第 50 卷 第 2 期：758-764　　高电压技术　　Vol.50, No.2: 758-764
2024 年 2 月 29 日　　High Voltage Engineering　　February 29, 2024
DOI: 10.13336/j.1003-6520.hve.20220538

基于时域 BLT 方程的带绝缘线缆束场-线耦合模型

席志豪[1,2]，梁　涛[1,2]，谢彦召[1,2]，郭　洁[1,2]
（1. 西安交通大学电工材料电气绝缘全国重点实验室，西安 710049;
2. 西安交通大学电气工程学院，西安 710049）

摘　要：为研究外场辐照下复杂线缆系统(多导体、非线性负载、带绝缘层)终端电压/电流时域响应特性规律，提出了复杂线缆束在入射场激励下的终端响应建模方法。研究在时域内重塑多导体 BLT 方程，在兼顾计算效率、易于向线缆网络扩展的基础上，解决了线缆束端接非线性负载的终端时域响应求解问题；并通过引入介质层系数，修正了 BLT 方程源矢量项，解决了常规 BLT 方程忽视绝缘层对入射场畸变效应而导致的误差问题。最后，将计算结果同时域有限差分法和有限积分法计算结果进行对比，验证了模型在处理复杂线缆场线耦合问题上的准确性。
关键词：时域 BLT 方程；线缆束；场线耦合；非线性负载；介质层系数

Field-to-line Coupling Model for Insulated Wiring Bundle Based on Time-domain BLT Equation

XI Zhihao[1,2], LIANG Tao[1,2], XIE Yanzhao[1,2], GUO Jie[1,2]
(1. State Key Laboratory of Electrical Insulation and Power Equipment, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: In order to study the time-domain response characteristics of terminal voltage/current for complex wiring harness system (multi-conductor, nonlinear load, dielectric coatings) under external field illumination, a field coupling to transmission line modeling method based on the Baum-Liu-Tesche(BLT) equation is proposed in this paper. Through re-formulating the multi-conductor BLT equation in time domain, the response of nonlinear load connected to terminal of the wiring harness is solved, which preserves the advantages of high computing efficiency and applicability to line networks of classic frequency domain BLT method. By introducing the coating coefficient and modifying the source vector of BLT equation, the modeling error caused by ignoring the distortion effect of dielectric coatings on incident field is eased. Finally, the calculation results are compared with the results obtained by finite difference time domain and finite integer technique, which verifies the accuracy of the model in dealing with the field coupling to complex wiring harness problem.
Key words: time-domain BLT equation; wiring harness bundle; field-to-line coupling; nonlinear load; coating coefficient

0　引言

传输线作为信号传递、能量传输的重要通道，是各种电气设备中常见的结构[1]，同时也极易同外部电磁波耦合，在沿线及终端感应出电压电流，对终端设备的稳定、安全运行造成不利影响[2-3]。因此，开展辐射电磁场同复杂线缆间耦合作用的建模研究对于设备辐射抗扰度评估、防护加固等工作具有重要理论意义[4-7]。实际工程应用中的线缆均较为复杂，一方面，终端负载常伴有非线性特性，如：开关元件、避雷器等非线性元件[8]；另一方面，多股芯线的线缆束包含复杂的介电绝缘层，以起到绝缘及铠装作用。以上特征对场线耦合的建模方法提出了巨大的挑战。

当前，线缆束端接非线性负载的场线耦合建模求解包括时域方法(如：SPICE 等值电路、时域有限差分法(finite difference time domain，FDTD)、互易定理、传输线宏模型方法、时域 Baum-Liu-Tesche 法(BLT)等)及频域方法(如：Volterra 积分方程[9]，采用时间步进求解，在每个时间步长中均应用求根法，效率相对较低)。其中，SPICE 等值电路模型采用特征线法建模，依托 SPICE 电路仿真软件求解，但需

基金资助项目：国家重点研发计划(2021YFF0700101)；电力设备电气绝缘国家重点实验室中青年基础研究创新基金(EIPE21308)。
Project supported by National Key R&D Program of China (2021YFF0700101), Fundamental Research Fund of State Key Laboratory of Electrical Insulation and Power Equipment(EIPE21308).

在软件中自行建立非线性负载模型，过程较为复杂[10]；时域有限差分法采用离散化求解传输线方程，对电脑内存需求较高[11]；互易定理求解场线耦合问题时采取折中方案，依赖全波仿真软件(如 CST、FEKO 等)求解线缆端接非线性负载的远场辐射值，严重降低计算效率[12]；传输线宏模型采用矩量法与传输线模型相结合的方式，相比全波算法可以显著提高计算效率，但分析过程较为复杂[13]；相比而言，时域 BLT 法具有计算效率高、可处理网络问题等优势，是处理线缆端接非线性负载的场线耦合关键技术[14]。目前，已经有不少研究报道了应用时域 BLT 方程对典型线缆(同轴线、架空线、微带线)终端负载响应特性规律进行了探究[15-18]。

此外，线缆中绝缘层会对场线耦合效率产生较大影响。李冰等通过研究发现绝缘层会引起共模电流到差模电流的转换，这是由于绝缘层表面电荷积累所致[19]。入射场辐照下绝缘层同样会出现束缚电荷积累，当绝缘层厚度不满足远小于入射场波长时(通常以 10 倍表征[20])，绝缘层上大量的束缚电荷积累会导致入射场产生一定畸变效应。梁涛等通过研究发现绝缘层不仅会影响线缆单位长电容参数，同时也会导致入射场的畸变，由此提出了通过引入介质层系数(C_d)，修正 BLT 方程源矢量项的建模方法，在不增加模型复杂度的条件下，大幅提高了终端负载响应预测结果的准确度[21]。

可见，前人对线缆束端接非线性负载的场线耦合问题建模已开展大量研究，但仍然存在 2 方面不足：(1)对非线性负载的求解仍然展现出求解效率较低、求解过程复杂等缺点；(2)绝缘介质层对场线耦合建模的影响尚未拓展到复杂多导体线缆束。

为此，本文以带有复杂绝缘层的线缆束为研究对象，联合时域 BLT 方程及介质层系数理论提出了针对复杂线缆的场线耦合计算模型，实现了终端线性/非线性负载响应的快速、准确求解。本文结构如下：第 1 部分提出多导体传输线的时域 BLT 方程建模方法；第 2 部分分别计算了线性和非线性负载情况下时域 BLT 方程预测线缆终端响应，以验证模型准确性；第 3 部分总结全文。

1　时域 BLT 场线耦合模型建立

1.1　时域 BLT 方程模型

待研究线缆结构如图 1 所示，采用笛卡尔坐标系进行建模，其中 $\mathscr{L}$ 为传输线长度，$\boldsymbol{k}$ 为传播矢量

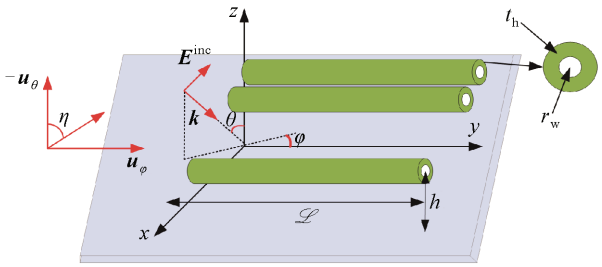


图 1　入射场辐照下带绝缘层的多导体传输线模型示意图

Fig.1　Dielectric-coated multiconductor transmission lines above plane ground under illumination of plane-wave electro-magnetic field

(大小为 $2\pi/\lambda$)，$\boldsymbol{u}_\theta$、$\boldsymbol{u}_\varphi$ 分别为球坐标系下入射角方向和方位角方向单位矢量；h 为传输线对地高度；r_w 为导体半径；假设 $h<0.1\lambda$(λ 为入射波波长，$\lambda=v_0/f$，v_0 为自由空间电磁波传播速度，f 为入射波频率)，则满足传输线近似条件；并假设导体为理想导体(perfect electric conductors，PEC)，t_h 为绝缘层厚度，其相对介电常数为 ε_r；入射平面波($\boldsymbol{E}^{inc}$)特性：入射角为 θ，方位角为 φ，极化角为 η，入射电场强度为 E_0；地面为理想大地(PEC)，即平面电磁波发生全反射，因此地面上存在入射场、反射场 2 种辐射电场，叠加总场在坐标系上的各分量分别为：

$$\begin{cases} E_x = -\mathrm{j}2E_0 e_x \sin(k_z z)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_y y} \\ E_y = -\mathrm{j}2E_0 e_y \sin(k_z z)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_y y} \\ E_z = 2E_0 e_z \cos(k_z z)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_y y} \end{cases} \tag{1}$$

其中：

$$\begin{cases} e_x = -\cos(\theta)\sin(\varphi)\cos(\eta) + \cos(\varphi)\sin(\eta) \\ e_y = \cos(\theta)\cos(\varphi)\cos(\eta) + \sin(\varphi)\sin(\eta) \\ e_z = \sin(\theta)\cos(\eta) \\ k_x = -k\sin(\theta)\sin(\varphi) \\ k_y = k\sin(\theta)\cos(\varphi) \\ k_z = -k\cos(\theta) \end{cases} \tag{2}$$

由文献[14]可知，频域 BLT 方程式为：

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_L \\ \boldsymbol{V}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}+\boldsymbol{\Gamma}_L & 0 \\ 0 & \boldsymbol{U}+\boldsymbol{\Gamma}_R \end{bmatrix} \cdot \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{U} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{U} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{T}_V \mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}} \boldsymbol{T}_V^{-1} \\ \boldsymbol{T}_V \mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}} \boldsymbol{T}_V^{-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_L & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\Gamma}_R \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_1 \\ \boldsymbol{S}_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_L \\ \boldsymbol{I}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}_C & 0 \\ 0 & \boldsymbol{Y}_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}-\boldsymbol{\Gamma}_L & 0 \\ 0 & \boldsymbol{U}-\boldsymbol{\Gamma}_R \end{bmatrix} \cdot \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{U} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{U} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{T}_V \mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}} \boldsymbol{T}_V^{-1} \\ \boldsymbol{T}_V \mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}} \boldsymbol{T}_V^{-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_L & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\Gamma}_R \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_1 \\ \boldsymbol{S}_2 \end{bmatrix} \end{cases} \tag{3}$$

其中：$\boldsymbol{V}_{\mathrm{L}}$、$\boldsymbol{V}_{\mathrm{R}}$、$\boldsymbol{I}_{\mathrm{L}}$、$\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}$ 分别为传输线左、右两侧终端负载电压和电流；$\boldsymbol{\Gamma}_{\mathrm{L}}$、$\boldsymbol{\Gamma}_{\mathrm{R}}$ 分别为终端反射系数；$\boldsymbol{U}$ 为单位矩阵；$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}$ 为传输线特征导纳；$\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}$ 为相似变换矩阵，且满足方程式 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\boldsymbol{ZY}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}=\gamma^2$，其中 $\boldsymbol{Y}$、$\boldsymbol{Z}$ 分别为多导体传输线导纳与阻抗参数，γ 为传播常数；$\boldsymbol{S}_1$ 和 $\boldsymbol{S}_2$ 为源矢量项，采取 Agrawal 模型进行场线耦合建模，其表达式为：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{S}_1\\ \boldsymbol{S}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\int_0^{\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma y}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\boldsymbol{V}_{\mathrm{s}}(y)\mathrm{d}y-\frac{1}{2}\boldsymbol{V}_{\mathrm{SL}}+\frac{1}{2}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\boldsymbol{V}_{\mathrm{SR}}\\ \frac{1}{2}\int_0^{\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma(\mathscr{L}-y)}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\boldsymbol{V}_{\mathrm{s}}(y)\mathrm{d}y-\frac{1}{2}\boldsymbol{V}_{\mathrm{SR}}+\frac{1}{2}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\boldsymbol{V}_{\mathrm{SL}}\end{bmatrix} \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{V}_{\mathrm{SL}}$ 和 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{SR}}$ 为由入射场截向分量引起的线缆源分布；$\boldsymbol{V}_{\mathrm{s}}(y)$为由入射场沿线分量引起的线缆源分布，其示意图如图 2 所示，其中 $\boldsymbol{I}$ 为 Δy 长度内线缆电流，$\boldsymbol{Z}_{\mathrm{R}}$、$\boldsymbol{Z}_{\mathrm{L}}$ 为右侧和左侧终端阻抗。从式(4)中可以看出，相对于传统 BLT 方程，其指数形式由 $\mathrm{e}^{+\gamma y}$ 变为 $\mathrm{e}^{-\gamma y}$，即时谐符号变为 e^{+st}，该形式提供反向时间传播，在时域计算时物理意义更加明确。

由于非线性负载下终端反射系数不存在简单解析解，无法直接应用频域 BLT 方程求解终端电压和电流响应，故需要将式(3)变形以进行时域求解。根据矩阵恒等式式(5)可得式(6)：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}-\boldsymbol{\Gamma}_{\mathrm{L}} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{U}-\boldsymbol{\Gamma}_{\mathrm{R}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U} & \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\\ \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1} & \boldsymbol{U}\end{bmatrix}^{-1}\cdot$$
$$\begin{bmatrix}-\boldsymbol{U} & \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\\ \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1} & -\boldsymbol{U}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}+\boldsymbol{\Gamma}_{\mathrm{L}} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{U}+\boldsymbol{\Gamma}_{\mathrm{R}}\end{bmatrix}+ \tag{5}$$
$$2\begin{bmatrix}\boldsymbol{U} & \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\\ \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1} & \boldsymbol{U}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\boldsymbol{U} & -\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\boldsymbol{\Gamma}_{\mathrm{R}}\\ -\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\boldsymbol{\Gamma}_{\mathrm{L}} & \boldsymbol{U}\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_{\mathrm{L}}\\ \boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{U} & \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\\ \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1} & \boldsymbol{U}\end{bmatrix}^{-1}\cdot$$
$$\begin{bmatrix}-\boldsymbol{U} & \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\\ \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1} & -\boldsymbol{U}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_{\mathrm{L}}\\ \boldsymbol{V}_{\mathrm{R}}\end{bmatrix}+ \tag{6}$$
$$2\begin{bmatrix}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{U} & \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\\ \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1} & \boldsymbol{U}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\boldsymbol{S}_1\\ \boldsymbol{S}_2\end{bmatrix}$$

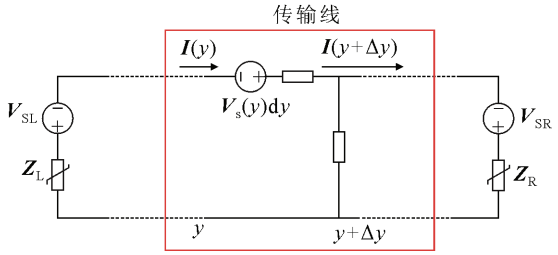


图 2 由入射场引起的线缆源分布示意图

Fig.2 Schematic diagram of source distribution caused by incident field

再令：

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{g11}} & \boldsymbol{Y}_{\mathrm{g12}}\\ \boldsymbol{Y}_{\mathrm{g21}} & \boldsymbol{Y}_{\mathrm{g22}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}\end{bmatrix}\cdot\\ \begin{bmatrix}\boldsymbol{U} & \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\\ \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1} & \boldsymbol{U}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}-\boldsymbol{U} & \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\\ \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1} & -\boldsymbol{U}\end{bmatrix}\\ \begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_{\mathrm{S1}}\\ \boldsymbol{I}_{\mathrm{S2}}\end{bmatrix}=2\begin{bmatrix}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{U} & \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\\ \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1} & \boldsymbol{U}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\boldsymbol{S}_1\\ \boldsymbol{S}_2\end{bmatrix}\end{cases} \tag{7}$$

由此可得：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_{\mathrm{L}}\\ \boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{g11}} & \boldsymbol{Y}_{\mathrm{g12}}\\ \boldsymbol{Y}_{\mathrm{g21}} & \boldsymbol{Y}_{\mathrm{g22}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_{\mathrm{L}}\\ \boldsymbol{V}_{\mathrm{R}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_{\mathrm{S1}}\\ \boldsymbol{I}_{\mathrm{S2}}\end{bmatrix} \tag{8}$$

其中式(8)的求逆项可通过式(9)、(10)进行求解：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{U} & \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\\ \boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1} & \boldsymbol{U}\end{bmatrix}^{-1}=$$
$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}+\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\boldsymbol{F}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1} & -\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\boldsymbol{F}\\ -\boldsymbol{F}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1} & \boldsymbol{F}\end{bmatrix} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{F}=\left(\boldsymbol{U}-\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-2\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\right)^{-1} \tag{10}$$

由终端非线性负载伏安特性关系可知：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{I}_{\mathrm{L}}&=\boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{V}_{\mathrm{L}}\right)\\ \boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}&=\boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{V}_{\mathrm{R}}\right)\end{aligned} \tag{11}$$

由此可得时域 BLT 方程为：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{v}_{\mathrm{L}}(t)\right)&=\boldsymbol{i}_{\mathrm{S1}}(t)+\boldsymbol{y}_{\mathrm{g11}}*\boldsymbol{v}_{\mathrm{L}}(t)+\boldsymbol{y}_{\mathrm{g12}}*\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}(t)\\ \boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}(t)\right)&=\boldsymbol{i}_{\mathrm{S2}}(t)+\boldsymbol{y}_{\mathrm{g21}}*\boldsymbol{v}_{\mathrm{L}}(t)+\boldsymbol{y}_{\mathrm{g22}}*\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}(t)\end{aligned} \tag{12}$$

式中：“$*$”代表卷积；$\boldsymbol{i}_{\mathrm{S1}}(t)$、$\boldsymbol{i}_{\mathrm{S2}}(t)$分别为 $\boldsymbol{I}_{\mathrm{S1}}$、$\boldsymbol{I}_{\mathrm{S2}}$ 经逆拉普拉斯变换后的结果；$\boldsymbol{y}_{\mathrm{g11}}$、$\boldsymbol{y}_{\mathrm{g12}}$、$\boldsymbol{y}_{\mathrm{g21}}$、$\boldsymbol{y}_{\mathrm{g22}}$ 分别为 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{g11}}$、$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{g12}}$、$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{g21}}$、$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{g22}}$ 经逆拉普拉斯变换后的结果；$\boldsymbol{v}_{\mathrm{L}}$、$\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}$ 分别为$\boldsymbol{V}_{\mathrm{L}}$、$\boldsymbol{V}_{\mathrm{R}}$ 经逆拉普拉斯变换后的结果，也即待求量。式(12)可以通过求解非线性方程组，进而求解线缆终端负载响应。

1.2 时域 BLT 方程求解

假设导体为理想良导体，考虑绝缘介质层的影响，采用有限元法计算线缆单位长电容参数及绝缘层系数 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}}$[22]。

由文献[21]可知，绝缘层只对入射场中截向场分量产生畸变，对沿线场无畸变效应，故相应介质层系数应无差别地耦合到式(4)中的 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{SL}}$ 和 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{SR}}$(由入射场截向分量引起的线缆源分布)，故考虑绝缘层对入射场畸变的 BLT 方程源矢量项频域表达式为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{S}_1=-\frac{1}{2}\int_0^{\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma y}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\boldsymbol{V}_{\mathrm{s}}(y)\mathrm{d}y-\frac{1}{2}\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{SL}}+\frac{1}{2}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{SR}}\\ \boldsymbol{S}_2=\frac{1}{2}\int_0^{\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma(\mathscr{L}-y)}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\boldsymbol{V}_{\mathrm{s}}(y)\mathrm{d}y+\frac{1}{2}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\mathrm{e}^{-\gamma\mathscr{L}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{SL}}-\frac{1}{2}\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{SR}}\end{cases} \tag{13}$$

由逆拉普拉斯变换可得源矢量项时域公式为：

$$\begin{cases}\left[\boldsymbol{s}_1(t)\right]_i=-0.5\left[\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}ii}\right]T_1\left(e_z v_z+\frac{e_y}{(\lambda+1/v_y)}\right)\left[\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\right]_{i行}\cdot \\ \left(\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\begin{matrix}E_0(t-[T_2]_i-\frac{T_1}{2})-\\E_0(t-[T_3]_i-\frac{T_1}{2})\end{matrix}\right)\left[\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\right]_{i行}\right)*p(T_1)\right) \\ \left[\boldsymbol{s}_2(t)\right]_i=-0.5\left[\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}}\right]_{ii}T_1\left(e_z v_z+\frac{e_y}{(\lambda-1/v_y)}\right)\left[\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}\right]_{i行}\cdot \\ \left(\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\begin{matrix}E_0(t-[T_2]_i-T_4-\frac{T_5}{2})-\\E_0(t-[T_3]_i-T_4-\frac{T_5}{2})\end{matrix}\right)\left[\boldsymbol{T}_{\mathrm{V}}^{-1}\right]_{i行}\right)*\right. \\ \left.p(T_5)\right)\end{cases} \tag{14}$$

式中：n 为导体个数；$\boldsymbol{s}_1(t)$、$\boldsymbol{s}_2(t)$ 为 $\boldsymbol{S}_1$、$\boldsymbol{S}_2$ 经逆拉普拉斯变换获得的结果；v_x、v_z 分别为波在各坐标轴传播速率，具体计算可参考文献[22]；$p(T)$为门函数，其表达式为：

$$p(t,T)=\begin{cases}0, & t\le -T/2\\ 1/T, & -T/2<t<T/2\\ 0, & T/2\le t\end{cases} \tag{15}$$

其余时延项表达式为：

$$\begin{cases}T_1=\dfrac{\mathscr{L}}{v_y}+\dfrac{\mathscr{L}}{1/\lambda}\\ T_2=-\dfrac{x}{v_x}-\dfrac{h}{v_z}\\ T_3=-\dfrac{x}{v_x}+\dfrac{h}{v_z}\\ T_4=\dfrac{\mathscr{L}}{1/\lambda}\\ T_5=\dfrac{\mathscr{L}}{v_y}-\dfrac{\mathscr{L}}{1/\lambda}\end{cases} \tag{16}$$

2　时域 BLT 场线耦合模型准确性验证

本章将前述时域 BLT 方程与有限积分法(finite integer technique，FIT，全波仿真算法，预测结果最为准确[23])和时域有限差分法(FDTD)获得结果进行对比，验证模型准确性。

以理想大地上 3 导体传输线为例进行验证，导体半径均为 2 mm，绝缘层厚度均为 2 mm，绝缘层相对介电常数均为 3.5，距地面高度均为 10 mm，导线长度均为 1 m，导线横截面相对位置分别为 x=−10、0、10 mm；线缆终端负载连接方式均为导线与大地直接相连；并定义左侧终端 1、2、3 号负载(与导线截面相对位置相对应)上的电流分别为 $\boldsymbol{i}_{\mathrm{L}1}$、$\boldsymbol{i}_{\mathrm{L}2}$ 和 $\boldsymbol{i}_{\mathrm{L}3}$，右侧终端负载上的电流分别为 $\boldsymbol{i}_{\mathrm{R}1}$、$\boldsymbol{i}_{\mathrm{R}2}$ 和 $\boldsymbol{i}_{\mathrm{R}3}$；介质层系数的计算方法采用有限元分析方法(finite element method，FEM)，其计算结果为：

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}0.87 & 0 & 0\\ 0 & 0.87 & 0\\ 0 & 0 & 0.87\end{bmatrix} \tag{17}$$

入射波频谱采用高斯脉冲形式，其具体表达式如式(18)所示，波形如图 3 所示，其振幅 A 为 1 V/m，脉冲宽度为 τ 为 5 ns，峰值时刻为 t_0 为 5 ns。

$$E_0=A\mathrm{e}^{-4\pi(t-t_0)^2/\tau^2} \tag{18}$$

2.1　线性负载验证

考虑传输线端接线性 50 Ω 阻性负载，入射场角度为：θ=70°、φ=70°、η=20°，仿真结果如图 4 所示。因此，从图中可以看出本文提出的时域 BLT 方程与 FIT 预测结果一致性较高，而 FDTD 所计算出的终端电压幅值较全波仿真算法高，这是由于绝缘介质层对入射场产生一定的畸变，导致到达导体表面的有效电场不再为入射电场，是经过绝缘层畸变后的场，故应通过引入介质层系数来表征此部分畸变。而通过文献[21]的研究表明，绝缘层对入射场的畸变效应仅发生在对入射平面波的截向场分量，而对沿线场分量无畸变效应，而在前述仿真的入射场特性下，入射平面波具有较高的截向场分量，因此 FDTD 方法预测的终端电压幅值较高。

在计算效率方面，同一计算平台下(处理器：AMD Ryzen 5 4600H, 3.00 GHz)，时域 BLT 算法耗时 0.18 s，FDTD 运行时间为 12.4 s，FIT 全波仿真方法运行时间为 18 min。可见，本文所提出的时域 BLT 方程在不增加计算负担的条件下，极大地提高了模型的准确度。

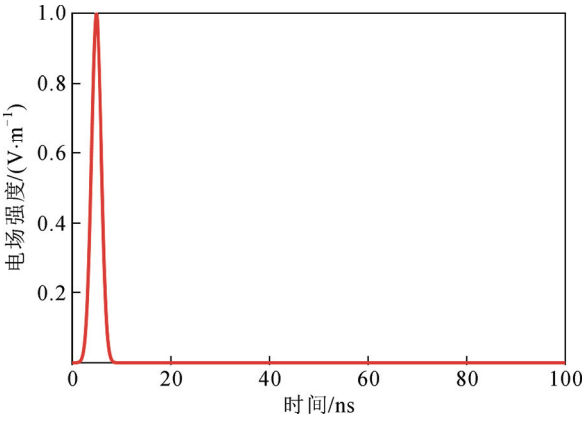


图 3　高斯脉冲时域波形

Fig.3　Gaussian pulse time domain waveform

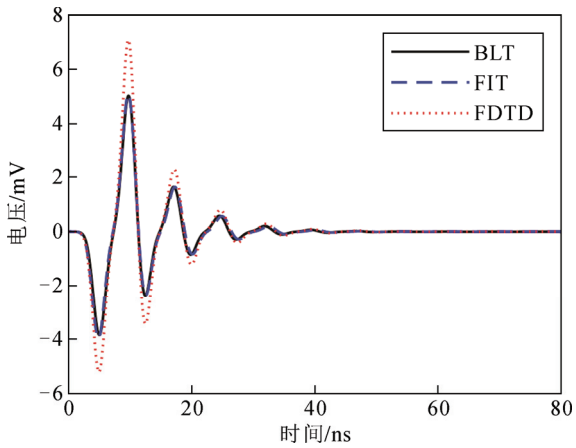


图 4 线性负载下左侧终端 1 号负载上的电压响应

Fig.4 Voltage response on load 1 of the left terminal under linear resistance

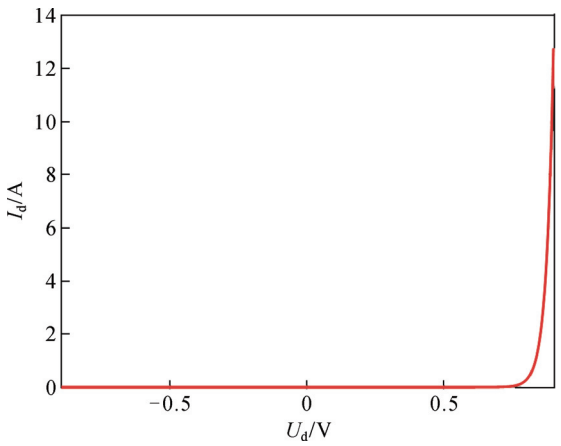


图 5 二极管电流-电压关系图

Fig.5 Diagram of diode current-voltage relationship

2.2 非线性负载验证

考虑传输线端接理想二极管情况下的终端负载响应。二极管模型参数为：q_0 为电子电荷量，k_q 为玻尔兹曼常数，T_q 为 300 K，I_0 为 10^{-14} A；二极管加反方向电压时不导通，即二极管两侧电压<0 时电流为 0，具体表达式为(I_d 代表流过二极管的电流大小，U_d 代表二极管两端电压)：

$$I_d=\begin{cases}0, & U_d\le 0\\ I_0\left(e^{\frac{q_0}{k_qT_q}U_d}-1\right), & U_d>0\end{cases} \tag{19}$$

二极管伏安曲线如图 5 所示。入射平面波分别采用 2 种入射角度以验证所提模型的准确性：(1)入射平面波特性为 θ=45°、φ=45°、η=45°(具有较强的截向场分量)；(2)入射平面波特性为 θ=70°、φ=90°、η=90°(无截向场分量，只有沿线场分量)。对于情况(1)，分别给出左右两侧终端 1 号负载上的电压响应，如图 6 和图 7 所示；对于情况(2)，给出左侧终端 1 号负载上的电压响应，如图 8 所示。

从图 7 和图 8 中可以看出，存在较强的截向分量时，终端非线性负载响应仍需考虑绝缘层对入射场的畸变效应(BLT)，否则相比于全波算法(FDTD)依然会产生较大的误差；不存在截向分量、只存在沿线分量时，根据前面分析则无需考虑绝缘层对入射场的畸变效应，从图 8 中也看出 3 者预测终端负载响应结果较一致。

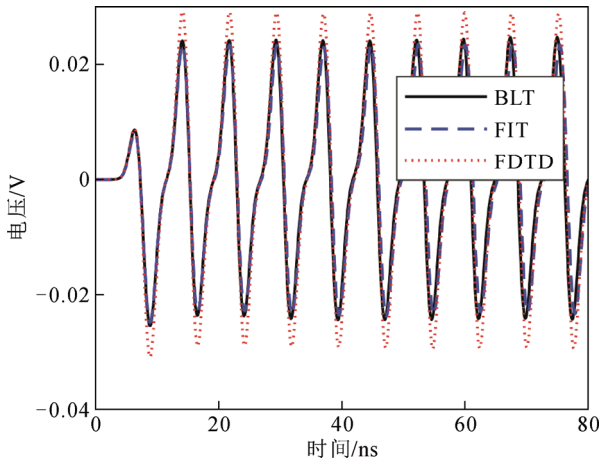


图 6 非线性负载下右侧终端 1 号负载上的电压响应 (θ=45°，φ=45°，η=45°)

Fig.6 Voltage response on load 1 of the right terminal under nonlinear resistance(θ=45°, φ=45°, η=45°)

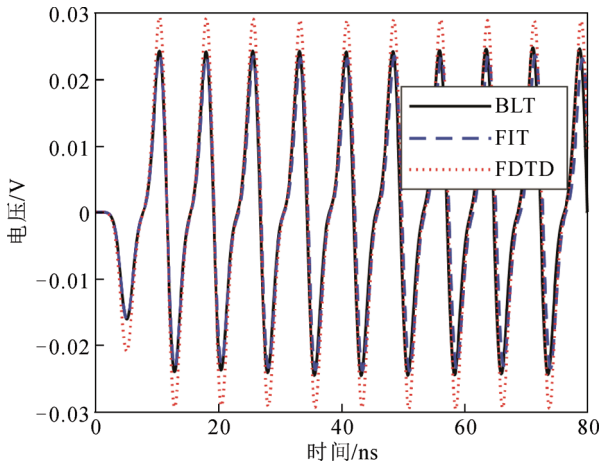


图 7 非线性负载下左侧终端 1 号负载上的电压响应 (θ=45°，φ=45°，η=45°)

Fig.7 Voltage response on load 1 of the left terminal under nonlinear resistance(θ=45°, φ=45°, η=45°)

3 结论

本文推导了理想大地上多导体传输线时域 BLT

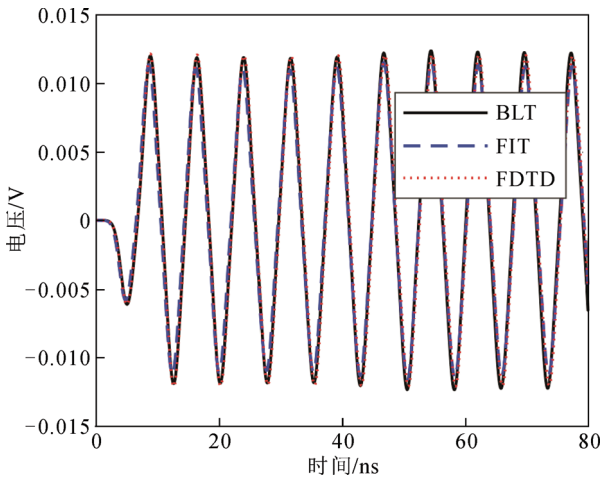


图 8　非线性负载下左侧终端 1 号负载上的电压响应

(θ=70°，φ=90°，η=90°)

Fig.8　Voltage response on load 1 of the left terminal under nonlinear resistance(θ=70°, φ=90°, η=90°)

方程，具体来讲：

1）多导体传输线时域 BLT 方程中相应时谐符号改变为 e^{+st}(提供反向时间传播，在时域计算时物理意义更加明确)。

2）通过引入介质层系数，实现了线缆端接线性/非线性负载下响应的准确建模预测。当入射场存在截向分量时，不考虑绝缘层对入射场畸变效应的 FDTD 算法与全波算法相比会产生较大误差，而考虑绝缘层畸变效应的时域 BLT 模型则有较高的准确度；另一方面，当入射场只存在沿线分量且不存在截向分量时，无需考虑绝缘层畸变效应，FDTD、BLT 均与全波算法获得结果相一致。

本文所提时域 BLT 方程为传输线模型时域算法提供了一种新的计算思路，同时时域 BLT 方程对于向传输线网络扩展具有较大优势，下一步研究工作将围绕时域 BLT 模型的线缆网络拓扑展开。

参考文献　References

[1] 廖　成，张　胤，尚玉平，等. 传输线电磁脉冲耦合问题研究综述[J]. 微波学报，2020，36(1)：103-110.
LIAO Cheng, ZHANG Yin, SHANG Yuping, et al. Review on the study of EMP-to-transmission line coupling problem[J]. Journal of Microwaves, 2020, 36(1): 103-110.

[2] 陈宇浩，王宗扬，王禹博，等. 10 kV 配电变压器高空电磁脉冲效应实验研究[J]. 高电压技术，2023，49(7)：3119-3124.
CHEN Yuhao, WANG Zongyang, WANG Yubo, et al. Effect experiments of 10 kV distribution transformer excited by high-altitude electromagnetic pulse[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(7): 3119-3124.

[3] 张金波，陈为德，徐　翊，等. 雷击高塔对多导体架空配电线感应过电压的影响[J]. 高电压技术，2021，47(5)：1805-1813.
ZHANG Jinbo, CHEN Weide, XU Hong, et al. Influence of lightning induced voltages on overhead multiconductor distribution lines associated with lightning strokes to tall tower[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(5): 1805-1813.

[4] 邱日强，朱　峰，高晨轩. 铁氧体磁环对场线耦合感应电流的抑制效果[J]. 高电压技术，2018，44(8)：2732-2737.
QIU Riqiang, ZHU Feng, GAO Chenxuan. Suppressing effect of ferrite magnetic rings on induced current of field-to-line coupling[J]. High Voltage Engineering, 2018, 44(8): 2732-2737.

[5] 邱日强，朱　峰，苟江川，等. 架空屏蔽电缆-大地耦合的感应电流谐振分析[J]. 高电压技术，2015，41(4)：1243-1248.
QIU Riqiang, ZHU Feng, GOU Jiangchuan, et al. Resonance analysis on induced current of coupling between overhead shielded cables and ground[J]. High Voltage Engineering, 2015, 41(4): 1243-1248.

[6] 刘　青，谢彦召. 高空电磁脉冲作用下埋地电缆的瞬态响应规律[J]. 高电压技术，2017，43(9)：3014-3020.
LIU Qing, XIE Yanzhao. Transient response law of buried cable to high-altitude electromagnetic pulse[J]. High Voltage Engineering, 2017, 43(9): 3014-3020.

[7] 梁　涛，谢彦召，席志豪. 有意电磁干扰辐照下电子设备响应的∞范数上确界评定方法[J]. 西安交通大学学报，2022，56(9)：160-168.
LIANG Tao, XIE Yanzhao, XI Zhihao. Assessing upper bound of ∞-norm for induced load response across electronic devices load under the illumination of intentional electromagnetic interferences[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2022, 56(9): 160-168.

[8] 任瀚文，李庆民，李承前，等. 电声脉冲法测量系统的等效传输线模型及声学特性分析[J]. 高电压技术，2021，47(4)：1485-1494.
REN Hanwen, LI Qingmin, LI Chenqian, et al. Equivalent transmission line model and acoustic characteristic analysis of measurement system of pulsed electro-acoustic method[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(4): 1485-1494.

[9] 杨锦鹏. 随机非均匀及端接非线性负载传输线场线耦合效应研究[D]. 长春：吉林大学，2019.
YANG Jinpeng. Study on field-line coupling effect of random nonuniform and terminally nonlinear load transmission lines[D]. Changchun, China: Jilin University, 2019.

[10] 李　妮，杜子韦华，张建功，等. 传输线端接非线性负载时的两种电磁脉冲响应建模方法比较[J]. 高电压技术，2016，42(6)：2003-2008.
LI Ni, DU Ziweihua, ZHANG Jiangong, et al. Comparison on two transmission line electromagnetic pulse response modeling methods with non-linear loads[J]. High Voltage Engineering, 2016, 42(6): 2003-2008.

[11] 王川川，贾　锐，曾勇虎，等. 一种频变传输线系统电磁脉冲响应的数值算法[J]. 北京邮电大学学报，2020，43(2)：52-58.
WANG Chuanchuan, JIA Rui, ZENG Yonghu, et al. A numerical algorithm for the transient response of a frequency-dependent transmission line system excited by EMP[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2020, 43(2): 52-58.

[12] 王婷婷. 基于天线互易定理的场线耦合研究[D]. 南京：南京航空航天大学，2017.
WANG Tingting. Study of field-to-wire coupling based on antenna reciprocity theorem[D]. Nanjing, China: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2017.

[13] YUAN K L, WANG J G, XIE H Y, et al. A time-domain macromodel based on the frequency-domain moment method for the field-to-wire coupling[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility,

2016, 58(3): 868-876.

[14] TESCHE F M. On the analysis of a transmission line with nonlinear terminations using the time-dependent BLT equation[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2007, 49(2): 427-433.

[15] 王万金，罗建书，倪谷炎，等. 基于时域 BLT 方程的传输线介电损耗分析[J]. 中国电子科学研究院学报，2009，4(4)：432-435.
WANG Wanjin, LUO Jianshu, NI Guyan, et al. Analysis of the dielectric loss in the transmission line based on time domain BLT equation[J]. Journal of CAEIT, 2009, 4(4): 432-435.

[16] 张友俊，占章鹏. 基于时域BLT方程的插槽对微带线间串扰分析[J]. 电子元件与材料，2017，36(6)：80-84.
ZHANG Youjun, ZHAN Zhangpeng. Analysis of crosstalk with a slot between microstrip lines based on time-domain BLT equation[J]. Electronic Components and Materials, 2017, 36(6): 80-84.

[17] XIE H Y, DAWSON J F, YAN J X, et al. Numerical and analytical analysis of stochastic electromagnetic fields coupling to a printed circuit board trace[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2020, 62(4): 1128-1135.

[18] XIE L, LEI Y Z. Transient response of a multiconductor transmission line with nonlinear terminations excited by an electric dipole[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2009, 51(3): 805-810.

[19] LI B, SU D L, WANG J J, et al. Common and differential-mode conversion induced by asymmetry and dielectric coating in a transmission line system[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2017, 59(3): 988-991.

[20] 席志豪，梁　涛，谢彦召，等. 考虑介质层影响的电磁脉冲耦合传输线模型[J]. 中国舰船研究，2023，18(4)：28-34.
XI Zhihao, LIANG Tao, XIE Yanzhao, et al. Pulsed electromagnetic field-transmission cable coupling model considering insulation layer[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2023, 18(4): 28-34.

[21] LIANG T, XIE Y Z. Field coupling to transmission line model accounting for the effect of dielectric coatings[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2020, 63(2): 494-501.

[22] PAUL C R. Analysis of multiconductor transmission lines[M]. 2nd ed. New York, USA: Wiley-IEEE Press, 2007: 99-140.

[23] LIANG T, XIE Y Z. Analytical electromagnetic field coupling to transmission line model exploiting the reciprocity theorem[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2022, 58(2): 7000204.



席志豪
1997—，男，硕士生
主要研究方向为电磁兼容
E-mail: xzh123589@stu.xjtu.edu.cn
XI Zhihao



梁　涛(通信作者)
1991—，男，博士，助理教授
主要研究方向为电磁兼容建模、试验及整改技术，高功率电磁环境抗扰度评估技术和计算电磁学
E-mail: tao.liang@xjtu.edu.cn
LIANG Tao
Ph.D.
Corresponding author



谢彦召
1973—，男，博士，教授，博导
主要研究方向为高功率电磁环境与电磁脉冲、紧凑型脉冲功率源及辐射物理应用和电磁兼容
E-mail: yzxie@mail.xjtu.edu.cn
XIE Yanzhao
Ph.D, Professor



郭　洁
1961—，女，博士，研究员
主要研究方向为过电压与绝缘配合
E-mail: Jguo0510@mail.xjtu.edu.cn
GUO Jie
Ph.D., Professor

收稿日期　2022-04-20　修回日期　2023-08-10　　编辑　程子丰