的采样数据，可见迭代收敛后的数据，在首尾两端仍存在较明显的过渡过程数据。这是因为，数据的标准差值与两端的偏差值已在相同量级上，无法再进一步剔除。若对采用 3σ准则筛选后的采样数据做算数平均，得到的平均偏差值为–1.05×10^{-5}，标准差为 7.2×10^{-5}。显然，采用 3σ准则已不是最优的数据处理方案。

除 3σ准则外，还有学者提出基于片段采样的方法进行数据筛选[20]，即先选择一段电压台阶较平稳

的区域，基于该区域计算采样数据的平均值并作为台阶值，接着计算每个电压台阶上所有采样数据与上述平均值的差，并观察差值的分布，选择满足最小波动程度δ_0的中间部分，来确定平稳区的起点与终点，并经过不断迭代，直至该波动程度不能再小为止。该方法定义以下差值$\delta_{n,m}$为数据的波动，如式(1)所示。

$$\delta_{n,m} = z_{n,m} - \bar{z}_n \tag{1}$$

式中：$z_{n,m}$为阶梯波的采样值；$\bar{z}_n$为片段采样概念下定义的台阶值。

图 9 给出了 M=100 时，设置最小波动程度δ_0分别为±150、±100、±40、±30 μV，基于片段采样方法得到的采样数据筛选结果。

从图 9 可以看出，波动阈值的选取会直接影响所筛选出平稳区采样数据的结果，即：若波动阈值设置较大，会使得一部分仍处于过渡过程的采样数据被认定为平稳区的采样数据；若波动阈值设置较小，则会使得部分有用的采样数据信息丢失以及 A 类测量不确定度升高，而其中合适的波动范围需要观察并反复尝试来确定的。

2 量子电压台阶过渡区与平稳区的判据

本文所提出的量子电压阶梯波信号台阶平稳区与过渡区的判据，包含如下步骤：

1）信号时域单频分解：仍采用第 1 章中按正弦规律输出的阶梯波电压信号，一个周期内共有 N 个电压台阶，对每个电压台阶等间隔采样 M 个数据(为便于说明，设 M 为偶数，并定义 M/2 为台阶中心数据采样点)。利用每个电压台阶第 i 点的采样数据组成长度为 N 的数组 U_i={$u_{1,i}$, $u_{2,i}$, …, $u_{N,i}$}，基于数组 U_i，形成矩阵 $\boldsymbol{Y}_{1\times N}$，设矩阵 $\boldsymbol{C}$ 由数组 U_i 拟合得到的信号基波的傅里叶系数组成，即 $\boldsymbol{C}$=[a_{1i}, b_{1i}]，设信号的基波对应的傅里叶矩阵为 $\boldsymbol{F}_{N\times 2}$，如式(2)所示。

$$\boldsymbol{F}=\frac{2}{N}\begin{pmatrix} \cos(\frac{2\pi k\times 0}{N}) & \sin(\frac{2\pi k\times 0}{N}) \\ \cos(\frac{2\pi k\times 1}{N}) & \sin(\frac{2\pi k\times 1}{N}) \\ \vdots & \vdots \\ \cos(\frac{2\pi k\times (N-1)}{N}) & \sin(\frac{2\pi k\times (N-1)}{N}) \end{pmatrix} \tag{2}$$

式中：k 与基波频率 f_1 以及频率分辨率Δf之间应该满足关系 f_1=$k\Delta f$。

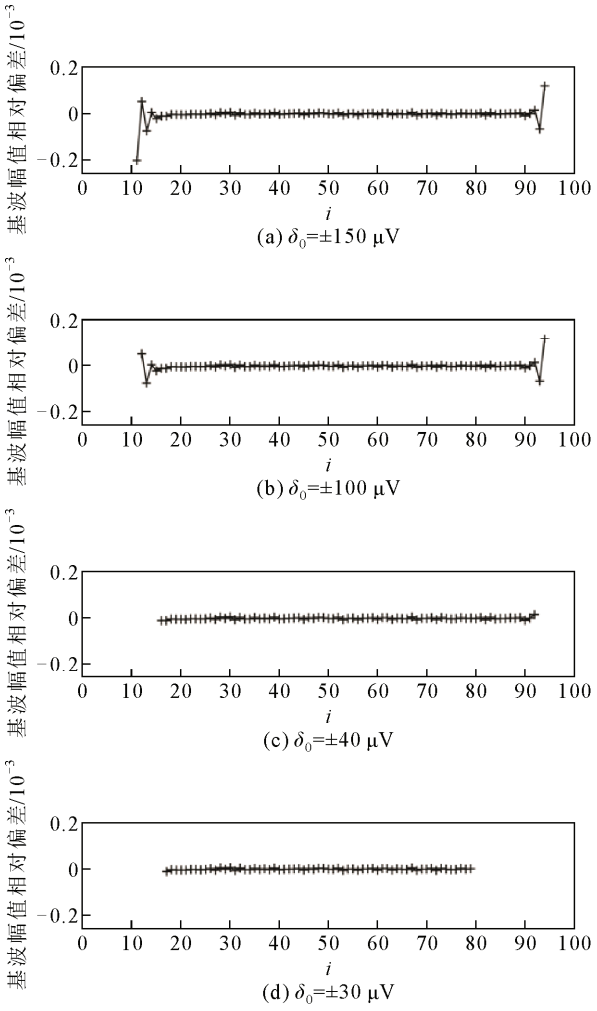


图 9 利用片段采样方法筛选后的数据(M=100)

Fig.9 Filtered data using piecewise sampling method(M=100)

矩阵 $\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{F}$、$\boldsymbol{Y}$ 之间存在如下关系：

$$\boldsymbol{YF}=\boldsymbol{C} \tag{3}$$

基于式(3)，可求得基波的傅里叶系数，继而可得量子电压信号基波分量的幅值 A_i 和初相角ϕ_i，即：

$$A_i=\sqrt{(a_{1i})^2+(b_{1i})^2},\phi_i=\arctan(\frac{b_{1i}}{a_{1i}}) \tag{4}$$

2）正向寻找 A 类测量不确定度的最小值：基于式(4)获取的 A_i-i 关系特性曲线，从量子电压台阶的中间点 i=M/2 开始，正向构建数组，得到：

$$A_+=\left\{A_{\frac{M}{2}},A_{\frac{M}{2}+1},...,A_{\frac{M}{2}+p_1}\right\} \tag{5}$$

式中：p_1 为从中间点正向寻找时基波幅值数据的编号，其上界为 M/2。

计算由式(5)构建的数组 A_+所包含基波幅值数据的 A 类测量不确定度，并搜寻其最小值，即：

$$u_{A+}(p_1)=\sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{p_1}(A_+(i)-\overline{A}_+)^2}{p_1(p_1+1)}},p_1=1,2,3,\cdots,\frac{M}{2} \tag{6}$$

$$[u_{\min+},p_+]=\min(u_{A+}) \tag{7}$$

式中：$\overline{A}_+$ 为数组 A_+所包含数据 $A_+(i)$的平均值；$u_{\min+}$为 u_{A+}的最小值；p_+为最小值 $u_{\min+}$处对应的 p_1 的值。

3）负向寻找 A 类测量不确定度的最小值：同样基于式(4)获取的 A_i–i 关系特性曲线，从量子电压台阶的中间点 i=M/2 开始，负向构建数组，获得：

$$A_-=\left\{A_{\frac{M}{2}-p_2},\ldots,A_{\frac{M}{2}-1},A_{\frac{M}{2}}\right\} \tag{8}$$

式中：p_2 为从中间点负向寻找时基波幅值数据编号，其上界为 M/2–1。

计算由式(8)构建的数组 A_-所包含基波幅值数据的 A 类测量不确定度，并搜寻其最小值，即：

$$u_{A-}(p_2)=\sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{p_2}(A_-(i)-\overline{A}_-)^2}{p_2(p_2+1)}},p_2=1,2,3,\ldots,\frac{M}{2}-1 \tag{9}$$

$$[u_{\min-},p_-]=\min(u_{A-}) \tag{10}$$

式中：$\overline{A}_-$ 为数组 A_-所包含数据的平均值；$u_{\min-}$为 u_{A-}的最小值；p_-为最小值 $u_{\min-}$处对应的 p_2 的值。

需要说明的是：在量子电压台阶中心点附近，A_+和 A_-数组长度很短，在样本不足的情况下，A 类测量不确定度并不能反映采样数据的波动性，可能出现 A 类不确定度“虚低”的情形。在此情况下，不可能将电压台阶平稳区的边界设置在与中心点最近的采样数据点处。因此，可增加一额外约束条件，以提升所提出判据的鲁棒性，即对任一电压台阶，其平稳区的采样数据与台阶总采样数据长度的比例不低于λ(λ的具体取值可根据需求进行定义)，即：为避免可能导致对平稳区边界的误判，在正向、负向寻找基波幅值采样数据的A类测量不确定度的最小值时，可免除对量子电压台阶中心点左、右的 λM/2 范围内基波幅值采样数据的搜寻。

4）确定平稳区和过渡区：基于式(7)和式(10)得到的正向和负向最小A类测量不确定度的采样数据点，将 M/2–p_-与 M/2+p_+之间的采样数据区间作为平稳区，其余采样数据则视为处于过渡区。基于此，所复现出的交流量子电压基波的幅值为：

$$\overline{A}=\frac{\sum_{i=\frac{M}{2}-p_-}^{\frac{M}{2}+p_+}A(i)}{p_++p_-+1} \tag{11}$$

其 A 类测量不确定度为：

$$u=\sqrt{\frac{\sum_{i=\frac{M}{2}-p_-}^{\frac{M}{2}+p_+}(A(i)-\overline{A})^2}{(p_++p_-+1)(p_++p_-)}} \tag{12}$$

以一个具体实例来验证本文所提出的量子电压阶梯波信号台阶平稳区与过渡区判据的合理性和有效性。为方便比较效果，对量子电压阶梯信号波形时域分解后得到的 A_i–i 关系特性曲线，仍采用图 5 所示结果(N=40，M=100)。

按前述方法得到数组 A_+(p_1=M/2) 和数组 A_-(p_2=M/2–1)，求得不同采样数据点相应的基波幅值相对偏差以及它们的 A 类测量不确定度，并分别设置λ=5%和λ=10%，得到相应的 A 类不确定度结果，如图 10 所示。

从图 10 可看出，每个数组采样数据的 A 类测量不确定度，均存在先变小后变大的特征。这是因为：在电压台阶中间的采样数据平稳区，数据的方差基本不变，A 类不确定度随相应采样数据长度的增加而减小；而在电压台阶的两端，随着过渡过程采样数据的增加，数组的方差急剧变大，由此导致 A 类测量不确定度增加。而且，虽然采样数据长度增加能使 A 类测量不确定度有一定程度下降，但远小于因过渡过程数据引入数据方差的变化，故 A 类测量不确定度呈现两端显著增加的特征。图 10 中第 51 号数据出现了样本数据不足(此时数据长度为 2)导致的 A 类测量不确定度“虚低”现象。而在设定λ=10%和λ=5%的条件下，二者均能判定出有效平稳区，能够有效避免上述电压台阶中心处 A 类不确定度评估失准而影响判据稳定性的问题。

在该算例中，得到 p_-=32，p_+=39，因此，该电压台阶上，i=18 至 i=89 共 72 个采样数据点被判定为平稳区，其与按 3σ准则、片段采样方法所得结果的比较如图 11 所示。由图 11 可见，被判定为平稳区域的采样数据的平均偏差值为–4.5×10^{-7}，标准差为 3.15×10^{-6}，它们均优于按 3σ准则(平均偏差值为–1.05×10^{-5}，标准差值为 7.23×10^{-5})以及片段采样方法(δ_0=±40 μV，平均偏差值为–1.26×10^{-6}，标准差值为 7.34×10^{-6})得到的结果。

为进一步验证本文所提出量子电压台阶采样数据平稳区与过渡区判据具有更高的鲁棒性，对平稳区较窄的情况(N=40，M=40)进行分析。选用图 8 所示 3σ准则不适用的数据，计算得到的 p_-=2，p_+=9，

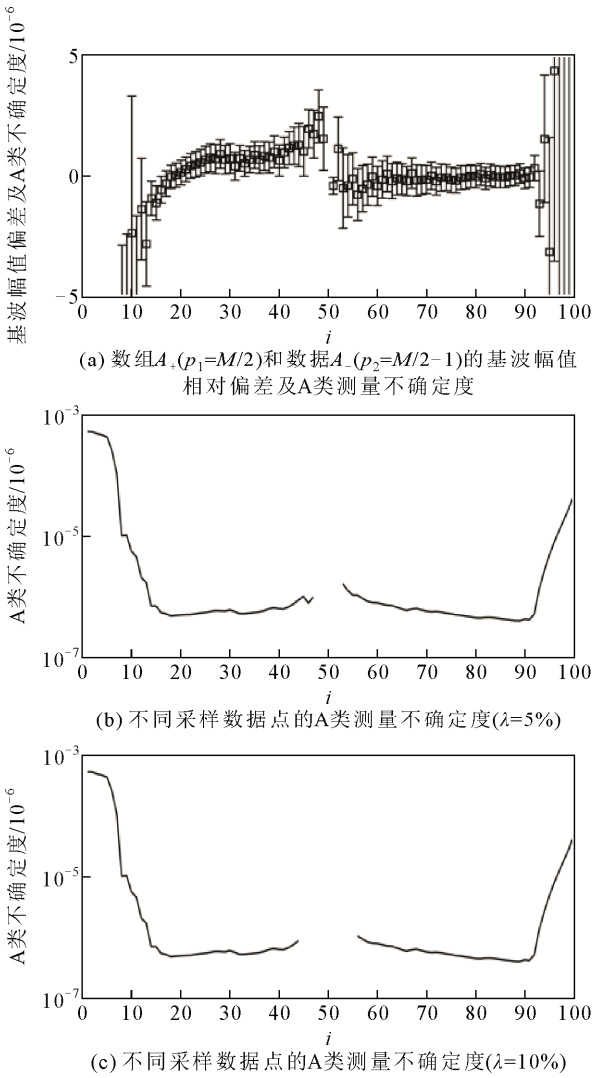


图 10 数组A_+(p_1=M/2)和数组A_-(p_2=M/2−1)的基波幅值相对偏差和 A 类测量不确定度以及λ取 5%和 10%条件下的 A 类测量不确定度

Fig.10 Relative deviation of the amplitude and Type-A uncertainty of arrays A_+(p_1=M/2)and A_-(p_2=M/2−1) and Type-A uncertainty on the condition that λ=5% and λ=10%

因此，电压台阶中 i=18 至 i=29 共 12 个采样数据点被判定为平稳区，其与按 3σ准则、片段采样方法所得结果的比较如图 12 所示。从图 12 可以看出，此情况下，被判定为平稳区采样数据的平均偏差值为 -8.1×10^{-7}，标准差为 3.3×10^{-6}，大幅优于按 3σ准则得到的平均偏差值-1.05×10^{-5} 和标准差 7.2×10^{-5}，且也优于按片段采样方法(δ_0=±40 μV)得到的平均偏差值-1.26×10^{-6} 和标准差值 6.18×10^{-6}。

图 13 给出了量子电压阶梯波每个台阶上平稳区长度取不同的条件下，采用本文所提出判据与采用 3σ准则、片段采样方法(δ_0=±40 μV，该波动范围是反复尝试、比较所确定的)所复现的交流电压幅值随阶梯波频率变化特性曲线。注意：图 13 中的误差

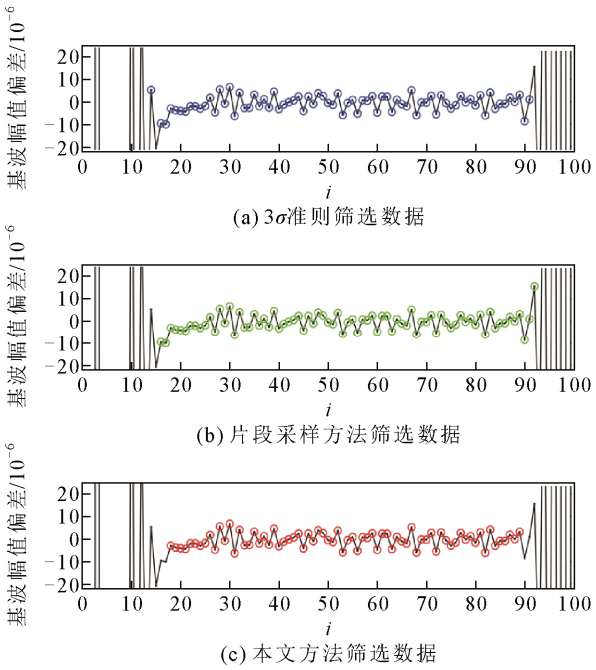


图 11 经本文方法和 3σ准则、片段采样方法筛选后的数据(M=100)

Fig.11 Filtered data using respectively the proposed method and the piecewise sampling method and the 3σ principle (M=100)

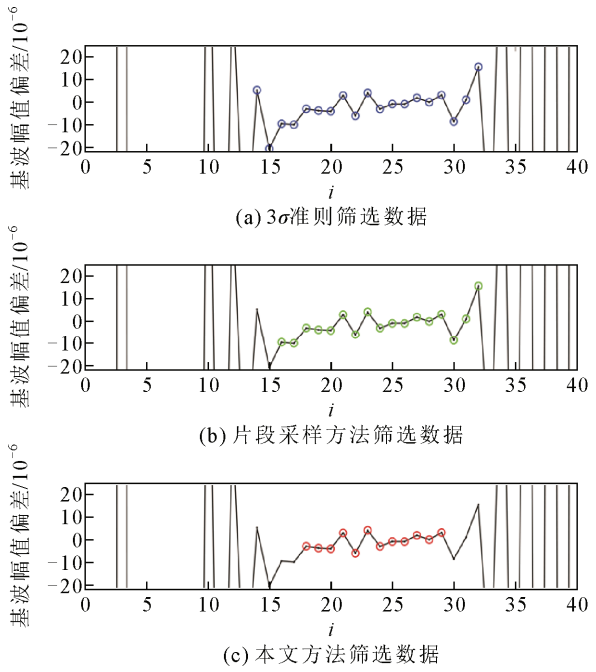


图 12 经本文方法和 3σ准则、片段采样方法筛选后的数据(M=40)

Fig.12 Filtered data using respectively the proposed method and the piecewise sampling method and the 3σ principle(M=40)

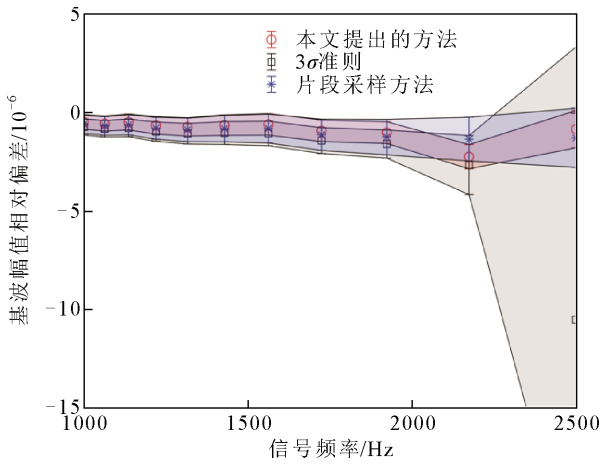


图 13　采用本文方法和 3σ准则、片段采样方法在不同稳定区长度下复现的交流电压幅值频率特性

Fig.13　Frequency dependence of the represented amplitude using respectively the proposed method and the 3σ principle and the piecewise sampling method

线仅代表了 A 类测量不确定度，为获取综合测量不确定度，还需充分考虑量子电压系统的 B 类测量不确定度，而对此，本文不做赘述。从图 13 提供的结果可以看出，在低频区域(1~2 kHz)，依据本文所提出判据与按 3σ准则、片段采样方法所得结果的 A 类测量不确定度的水平相当，但按本文提出判据得到的交流电压幅值的平均偏差更小。随着频率的增加，依据 3σ准则所得结果的鲁棒性变差，测量结果的平均值偏差和 A 类测量不确定度均快速增加；而片段采样方法和本文所提出的判据均具有较高的鲁棒性。例如在 f=2.5 kHz 条件下，依据 3σ准则计算得到基波幅值的平均值偏差约为-1×10^{-5}，A 类测量不确定度是 1.4×10^{-5}；依据片段采样方法计算得到基波幅值的平均偏差值约为-1.25×10^{-6}，A 类测量不确定度为 1.49×10^{-6}；利用本文提出的判据，基波幅值的平均值偏差为-8×10^{-7}，约为按 3σ准则得到的基波幅值平均偏差值的 1/12；利用本文提出判据得到的 A 类测量不确定度为 9.5×10^{-7}，比依据 3σ准则得到的 A 类测量不确定度小约 1 个数量级。

3　结论

1）本文提出了一种鲁棒区分交流量子电压台阶平稳区与过渡区的判据。首先，将每个量子电压台阶相同编号的采样数据组成数组，并进行时域正弦波拟合，得到交流电压基波幅值的特性曲线；然后，以量子电压台阶的中心为起点，通过双向延拓并搜寻基波幅值的最小 A 类测量不确定度来完成平稳区与过渡区的划分；最后，引入平稳区的采样数据与台阶总采样数据长度的比例参数λ，有效避免了电压台阶中心处 A 类不确定度评估失准而影响判据稳定性的问题。

2）实验结果表明：在低频段(信号频率 1~2 kHz)，基于本文所提出判据计算得到的阶梯波基波幅值的平均偏差比依据 3σ准则、片段采样方法计算得到的基波幅值平均偏差更小；在高频段(信号频率高于 2 kHz)，本文提出的判据与片段采样方法均具有较高的鲁棒性，相应的基波幅值平均偏差与 A 类测量不确定度均优于依据 3σ准则计算得到的结果。

综上，本文所提出的量子电压台阶平稳区与过渡区的判据，具有较高的鲁棒性和交流电压复现准确性，利用它可自动、准确地判定量子电压台阶的平稳区与过渡区，能有效提升量子电压阶梯波信号的测算准确性。

参考文献　References

[1] BENZ S. Synthesizing accurate voltages with superconducting quantum-based standards[J]. IEEE Instrumentation & Measurement Magazine, 2010, 13(3): 8-13.

[2] 周　峰，殷小东，葛得辉，等. 电力量子计量技术的进展与趋势[J]. 高电压技术，2023，49(2)：618-635.
ZHOU Feng, YIN Xiaodong, GE Dehui, et al. Progress and trend of power quantum metrology technology[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(2): 618-635.

[3] JOSEPHSON B D. Possible new effects in superconductive tunnelling[J]. Physics Letters, 1962, 1(7): 251-253.

[4] ANDERSON P W, ROWELL J M. Probable observation of the josephson superconducting tunneling effect[J]. Physical Review Letters, 1963, 10(6): 230-232.

[5] 李世松，赵　伟，黄松岭，等. 国际单位制变革与电磁测量发展互促共赢[J]. 中国电机工程学报，2021，41(增刊 1)：261-274.
LI Shisong, ZHAO Wei, HUANG Songling, et al. Electrical measurements and revision of international system of units: a win-win outcome[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(Supplement 1): 261-274.

[6] 李京慧. 基于约瑟夫森效应的交流量子电压合成技术研究[D]. 青岛：青岛大学，2020.
LI Jinghui. Research on AC quantum voltage synthesis technology based on Josephson effect[D]. Qingdao, China: Qingdao University, 2020.

[7] 王曾敏，李红晖，段梅梅，等. 免液氦量子电压标准热传导特性[J]. 高电压技术，2023，49(2)：636-643.
WANG Zengmin, LI Honghui, DUAN Meimei, et al. Thermal characteristics of liquid helium free josephson voltage standards[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(2): 636-643.

[8] SOSSO A, DURANDETTO P, TRINCHERA B, et al. Characterization of a Josephson array for pulse-driven voltage standard in a cryocooler[J]. Measurement, 2017, 95: 77-81.

[9] HAMILTON C A. Josephson voltage standards[J]. Review of Scientific Instruments, 2000, 71(10): 3611-3623.

[10] BEHR R, KIELER O, KOHLMANN J, et al. Development and metrological applications of Josephson arrays at PTB[J]. Measurement Science and Technology, 2012, 23(12): 124002.

[11] BURROUGHS C J, DRESSELHAUS P D, RUFENACHT A, et al. NIST 10 V programmable Josephson voltage standard system[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2011, 60(7): 2482-2488.
[12] SOLVE S, CHAYRAMY R, MARUYAMA M, et al. Direct DC 10 V comparison between two programmable Josephson voltage standards made of niobium nitride (NbN)-based and niobium (Nb)-based Josephson junctions[J]. Metrologia, 2018, 55(2): 302-313.
[13] RUFENACHT A, BURROUGHS C J, BENZ S P, et al. Precision differential sampling measurements of low-frequency synthesized sine waves with an AC programmable Josephson voltage standard[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2009, 58(4): 809-815.
[14] 刘志尧，贾正森，王　磊，等. 基于可编程 SNS 型约瑟夫森结阵的驱动系统研究[J]. 电测与仪表，2018，55(8)：125-130.
LIU Zhiyao, JIA Zhengsen, WANG Lei, et al. Research of driven system based on programmable SNS Josephson junction array[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2018, 55(8): 125-130.
[15] 周天地，贾正森，杨　雁，等. 基于 PJVS 的交流量子电压比例研究[J]. 仪器仪表学报，2020，41(2)：85-92.
ZHOU Tiandi, JIA Zhengsen, YANG Yan, et al. Research on AC quantum voltage ratio based on PJVS[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(2): 85-92.
[16] 贾正森，王　磊，刘志尧，等. 基于量子技术的交流电压幅值测量准确度研究[J]. 电测与仪表，2018，55(1)：98-101，108.
JIA Zhengsen, WANG Lei, LIU Zhiyao, et al. The accuracy research of AC voltage amplitude measurement based on quantum technologies[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2018, 55(1): 98-101, 108.
[17] 周琨荔，屈继峰，张钟华，等. 交流量子电压标准研究综述[J]. 计量学报，2017，38(4)：486-491.
ZHOU Kunli, QU Jifeng, ZHANG Zhonghua, et al. The status of AC quantum voltage standards[J]. Acta Metrologica Sinica, 2017, 38(4): 486-491.
[18] 徐熙彤，贾正森，王　磊，等. 基于约瑟夫森量子电压的谐波电压测量方法研究[J]. 计量学报，2020，41(3)：311-316.
XU Xitong, JIA Zhengsen, WANG Lei, et al. Research on harmonic voltage measurement method based on Josephson quantum voltage[J]. Acta Metrologica Sinica, 2020, 41(3): 311-316.
[19] LU Z L, YANG Y, HUANG L, et al. An improved sampling approach to overcome transient effect in staircase waveform[C]// Proceedings of the 29th Conference on Precision Electromagnetic Measurements. Rio de Janeiro, Brazil: IEEE, 2014: 702-703.
[20] 陆祖良，杨　雁，黄　璐，等. 片段采样与阶梯波测量——阶梯波研究之二[J]. 计量学报，2019，40(1)：31-39.
LU Zuliang, YANG Yan, HUANG Lu, et al. Piecewise sampling and measurement of staircase waveform[J]. Acta Metrologica Sinica, 2019, 40(1): 31-39.
[21] RÜFENACHT A, BURROUGHS C J, DRESSELHAUS P D, et al. Differential sampling measurement of a 7 V RMS sine wave with a programmable Josephson voltage standard[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2013, 62(6): 1587-1593.
[22] 陆祖良，杨　雁，黄　璐，等. 阶梯波性质的进一步探讨——阶梯波研究之一[J]. 计量学报，2018，39(6)：759-767.
LU Zuliang, YANG Yan, HUANG Lu, et al. Further discussion on characteristics of staircase waveform[J]. Acta Metrologica Sinica, 2018, 39(6): 759-767.
[23] 贾正森，王　磊，徐熙彤，等. 基于约瑟夫森量子电压的交流功率测量系统及方法研究[J]. 计量学报，2020，41(4)：469-474.
JIA Zhengsen, WANG Lei, XU Xitong, et al. Research on AC power measurement system and method based on Josephson quantum voltage[J]. Acta Metrologica Sinica, 2020, 41(4): 469-474.
[24] JIA Z S, LIU Z Y, WANG L, et al. Design and implementation of differential AC voltage sampling system based on PJVS[J]. Measurement, 2018, 125: 606-611.



麻滨麒
1999—，男，硕士生
主要从事现代电磁测量技术和方法研究
E-mail: mbq21@mails.tsinghua.edu.cn

MA Binqi



徐　晴
1973—，女，硕士，研究员级高工
主要从事电能计量技术、新型电测技术和管理相关研究
E-mail: qing_xq@aliyun.com

XU Qing
Professor



陈铭明
1986—，男，硕士，高工
主要从事电能计量新技术、能源计量、能效提升、电能替代等研究
E-mail: rd1228@163.com

CHEN Mingming
Senior engineer



赵　伟
1956—，男，博士，教授，博导
主要从事现代电磁测量方向的教学和科研工作
E-mail: zhaowei@mail.tsinghua.edu.cn

ZHAO Wei
Ph.D., Professor



王　磊
1973—，男，硕士，研究员
从事采样技术，数字输入功率的测量、合成和采集，及电信号的重构技术研究
E-mail: wl@nim.ac.cn

WANG Lei
Professor



李世松(通信作者)
1987—，男，博士，助理教授
从事现代电磁计量和电磁测量理论和方法研究
E-mail: shisongli@tsinghua.edu.cn

LI Shisong
Ph.D.
Corresponding author

收稿日期　2023-02-24　修回日期　2023-06-09　　编辑　卫李静